

PERBANDINGAN MODEL ARIMA DAN FUNGSI TRANSFER PADA PERAMALAN CURAH HUJAN KABUPATEN WONOSOBO

Siti Lis Ina Atul Hidayah¹, Agus Rusgiyono², Yuciana Wilandari³

¹Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

^{2,3}Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

sitilisinaatul@gmail.com, agus.rusgi@gmail.com, yuciana.wilandari@gmail.com

ABSTRACT

Rainfall is one of the things that affect agricultural production. The highest amount of rainfall will cause perturbation in the pollination of flowers and caused zalacca palm to produce fruits no season of the year. Zalacca palm is growing well in heavy rainfall area. There are some factors which influence rainfall; those are: humidity, solar energy, wind direction and velocity as well as air temperature. The application of ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) and multi *input* transfer function was intended to model the rainfall which would be forecasted based on the best model chosen. There were two kinds of variables used in this study. Those were rainfall as the output series while humidity and air temperature as the input series during January 2009 to October 2014. The result showed that ARIMA ([3], 1, [12]) had a fewer Schwartz Bayesian Criterion (SBC) value 293.199 than multi *input* transfer function model (0,0,0) (0,1,0) with the result 906.9632.

Keywords: Rainfall, ARIMA, Transfer Function.

1. PENDAHULUAN

Era globalisasi memberikan banyak dampak terhadap kehidupan manusia, baik dampak positif maupun dampak negatif. Perubahan iklim sebagai akibat pemanasan global telah mengakibatkan perubahan harmoni alam antara lain terjadinya peningkatan suhu udara, kenaikan tinggi air laut dan perubahan pola hujan. Kondisi fluktuasi curah hujan yang tidak menentu pada beberapa tahun terakhir, menyebabkan perencanaan pertanian menjadi tidak optimal. Kabupaten Wonosobo adalah kabupaten yang terletak di antara 7°.43'.13" dan 7°.04'.40" Lintang Selatan serta 109°.43'.19" dan 110°.04'.40" Bujur Timur, dengan luas 98.468 ha atau 3,03% luas Jawa Tengah. Dalam sektor buah-buahan yang mempunyai produksi terbesar adalah salak dengan hasil produk sebesar 432.892 [2]. Di dataran tinggi, tanaman salak akan tumbuh baik pada daerah yang banyak mendapatkan curah hujan atau daerah yang termasuk wilayah hujan sepanjang tahun dengan curah hujan lebih dari 2.000 mm/tahun tetapi tidak lebih dari 4.000 mm/tahun. Curah hujan yang terlalu banyak akan menyebabkan gangguan pada penyerbukan bunga dan menyebabkan bunga busuk yang selanjutnya menyebabkan tanaman salak berbuah ada musim (1). Salak yang dihasilkan pada musim hujan cenderung memiliki kandungan air cukup tinggi, sehingga menyebabkan buah salak cepat busuk yang pada akhirnya akan merugikan petani salak. Beberapa faktor yang mempengaruhi curah hujan, yaitu kelembaban udara, energi matahari, arah dan kecepatan angin, serta suhu udara [3]. Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan model peramalan terbaik untuk memprediksi waktu apa saja yang memerlukan perlakuan khusus pada tanaman salak agar hasil produksi salak optimal. Pada penelitian ini akan digunakan dua pemodelan yaitu pemodelan ARIMA dan pemodelan fungsi transfer multi *input*.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Runtun Waktu

Runtun waktu adalah data yang disusun berdasarkan urutan waktu atau data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu. Waktu yang digunakan dapat berupa minggu, bulan, tahun, dan sebagainya [4]. Runtun waktu yang stasioner jarang sekali dijumpai dalam praktiknya. Namun, stasioneritas merupakan asumsi yang sangat penting dalam analisis runtun waktu. Ketidakstasioneran dalam *mean* dapat diminimalisir pengaruhnya dengan melakukan pembedaan derajat d .

