ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 5, Nomor 3, Tahun 2016, Halaman 535-544
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

PERBANDINGAN MODEL GWR DENGAN *FIXED* DAN *ADAPTIVE BANDWIDTH* UNTUK PERSENTASE PENDUDUK MISKIN DI JAWA TENGAH

Rifki Adi Pamungkas[1], Hasbi Yasin[2], Rita Rahmawati[3]
[1]Mahasiswa Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staff Pengajar Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Regression analysis is statistical method for modeling the dependency relationship that might exist among the dependent variable with independent variable. *Geographically Weighted Regression* (GWR) is an expansion of linier regression model where each of the parameters from every observation sites is counted, so each sites have local regression parameter. *Weighted Least Square* (WLS) model is applied to estimate the parameter of GWR model. GWR method differentiates bandwidth kernel into two, fixed bandwidth kernel and adaptive bandwidth kernel. Fixed kernel has the same bandwidth in each observation location, meanwhile adaptive kernel has different bandwidth value in each observation location. Cross Validation (CV) is used to choose the most optimum bandwidth. The application of GWR model to show the percentage of poor population at district and city of Central Java shows that GWR model is significantly different in each location towards global regression model, also the estimated model will also give different result between one location and another. Based on Akaike Information Criterion (AIC) value between global regression models with GWR, it is know that GWR model with fixed exponentially weighted kernel is the best model to use to analyze the percentage poor population at district and city of Central Java because of it has the smallest AIC value.

Keywords: Akaike Information Criterion, Bandwidth, Cross Validation, Exponential Kernel Function, Geographically Weighted Regression, Weighted Least Square

1. PENDAHULUAN

Kemiskinan adalah masalah kompleks yang terdapat di beberapa daerah. Di Indonesia masih banyak para pengemis dan gelandangan berkeliaran di pedesaan maupun di perkotaan. Dampak kemiskinan terhadap masyarakat umumnya banyak dan kompleks, diantaranya adalah pada sektor pendidikan. Semakin tinggi angka kemiskinan maka akan mencerminkan tingkat pendidikan yang rendah karena banyaknya anak yang putus sekolah dengan alasan tidak memiliki biaya untuk melanjutkan sekolahnya. Negara Indonesia dapat berkembang dengan baik apabila didukung dengan sumber daya manusia yang baik dengan meningkatkan tingkat pendidikan. Beberapa faktor yang mempengaruhi meningkatnya persentase kemiskinan diantaranya adalah Indeks Pembangunan Manusia (IPM) yang rendah, banyaknya keluarga yang masih tergolong keluarga prasejahtera, kepadatan penduduk yang tinggi, Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) yang masih rendah dan Upah Minimum Regional (UMR) yang masih rendah di berbagai daerah.

Tata letak geografis daerah-daerah di Jawa Tengah juga berpengaruh terhadap pemodelan kemiskinan di Jawa Tengah, ini dikarenakan adanya perbedaan letak geografis akan mempengaruhi potensi yang dimiliki atau digunakan suatu daerah (Purhadi dan Yasin, 2012). Karena letak geografis berpengaruh terhadap potensi suatu daerah maka perlu adanya suatu pemodelan statistik yang memperhatikan tentang letak geografis suatu daerah di mana data tersebut diambil oleh peneliti.

Banyak metode statistika yang dapat digunakan untuk mengolah data bertipe spasial. Salah satu metode atau cara yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan metode *Geographically Weighted Regression* (GWR). Estimasi yang digunakan dalam metode GWR dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi dimana data tersebut dikumpulkan. Dalam menentukan besarnya nilai fungsi kernel eksponensial dapat dibedakan menjadi dua jenis perhitungan, yaitu dengan kernel *fixed bandwidth* dan kernel *adaptive bandwidth*. Kernel *fixed* merupakan *bandwidth* yang sama pada semua titik lokasi pengamatan, sedangkan kernel *adaptive* merupakan *bandwidth* yang memiliki nilai berbeda untuk setiap lokasi pengamatan.

Dalam penulisan ini, metode GWR dengan fungsi pembobot *fixed* eksponensial kernel dan *adaptive* eksponensial kernel akan diaplikasikan untuk mencari tahu variabel manakah yang berpengaruh terhadap penentuan persentase kemiskinan di wilayah Jawa Tengah dengan memperhatikan letak daerahnya untuk mengestimasi parameter modelnya dengan variabel dependennya adalah persentase kemiskinan dan variabel independennya adalah IPM, keluarga prasejahtera, kepadatan penduduk, TPAK dan UMR.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Kemiskinan

Kemiskinan adalah suatu kondisi ketidakmampuan secara ekonomi untuk memenuhi standar hidup rata-rata masyarakat di suatu daerah. Kondisi ketidakmampuan ini ditandai dengan rendahnya kemampuan pendapatan untuk memenuhi kebutuhan pokok baik berupa pangan, sandang maupun papan. John Friendman (1993) mendefinisikan kemiskinan sebagai suatu kondisi tidak terpenuhinya kebutuhan dasar (esensial) individu sebagai manusia (Hadiyanti 2006).