$$\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1}$$

stasioneritas *mean* dapat dilihat menggunakan uji formal yaitu uji akar unit [8]. Stasioneritas varian dapat dideteksi dengan menggunakan uji Bartlett. Apabila stasioneritas varian tidak terpenuhi dapat dilakukan transformasi pada data. Transformasi yang umum digunakan adalah transformasi power [9] yaitu:

$$T(Z_t) = \frac{Z_t^\lambda - 1}{\lambda}$$

2.2 Pemodelan ARIMA

Dalam pemodelan runtun waktu ARIMA asumsi yang harus dipenuhi yaitu stasioneritas data dan residual yang bersifat *white noise*. *White noise* berarti residual tidak berautokorelasi dan berdistribusi normal $N(0, \sigma_a^2)$. Adapun model dalam ARIMA non-musiman sebagai berikut:

a. Model *Autoregressive* (AR(p))

Model *autoregressive* (AR) dengan orde p dinotasikan dengan AR(p) dengan bentuk umum model AR(p) adalah:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t$$

b. Model *Moving Average* (MA(q))

Model *moving average* (MA) dengan orde q dinotasikan dengan MA(q) dengan bentuk umum model MA(q) adalah :

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

c. Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA(p,q))

Model ARMA (p,q) adalah suatu model campuran antara *autoregressive* orde p dan *moving average* orde q . Bentuk umum model ARMA(p,q) adalah:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

d. Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA(p,d,q))

Model umum *autoregressive* orde p , *Integrate* orde d , dan *moving average* orde q (ARIMA(p,d,q)) merupakan hasil penggabungan antara proses stasioner dengan proses nonstasioner yang telah distasionerkan. Dalam hal ini, d merupakan orde dari pembedaan. Bentuk umum model ARIMA (p,d,q) adalah:

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_q(B)a_t$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

e. Model Subset ARIMA

Model subset ARIMA merupakan bagian dari model ARIMA tergeneralisasi [7]. Contoh subset ARIMA ([1,5],0,[1,12]) dapat ditulis sebagai berikut:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_5 B^5)Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_{12} B^{12})a_t$$

2.3 Pemodelan Fungsi Transfer

Model fungsi transfer merupakan suatu model yang didalamnya terdapat deret berkala *output* disebut Y_t , yang diperkirakan akan dipengaruhi oleh deret berkala *input* disebut X_t , dan *input-input* lain yang digabungkan dalam satu kelompok yang disebut gangguan (*noise*), F_t . Tujuan pemodelan fungsi transfer adalah untuk menetapkan model yang sederhana, yang menghubungkan Y_t dengan X_t dan F_t .

Bentuk umum dari model fungsi transfer dengan *input* tunggal (X_t) dan *output* tunggal (Y_t) adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} X_{t-b} + F_t, \text{ atau}$$

$$Y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} X_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

$$\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s$$

$$\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

Y_t = deret *output*

X_t = deret *input*

F_t = deret gangguan

a_t = residual pada saat ke-t

r, s, p, q, dan b konstanta.

Pada fungsi transfer multi *input* terdapat beberapa variabel *input* yang dimasukkan pada suatu pemodelan, sehingga bentuk model fungsi transfer multi *input* [9] adalah:

$$Y_t = \sum_{j=1}^k \frac{\omega_j(B)}{\delta_j(B)} B^{bj} X_{jt} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

Y_t = deret *output*

X_{jt} = deret *input* variabel ke-j

$\omega_j(B)$ = operator *moving average* orde s_j untuk variabel ke-j

$\delta_j(B)$ = operator *autoregressive* orde r_j untuk variabel ke-j

$\theta(B)$ = operator *moving average* orde q

$\phi(B)$ = operator *autoregressive* orde p

a_t = residual pada saat ke-

a. Identifikasi Bentuk Model

1. Mempersiapkan deret *input* dan *output*.
2. Pemutihan deret *input*.

$$\frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} X_t = \alpha_t$$

$\phi_x(B)$ = operator *autoregressive*

$\theta_x(B)$ = operator *moving average*

α_t = deret *white noise* dengan mean 0 dan varian σ_a^2

3. Pemutihan deret *output*.

$$\frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} Y_t = \beta_t$$

4. Menghitung fungsi korelasi silang (*Cross Correlation Function*) dan autokorelasi untuk deret *input* dan *output* yang telah diputihkan .

$$\rho_{XY}(k) = \frac{\gamma_{XY}(k)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$\gamma_{xy}(k)$ = fungsi kovarian silang

σ_X = simpangan baku dari X_t

σ_Y = simpangan baku dari Y_t

5. Penaksiran langsung terhadap bobot respon impuls.

$$v_k = \frac{\sigma_\beta}{\sigma_\alpha} \rho_{\alpha\beta}(k)$$

$\rho_{\alpha\beta}(k)$ = korelasi silang antara α dan β

σ_β = simpangan baku dari deret β

σ_α = simpangan baku dari deret α

6. Penetapan (b,s,r) untuk model fungsi transfer.

Tiga parameter kunci didalam model fungsi transfer adalah (b,s,r), b menunjukkan keterlambatan yang dicatat pada subkrip dari X_{t-b} , r menunjukkan derajat fungsi $\delta(B)$, s menunjukkan derajat fungsi $\omega(B)$. Berikut ini beberapa aturan yang dapat digunakan untuk menduga nilai r,s,b dari suatu fungsi transfer [5] :

- Parameter b merupakan yang paling mudah untuk diperoleh. Apabila korelasi silang diuji dan $\rho_{\alpha\beta}(0) = \rho_{\alpha\beta}(1) = \rho_{\alpha\beta}(2) = 0$, tetapi $\rho_{\alpha\beta}(3) = 0.5(\neq 0)$, maka diketahui $b=3$. Dengan kata lain terdapat tiga periode sebelum deret *input* α mulai mempengaruhi deret *output* β .
- Nilai s menyatakan untuk seberapa lama deret output Y_t secara terus menerus dipengaruhi oleh nilai-nilai baru dari deret input X_t artinya Y_t dipengaruhi oleh $X_{t-b-1}, X_{t-b-2}, X_{t-b-3}, \dots, X_{t-b-s}$.
- Nilai r menunjukkan bahwa Y_t berkaitan dengan nilai-nilai masa lalunya artinya Y_t dipengaruhi oleh $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-r}$.

7. Penaksiran awal deret gangguan (F_t)

$$F_t = Y_t - \sum_{j=1}^k \frac{\omega_j(B)}{\delta_j(B)} B^{bj} X_{jt}$$

8. Penetapan (p_F, q_F) untuk model ARIMA ($p_F, 0, q_F$) dari deret gangguan (F_t).

$$\phi_F(B) F_t = \theta_F(B) a_t$$

b. Penaksiran Parameter-parameter Model Fungsi Transfer

Model fungsi transfer perlu dilakukan estimasi parameter $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_r)$, $\omega = (\omega_0, \dots, \omega_s)$, $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)$, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)$ dan σ_a^2 . Sehingga persamaannya dapat ditulis kembali menjadi:

$$\delta(B)\phi(B)Y_t = \phi(B)\omega(B)X_{t-b} + \delta(B)\theta(B)a_t$$

Model *conditional likelihood* dari fungsi transfer sebagai berikut:

$$L(\delta, \omega, \phi, \theta, \sigma_a^2 | b, X, Y, X_0, Y_0, a_0) = (2\pi\sigma_a^2)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=1}^n a_t^2\right]$$

$$S(\delta, \omega, \phi, \theta | b) = \sum_{t=t_0}^n a_t^2$$

dengan $t_0 = \max[p+r+1, b+p+s+1]$ [9].