2.2 Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Persentase Kemiskinan

Menurut Hakim (2014), Persentase penduduk miskin dipengaruhi oleh beberapa faktor, diantaranya adalah indeks pembangunan manusia, keluarga prasejahtera, kepadatan penduduk, tingkat partisipasi angkatan kerja dan upah minimum regional.

2.3 Regresi Linier

Menurut Draper dan Smith (1992), analisis regresi adalah metode analisis statistika yang digunakan untuk memodelkan hubungan ketergantungan yang mungkin ada antara variabel dependen (y) dengan variabel independen (x). Berikut model regresi linier berganda jika diberikan n observasi dengan p variabel independen:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \quad ; i = 1,2,\ldots,\mathrm{n}\ ;\ \mathrm{k} = 1,2,\ldots,\mathrm{p} \qquad (1)$$

Dengan: y_i : Variabel respon pengamatan ke-i
x_{ik} : Variabel bebas ke-k pengamatan ke-i
β_k : Koefisien regresi pada x_k
β_0 : Intersep
ε_i : Residual ke-i

Jika ditulis dalam bentuk matriks, persamaan (1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \qquad (2)$$

2.4 Estimasi Model Regresi Parametrik

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi adalah dengan meminimumkan jumlah kuadrat error atau yang sering dikenal dengan *Ordinary Least Square* (OLS) (Drapper dan Smith, 1992). Berdasarkan persamaan (2), dengan metode kuadrat terkecil diperoleh estimasi β, yaitu sebagai berikut :

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\varepsilon_i}^2 = \boldsymbol{\varepsilon^T \varepsilon} = (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})^T(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta}) = \boldsymbol{y^T y} - 2\boldsymbol{\beta^T X^T y} + \boldsymbol{\beta^T X^T X \beta}$$

Dengan syarat $\frac{\partial \varepsilon^T \varepsilon}{\partial \beta} = 0$, maka diperoleh $\boldsymbol{-2X^T y + 2X^T X\beta = 0}$

$$\boldsymbol{X^T X\beta = X^T y}$$

$$\boldsymbol{\beta = (X^T X)^{-1} X^T y}$$

Sehingga penaksiran parameter untuk Persamaan (1) adalah $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X^T X})^{-1}\mathbf{X^T y}$

2.5 Pengujian Model Regresi Linier

Menurut Rencher (2000), untuk menguji parameter model OLS digunakan analisis varian yang dibuat dengan cara menguraikan bentuk jumlah kuadrat total atau *Sum Square Total* (SST) menjadi dua *Sum Square Regression* (SSR) dan *Sum Square Error* (SSE). Untuk pengujian model regresi digunakan dua uji, yaitu:

a. Uji Signifikansi Parameter Secara Simultan (Uji F)

Menurut Widarjono (2010), uji F digunakan untuk mengevaluasi pengaruh semua variabel independen terhadap variabel dependen. Uji F ini bisa dijelaskan dengan analisis varian (ANOVA) pada Tabel 1. Untuk menguji kesesuaian model regresi menggunakan prosedur uji sebagai berikut:

Hipotesis: $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$

H_1 : paling tidak ada satu $\beta_k \neq 0$, dengan $k = 1,2,\ldots,p$

Statistik Uji:

$$F_{hitung} = \frac{MSR}{MSE}$$

Pengambilan keputusan adalah H_0 akan ditolak jika $F_{hitung} > F_{\alpha,p,n-p-1}$

b. Uji Parameter Model (Uji t)

Uji t ini digunakan untuk membuktikan apakah variabel independen secara individu mempengaruhi variabel dependen. Adapun prosedur langkahnya sebagai berikut:

Hipotesis: $H_o : \beta_k = 0$

$H_1 : \beta_k \neq 0$, dengan $k = 0,1,\ldots,p$

Statistik Uji:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_k}{se(\hat{\beta}_k)}$$

dengan $se(\hat{\beta}_k) = \sqrt{var(\hat{\beta}_k)}$ dan $var(\hat{\beta}_k) = C_{kk}\sigma^2$