2.4 Kriteria Pemilihan Model

Dalam penelitian ini, kriteria yang digunakan adalah Schwartz's Bayesian Criterion.

$$SBC(M) = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + M \ln n$$

Dimana M adalah banyaknya parameter yang ditaksir dalam model, dan n adalah banyaknya pengamatan efektif, yaitu jumlah pengamatan yang diikutsertakan dalam proses perhitungan estimasi parameter [9].

2.5 Peramalan

Setelah model terbaik diperoleh antara model ARIMA dan fungsi transfer, langkah terakhir adalah melakukan prediksi beberapa periode selanjutnya dari model terbaik yang diperoleh dari tahap sebelumnya.

3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan berupa data sekunder yang diperoleh dari BMKG Semarang pada bulan Januari 2009 sampai Oktober 2014. Variabel penelitian yang digunakan adalah:

- Data rata-rata curah hujan bulanan sebagai deret *output* pada fungsi transfer dan sebagai variabel yang digunakan pada pemodelan ARIMA.
- Data rata-rata suhu bulanan (X_1), data rata-rata kelembaban udara bulanan (X_2) sebagai deret *input* pada fungsi transfer.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

a. Pemodelan ARIMA Curah Hujan

Setelah dilakukan uji signifikansi parameter, uji independensi residual, uji normalitas residual dan uji homoskedastisitas residual model yang memenuhi kriteria untuk dapat dijadikan model terbaik yaitu model ARIMA ([3],1,[12]) dengan nilai SBC sebesar 293,1448. Maka model ARIMA ([3],1,[12]) adalah model terbaik dari semua model yang mungkin, dengan modelnya:

$$Z_t = Z_{t-1} - 0,29444Z_{t-3} + 0,29444Z_{t-4} + a_t + 0,27503a_{t-12}$$

b. Pemodelan ARIMA Suhu

Setelah didapatkan model yang memenuhi uji signifikansi parameter, uji independensi residual, uji normalitas residual dan uji homoskedastisitas residual model, selanjutnya dicari model terbaik. Penentuan model terbaik berdasarkan nilai SBC terkecil.

Tabel 1. Nilai SBC Suhu

Model	SBC
ARIMA (2,1,3)	164,6797
ARIMA ([3,4,8],1,1)	163,9361

Berdasarkan Tabel 1 diketahui model yang memiliki nilai SBC terkecil adalah model ARIMA ([3,4,8],1,1) maka ARIMA ([3,4,8],1,1) terpilih menjadi model terbaik, dengan modelnya:

$$Z_t = Z_{t-1} - 0,35283Z_{t-3} + 0,35283Z_{t-4} - 0,34582Z_{t-4} + 0,34582Z_{t-5} - 0,36833Z_{t-8} + 0,36833Z_{t-9} + a_t - 0,47069a_{t-1}$$

c. Pemodelan ARIMA Kelembaban

Setelah dilakukan uji signifikansi parameter, uji independensi residual, uji normalitas residual dan uji homoskedastisitas residual model yang memenuhi kriteria untuk dapat dijadikan model terbaik yaitu model ARIMA ([6],1,0) dengan nilai SBC sebesar 389,1005. Maka model ARIMA ([6],1,0) adalah model terbaik dari semua model yang mungkin, dengan modelnya:

$$Z_t = Z_{t-1} - 0,24724Z_{t-6} + 0,24724Z_{t-7} + a_t$$

d. Pemodelan Fungsi Transfer Multi Input

1. Pemutihan deret input.

Model pemutihan deret *input* suhu sebagai berikut:

$$\alpha_{1t} = \frac{(1 + 0,35283B^3 + 0,34582B^4 + 0,36833B^8)(1 - B)}{1 - 0,47069B} X_{1t}$$