C_{kk}= elemen diagonal dari matriks $(\mathbf{X^T X})^{-1}$

Pengambilan keputusan adalah H_0 akan ditolak jika $|t_{hitung}| \geq t_{\alpha/2,n-p-1}$

Tabel 1 Analisis Varian Model Regresi

Sumber Variansi	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Rata – Rata Kuadrat	F_{hitung}
Regresi	SSR $= \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\mathbf{X}^T\mathbf{y} - \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}{n}$	p	$MSR = \frac{SSR}{p}$	$F = \frac{MSR}{MSE}$
Error	$SSE = \mathbf{y}^T\mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\mathbf{X}^T\mathbf{y}$	n-p-1	$MSE = \frac{SSE}{n-p-1}$	
Total	$SST = \mathbf{y}^T\mathbf{y} - \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}{n}$	n-1		

Dengan *n* adalah banyaknya observasi dan *p* adalah banyaknya variabel independen.

2.6 Asumsi Model Regresi Linier

Menurut Gujarati (1993), model regresi yang telah diperoleh melalui *Ordinary Least Square* (OLS) akan menghasilkan estimator linier yang tidak bias jika asumsi-asumsi klasik terpenuhi. Pengujian asumsi klasik diantaranya uji normalitas residual, uji homoskedastisitas, uji non-multikolinieritas dan uji non-autokorelasi.

2.7 *Geographically Weighted Regression* (GWR)

Model GWR merupakan pengembangan dari model regresi di mana setiap parameter dihitung pada setiap lokasi pengamatan, sehingga setiap lokasi pengamatan memiliki nilai parameter regresi yang berbeda-beda atau bersifat lokal (Fotheringham *et al*., 2002). Variabel dependen *y* dalam model GWR ditaksir dengan variabel independen yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lolasi di mana data tersebut diamati. Model GWR dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathrm{y_i} = \beta_0(\mathrm{u_i},\mathrm{v_i}) + \sum_{k=1}^{p}\beta_k(\mathrm{u_i},\mathrm{v_i})\mathrm{x_{ik}} + \varepsilon_i \quad , i = 1,2,\dots,n \qquad (3)$$

Dengan

$\mathrm{y_i}$: nilai observasi variabel dependen ke-i

$\mathrm{x_{ik}}$: nilai observasi variabel independen ke-k di lokasi pengamatan ke-i

$\beta_0(\mathrm{u_i},\mathrm{v_i})$: konstanta/*intercept* pada pengamatan ke-i

$(\mathrm{u_i},\mathrm{v_i})$: menyatakan titik koordinat letak geogafis lokasi pengamatan ke-i

$\beta_k(\mathrm{u_i},\mathrm{v_i})$: koefisien regresi variabel independen ke-k di lokasi pengamatan ke-i

ε_i : *error* pengamatan ke-*i* diasumsikan identik, independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian konstan σ^2

2.8 Estimasi Parameter Model GWR

Estimasi parameter pada model GWR adalah dengan metode WLS (*Weighted Least Square)* yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi di mana data tersebut diambil (Fotheringgam *et al.,* 2002). Pada model GWR diasumsikan bahwa daerah yang dekat dengan lokasi pengamatan ke-i mempunyai pengaruh yang besar terhadap estimasi parameternya daripada daerah yang jauh. Misalkan pembobot untuk setiap lokasi (u_i,v_i) adalah $w_i(u_i,v_i)$ dengan i=1,2,...,n, maka parameter lokasi pengamatan (u_i,v_i) diestimasi dengan menambahkan unsur pembobot pada Persamaan (3) dan kemudian meminimumkan jumlah kuadrat error kemudian diturunkan dan disamadenganakan nol, maka dapat diperoleh bentuk penaksir parameter dari model GWR untuk setiap lokasi adalah sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(\mathrm{u_i},\mathrm{v_i}) = \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(\mathrm{u_i},\mathrm{v_i})\,\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(\mathrm{u_i},\mathrm{v_i})\mathbf{y}$$

2.9 *Bandwidth* Model GWR

Peran pembobot dalam GWR sangat penting karena nilai pembobot mewakili letak data observasi antara satu dengan yang lainnya. Menurut Chasco *et al*. (2007), pembobotan sendiri dapat dilakukan dengan metode yang berbeda-beda, diantaranya dengan menggunakan fungsi kernel. Dalam pembentukan matriks pembobot, elemen diagonal dari matriks diisi dengan nilai perhitungan dari kernel *fixed bandwidth* atau kernel *adaptive bandwidth* untuk setiap lokasi dan elemen yang lainnya diisi dengan nilai nol. Berikut ini adalah contoh matriks pembobot untuk kernel *fixed bandwidth*:

$$\mathbf{W}(u_i,v_i) = \begin{bmatrix} \mathrm{w_{(f)i1}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathrm{w_{(f)i2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathrm{w_{(f)in}} \end{bmatrix}$$

Dengan:

$\mathbf{W}(u_i,v_i)$ = matriks pembobot untuk lokasi pengamatan ke-i

$w_{(f)in}$ = nilai dari kernel *fixed bandwidth* untuk data pada titik ke-n dalam pengujian model di lokasi pengamatan ke-i.

Dalam menghitung masing-masing fungsi kernel dapat dilakukan dengan perhitungan di bawah ini:

1. Kernel *Fixed* Eksponensial kernel

   Kernel *fixed* adalah kernel yang memiliki *bandwidth* yang sama untuk semua lokasi pengamatan. Matriks fungsi kernel *fixed* pada semua lokasi diperoleh dari pembobot fungsi kernel eksponensial dengan formula sebagai berikut:

$$w_f(u_i, v_i) = \exp\left(\frac{-d_{ij}}{h}\right)$$

   Dengan: $d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$

   u_i = koordinat *latitude* (lintang) pada lokasi ke-*i*

   v_i = koordinat *longitude* (bujur) pada lokasi ke-*i*

   h = *bandwidth* pada semua lokasi

2. Kernel *Adaptive* Eksponensial kernel

   Kernel *adaptive* adalah kernel yang memiliki *bandwidth* yang berbeda untuk setiap titik lokasi pengamatan, hal ini disebabkan kemampuan fungsi kernel *adaptive* yang dapat disesuaikan dengan kondisi titik-titik pengamatan. Matriks fungsi kernel *adaptive* pada lokasi ke-i yang diperoleh dari pembobot fungsi kernel eksponensial dengan formula sebagai berikut:

$$w_a(u_i, v_i) = \exp\left(\frac{-d_{ij}}{h_i}\right)$$

   Dengan: h_i = *bandwidth* pada lokasi ke-*i*

2.10 *Cross Validation* (CV)

Menurut Fotheringham *et al.* (2002), terdapat beberapa metode yang digunakan untuk memilih *bandwidth* optimum, salah satunya adalah menggunakan CV yang secara sistematis didefinisikan sebagai berikut:

$$CV = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{y}_{\neq i}(h)\right)^2$$

Dengan $\hat{y}_{\neq i}(h)$ adalah nilai penaksir y_i di mana pengamatan di lokasi (u_i, v_i) dihilangkan dari proses penaksiran. Untuk mendapatkan nilai *bandwidth* (*h*) yang optimal maka diperoleh dari *h* yang menghasilkan nilai CV yang minimum.

2.11 Pengujian Model GWR

Pengujian hipotesis pada model GWR terdiri dari pengujian kecocokan model GWR, pengujian pengaruh lokasi secara parsial dan pengujian parsial signifikansi parameter model. Ketiga uji tersebut akan dijabarkan di bawah ini:

1. Uji Kecocokan Model (*goodness of fit*)

   Menurut Leung *et al.* (2000), pengujian ini dilakukan dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

   H_o : $\beta_k(u_i, v_i) = \beta_k$ untuk setiap k = 1,2,…,p dan i = 1,2,…,p

   (tidak ada perberdaan yang signifikan antara model regresi global dan GWR)

   H_1 : minimal terdapat satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$ untuk k = 1,2,…,p dan i = 1,2,…,n

   (terdapat perberdaan yang signifikan antara model regresi global dan GWR)

   Statistik uji:

$$F_1 = \frac{SSE(H_1)/df_1}{SSE(H_0)/df_2}$$

   Dengan:

$\mathrm{SSE}(\mathrm{H}_0) = \mathbf{y}^{\mathrm{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{H})\mathbf{y}$ di mana $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}$

$\mathrm{SSE}(\mathrm{H}_1) = \mathbf{y}^{\mathbf{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{L})^{\mathbf{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{L})\mathbf{y}$

$\mathrm{df}_1 = \frac{\partial_1^2}{\partial_2}$, di mana $\partial_{\mathrm{i}} = \mathrm{tr}\left([(\mathbf{I}-\mathbf{L})^{\mathrm{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{L})]^{\mathrm{i}}\right)$, $\mathrm{i} = 1,2$

$\mathrm{df}_2 = \mathrm{n}-\mathrm{p}-1$

I merupakan matriks identitas berukuran n x n serta **L** merupakan matriks proyeksi dari model GWR, berikut adalah matriks proyeksinya:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^{\mathrm{T}}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(\mathrm{u}_1,\mathrm{v}_1)\,\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(\mathrm{u}_1,\mathrm{v}_1) \\ \mathbf{x}_2^{\mathrm{T}}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(\mathrm{u}_2,\mathrm{v}_2)\,\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(\mathrm{u}_2,\mathrm{v}_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^{\mathrm{T}}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(\mathrm{u}_n,\mathrm{v}_n)\,\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(\mathrm{u}_n,\mathrm{v}_n) \end{bmatrix}$$

Distribusi dari F_1 akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_1 dan df_2. Jika diberikan tingkat signifikansi α maka H_0 akan ditolak jika $\mathrm{F}_1 < \mathrm{F}_{1-\alpha,\mathrm{df}_1,\mathrm{df}_2}$.

Alternatif lain sebagai statistik uji adalah dengan menggunakan selisih jumlah kuadrat residual di bawah H_0 dan di bawah H_1 (Leung *et al*., 2000), yaitu:

$$\mathrm{F}_2 = \frac{\mathrm{DSS}/\mathrm{v}_1}{\mathrm{SSE}(\mathrm{H}_0)/(\mathrm{n}-\mathrm{p}-1)}$$

Dengan:

$\mathrm{DSS} = \mathrm{SSE}(\mathrm{H}_0) - \mathrm{SSE}(\mathrm{H}_1) = \mathbf{y}^{\mathrm{T}}\left((\mathbf{I}-\mathbf{H}) - (\mathbf{I}-\mathbf{L})^{\mathrm{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{L})\right)\mathbf{y}$

$\mathrm{v}_{\mathrm{i}} = \mathrm{tr}\left([(\mathbf{I}-\mathbf{H}) - (\mathbf{I}-\mathbf{L})^{\mathrm{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{L})]^{\mathrm{i}}\right), \mathrm{i} = 1,2$

$\mathrm{df}_1 = \frac{\mathrm{v}_1^2}{\mathrm{v}_2}$

$\mathrm{df}_2 = \mathrm{n}-\mathrm{p}-1$

Jika diambil taraf signifikansi α, maka tolak H_0 jika $\mathrm{F}_2 \geq \mathrm{F}_{\alpha,\mathrm{df}_1,\mathrm{df}_2}$.

2. Pengujian Pengaruh Lokasi Secara Parsial

Jika disimpulkan bahwa model GWR berbeda dengan model regresi global, maka langkah selanjutnya adalah melakukan uji parsial untuk mengetahui apakah ada perbedaan pengaruh yang signifikan dari variabel independen X_j antara satu lokasi dengan lokasi yang lain. Pengujian ini dapat dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : $\beta_k(u_1,v_1) = \beta_k(u_2,v_2) = \cdots = \beta_k(u_n,v_n)$, untuk suatu k (k = 0, 1, ..., p)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_k(u_i,v_i)$ (i = 1, 2, ..., n) yang berbeda

Untuk melakukan pengujian di atas maka ditentukan terlebih dahulu varians $\hat{\beta}_k(u_i,v_i)$ $(i = 1,2,\dots,n)$ yang dinotasikan dengan:

$$\mathrm{V}_k^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_k(u_{\mathbf{i}},v_i) - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{\beta}_k(u_{\mathbf{i}},v_i)\right)^2 = \frac{1}{n}\boldsymbol{\beta}_k^{\mathrm{T}}\left[\mathbf{I}-\frac{1}{n}\mathbf{J}\right]\boldsymbol{\beta}_k$$

$$\text{dengan } \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{k}}(u_{i,}v_i) = \begin{bmatrix} \beta_0(u_{i,}v_i) \\ \beta_1(u_{i,}v_i) \\ \vdots \\ \beta_k(u_{i,}v_i) \end{bmatrix}$$

Sedangkan statistik uji yang digunakan adalah:

$$\mathrm{F}_3 = \frac{\mathrm{V}_k^2/\mathrm{tr}\left(\frac{1}{n}\mathbf{B}_k^{\mathrm{T}}\left[\mathbf{I}-\frac{1}{n}\mathbf{J}\right]\mathbf{B}_k\right)}{\mathrm{SSE}(\mathrm{H}_1)/\delta_1}$$

Dengan:

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_k^T[\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1, v_1)\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{e}_k^T[\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2, v_2)\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{e}_k^T[\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n, v_n)\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n, v_n) \end{bmatrix}$$

Matriks $\mathbf{J}$ adalah matriks berukuran n x n yang semua elemennya adalah 1 dan $\mathbf{e_k}$ adalah vektor kolom berukuran (p+1) yang bernilai satu untuk elemen ke-k dan nol untuk lainnya.

Dibawah H_0, F3 akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas $df_1 = \left(\frac{\gamma_1^2}{\gamma^2}\right)$ dan $df_2 = \left(\frac{\delta_1^2}{\delta_2}\right)$ dengan $\gamma_i = tr\left(\frac{1}{n}\mathbf{B}_k^T\left[\mathbf{I} - \frac{1}{n}\mathbf{J}\right]\mathbf{B}_k\right)^i$, $i = 1, 2$. Pada taraf signifikansi sebesar α maka H_0 akan ditolak jika nilai $F_3 \geq F_{\alpha, df_1, df_2}$.

3. Pengujian Parsial Signifikansi Parameter Model

   Menurut Purhadi dan Yasin (2012), pengujian signifikansi parameter model GWR pada setiap lokasi dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel dependennya. Berikut ini adalah hipotesis pengujiannya:

   $H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$ untuk k = 1,2,...,p dan i = 1,2,...,n

   H_1 : minimal ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0$ untuk k = 1,2,...,p dan i = 1,2,...,n

   Penaksiran parameter $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ seperti pada persamaan akan mengikuti distribusi normal dengan rata-rata $\beta_k(u_i, v_i)$ dan matriks varian kovarian $\mathbf{C_i}\,\mathbf{C}_i^T\sigma^2$, dengan $\mathbf{C} = (\mathbf{X^T W}(u_i, v_i)\,\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X^T W}(u_i, v_i)$

   Dengan $\mathbf{C}_{kk}$ adalah elemen diagonal ke-k dari matriks $\mathbf{C}_i\,\mathbf{C}_i^T$. Sehingga statistik uji yang digunakan adalah:

$$T_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{\hat{\sigma}\sqrt{\mathbf{C}_{kk}}}$$

   T akan mengikuti distribusi t dengan derajat bebas $df = \frac{\partial_1^2}{\partial_2}$ dan $\hat{\sigma} = \frac{SSE(H_1)}{\partial_1}$. Jika diberikan tingkat signifikansi α, maka H_0 akan ditolak jika $|T_{hit}| \geq t_{\alpha/2;df}$.

2.12 Pengujian Model GWR

Terdapat dua asumsi yang melandasi metode GWR yaitu kenormalan sisaan dan multikolinieritas lokal.

1. Asumsi Kenormalan Residual

   Pada asumsi ini dapat menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* (K-S) dengan hipotesis:

   H_0 : residual berdistribusi normal

   H_1 : residual tidak berdistribusi normal

   Statistik uji:

$$D = \sup|S(e) - F_0(e)|$$

   Di mana $F_0(e)$: fungsi kumulatif teoritis residual, S(e): fungsi peluang kumulatif dari ukuran penarikan contoh acak (i/n). Dengan taraf signifikansi sebesar α, maka dapat diambil keputusan dengan H_0 ditolak jika D > D(1 – α)

2. Asumsi Multikolinieritas Lokal

   Asumsi multikolinieritas lokal menggunakan kriteria $VIF_k(u_i, v_i)$ (*Varians Inflation Factor*) di mana multikolinieritas lokal terdeteksi jika nilai $VIF_k(u_i, v_i) > 10$. Nilai $VIF_k(u_i, v_i)$ dinyatakan sebagai berikut:

$$VIF_k(u_i, v_i) = \frac{1}{1 - R_k^2(u_i, v_i)}$$

   Di mana $R_k^2(u_i, v_i)$ adalah koefisien determinasi variebel ke-k pada lokasi ke-i.

2.13 Pemilihan Model Terbaik

1. Koefisien Determinasi (R^2)

   Menurut Gujarati (1993), besaran koefisien determinasi (R^2) merupakan besaran yang paling lazim digunakan untuk mengukur kecocokan model (*goodness of fit*) garis regresi. Rumus dari koefisien determinasi adalah sebagai berikut:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

2. Akaike's Information Criterion (AIC)

   Menurut Fotheringham *et al*. (2002), model terbaik ditentukan berdasarkan nilai AIC yang terkecil. Rumus menghitung nilai AIC adalah sebagai berikut:

$$AIC = 2n \log(\hat{\sigma}) + n\log(2\pi) + n + tr(\mathbf{L})$$

   Dengan:

   $\hat{\sigma}$: Nilai estimator standar deviasi dari eror hasil estimasi maksimum likelihood.

   $\mathbf{L}$: Matriks proyeksi di mana $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{Ly}$

3. METODE PENELITIAN

3.1 Sumber dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan bersifat sekunder yang bersumber dari BPS Jawa Tengah. Data persentase penduduk miskin dan faktor-faktor yang mempengaruhi persentase kemiskinan yang akan digunakan dalam penelitian meliputi seluruh kabupaten atau kota yang ada di Jawa Tengah pada tahun 2012 (BPS, 2013) dan tahun 2013 (BPS, 2014).

3.2 Langkah-langkah Analisis Data

Software statistik yang digunakan adalah R 3.0.3. Berikut langkah-langkah yang dilakukan:

1. Menganalisa model regresi global (Membuat model awal regresi global, melakukan uji F, uji t dan uji asumsi regresi linier, kemudian membuat kesimpulan)
2. Menganalisa model GWR *Fixed bandwidth* dan model GWR *Adaptive bandwidth* (menghitung jarak *euclidean,* menentukan *fixed bandwidth* optimum dan *adaptive bandwidth* optimum dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV), menghitung masing-masing matriks pembobot dengan *fixed bandwidth* optimum dan *adaptive bandwidth* optimum, mendapatkan estimator parameter model GWR, melakukan uji model GWR, melakukan pengujian asumsi model GWR pada kedua model GWR).
3. Membandingkan model regresi global, model GWR *Fixed bandwidth* dan model GWR *Adaptive bandwidth* dengan melihat nilai AIC dan R^2 masing-masing model. Model terbaik adalah model yang memiliki nilai AIC terkecil dan nilai R^2 terbesar.
4. Membuat kesimpulan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Regresi Persentase Penduduk Miskin

Model regresi digunakan untuk mengetahui seberapa pengaruh variabel independen mempengaruhi variabel dependen dan untuk mengetahui variabel independen mana saja yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel dependen tanpa melibatkan faktor lokasi pengamatan. Model awal yang terbentuk adalah:

$$\hat{y} = 91{,}935 - 0{,}945X_1 + 0{,}015\,X_2 - 7{,}277x10^{-5}X_3 + 0{,}093X_4 - 1{,}723X_5$$

Uji F		Uji t		
Sig	Kesimpulan	Variabel Independen	Sig	Kesimpulan
0,000	Variabel independen secara serentak mempengaruhi variabel dependen	X_1	0,004	Signifikan
		X_2	0,687	Tidak Signifikan
		X_3	0,780	Tidak Signifikan
		X_4	0,428	Tidak Signifikan
		X_5	0,009	Signifikan

Setelah dilakukan uji model regresi, didapatkan kesimpulan bahwa variabel yang signifikan terhadap variabel dependen adalah variabel X_1 dan X_5, maka model harus diregresikan ulang agar mendapatkan model baru, berikut adalah model terbarunya:

$$\hat{y} = 108{,}372 - 1{,}085X_1 - 1{,}637X_5$$

Pada pengujian asumsi model regresi global,didapatkan kesimpulan bahwa pada uji normalitas residual berdistribusi normal, pada uji homoskedastisitas varian dari residual konstan, pada uji non-multikolinieritas tidak terdapat hubungan korelasi yang kuat diantara variabel independen dan pada uji non-autokorelasi tidak terdapat autokorelasi pada model yang terbentuk.

4.2 Model GWR Persentase Penduduk Miskin

Langkah pertama yang dilakukan dalam pemodelan GWR adalah menentukan lokasi setiap sampel yang akan digunakan yaitu letak geografis. Kemudian mencari nilai *bandwidth* optimum berdasarkan koordinat lokasi pengamatan dengan prosedur *cross validation* (CV). Setelah mendapatkan nilai *bandwidth* yang optimum maka akan didapatkan model untuk setiap lokasinya, berikut adalah contoh untuk model Kabupaten Cilacap:

Model GWR dengan Pembobot *Fixed* Eksponensial Kernel
$\hat{y} = -59{,}3783 + 0{,}6853X_1 - 0{,}0594X_2 - 0{,}0014X_3 + 0{,}5683X_4 - 1{,}1045X_5$
Model GWR dengan Pembobot *Adaptive* Eksponensial Kernel
$\hat{y} = 75{,}2438 - 0{,}73X_1 + 0{,}0098X_2 - 0{,}0004X_3 + 0{,}1488X_4 - 1{,}905X_5$

Pada pengujian model GWR dengan pembobot *fixed* eksponensial kernel didapatkan hasil bahwa model GWR berbeda dengan model regresi global serta setiap variabel independen dari model GWR bersifat lokal. Kemudian pada model GWR dengan pembobot *adaptive* eksponensial kernel didapatkan hasil bahwa model GWR berbeda dengan model regresi global, namun pada variabel independen model GWR hanya variabel X_1, X_2 dan X_3 yang bersifat lokal, variabel X_4 dan X_5 bersifat global. Agar lebih jelasnya dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

	Uji F1		Uji F2	
Model	**P-value**	**Kesimpulan**	**P-value**	**Kesimpulan**
GWR *Fixed*	0,0006	Ada perbedaan	-	-
GWR *Adaptive*	0,1948	Tidak ada perbedaan	0,0463	Ada perbedaan

Uji F3				
Variabel	***Fixed***		***Adaptive***	
	P-value	**Kesimpulan**	**P-Value**	**Kesimpulan**
X_1	0,0000	Besifat Lokal	0,0073	Besifat Lokal
X_2	0,0000	Besifat Lokal	0,0012	Besifat Lokal
X_3	0,0000	Besifat Lokal	0,0000	Besifat Lokal
X_4	0,0000	Besifat Lokal	0,6841	Besifat Global
X_5	0,0000	Besifat Lokal	0,4443	Besifat Global

Pada uji asumsi model GWR untuk kedua model yang terbentuk, semua model memenuhi asumsi normalitas dan asumsi non-multikolinieritas lokal.

4.3 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dilakukan dengan membandingkan model GWR dan model GWRR dengan melihat nilai Koefisien Determinasi (R^2) dan Nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) pada masing-masing model.

Model	R^2	AIC
Regresi Global	0,4874	374,8419
GWR *fixed*	0,9349	253,8286
GWR *adaptive*	0,6878	341,4724

Berdasarkan tabel diatas dapat disimpulkan bahwa model GWR dengan pembobot *fixed* eksponensial kernel adalah model yang tebaik karena memiliki nilai AIC yang terkecil dan nilai R^2 yang terbesar.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dari pembahasan, dapat disimpulkan bahwa model GWR dengan pembobot *fixed* eksponensial kernel adalah model yang terbaik untuk memodelkan kemiskinan di Jawa Tengah. Karena model GWR dengan pembobot *fixed* eksponensial kernel memenuhi uji kecocokan model, uji pengaruh lokasi secara parsial, uji asumsi model GWR, memiliki nilai AIC yang terkecil yaitu sebesar 253,8286 dan nilai R^2 yang paling besar yaitu 0,935. Berdasarkan model GWR dengan pembobot fixed eksponensial kernel, semua variabel independen bersifat lokal. Kemudian berikut ini adalah salah satu contoh model yang terbentuk pada model GWR dengan pembobot *fixed* eksponensial kernel pada Kabupaten Cilacap:

$$\hat{y} = -59{,}3783 + 0{,}6853X_1 - 0{,}0594X_2 + 0{,}0014X_3 + 0{,}5683X_4 - 1{,}1045X_5$$

DAFTAR PUSTAKA

Badan Pusat Statistik [BPS],. 2013. *Jawa Tengah Dalam Angka 2012.* Semarang: Badan Pusat Statistik Jawa Tengah.

Badan Pusat Statistik [BPS],. 2014. *Jawa Tengah Dalam Angka 2013.* Semarang: Badan Pusat Statistik Jawa Tengah.

Draper, N., and Smith, H. 1992. *Analisis Regresi Terapan.* PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Fotheringham, A.S., Brundson, C. and Charlton, M. 2002. *Geographically Weighted Regression.* John Wiley and Sons, Chichester, UK.

Gujarati, D. 1993. *Ekonometrika Dasar*. Erlangga. Jakarta.

Hakim, A. R. (2014). Pemodelan Persentase Penduduk Miskin di Kabupaten dan Kota di Jawa Tengah dengan Pendekatan Mixed Geographically Weighted Regression. *Undergraduate thesis*, FSM Undip.

Hadiyanti, P. 2006. *Kemiskinan & Upaya Pemberdayaan Masyarakat.* Komunitas, Jurnal Pengembangan Masyarakat Islam Volume 2, Nomor 1.

Leung, Y., Mei, C.L., & Zhang, W.X., 2000. *Statistical Test for Spatial Non-Stasionarity Based on the Geographically Weighted Regression Model.* Departement of Geography and The Centre for Environmental Studies The Chinese University of Hong Kong, Shatin, Hong Kong.

Purhadi & Yasin, H. 2012. *Mixed Geographically Weighted Regression Model Case Study : The Percentage Of Poor Households In Mojokerto 2008. European Journal of Scientific Research,* Vol.69, issue 2, hal.188-196.

Rencher, A.C. 2000, Linear Model in Statistics, John Wiley & Sons Inc, Singapore.

Widarjono, A. 2010. *Analisis Statistika Multivariat Terapan*. Yogyakarta : Unit Penerbit dan Percetakan Sekolah Tinggi Ilmu Manajemen YKPN.