Model pemutihan deret *input* kelembaban udara sebagai berikut:

$$\alpha_{2t} = (1 + 0,24724B^6)(1 - B)X_{2t}$$

2. Pemutihan deret output.

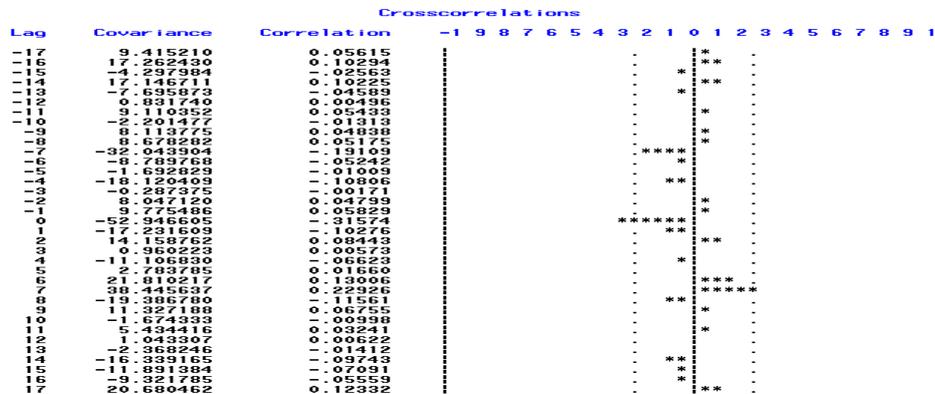
Model pemutihan pada deret *output* dengan variabel input suhu sebagai berikut:

$$\beta_{1t} = \frac{(1 + 0,35283B^3 + 0,34582B^4 + 0,36833B^8)(1 - B)}{1 - 0,47069B} Y_{1t}$$

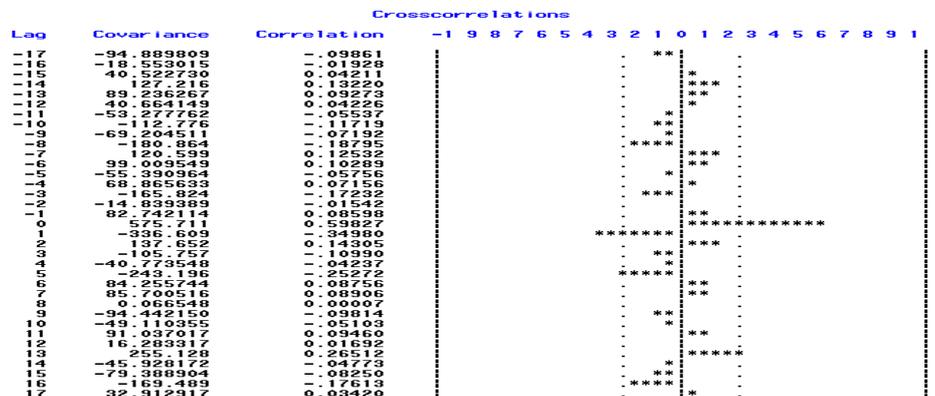
Model pemutihan pada deret *output* dengan variabel input kelembaban udara sebagai berikut:

$$\beta_{2t} = (1 + 0,24724B^6)(1 - B)Y_{2t}$$

3. Pembentukan fungsi korelasi silang (*Cross Correlation Function*).



Gambar 1. *Plot Fungsi Korelasi Silang Curah Hujan dengan Suhu*



Gambar 2. *Plot Fungsi Korelasi Silang Curah Hujan dengan Kelembaban Udara*

4. Penetapan (b,s,r) untuk Model Fungsi Transfer Multi *Input* dan Penaksiran Awal Deret Gangguan.

Berdasarkan Gambar 1 dan Gambar 2 nilai (b,s,r) yang memenuhi uji signifikan parameter, memenuhi asumsi autokorelasi residual, fungsi korelasi silang dengan nilai sisa model dengan deret *input* yang dipituhkan tidak berkorelasi, berdistribusi normal, dan homoskedastisitas residual model yaitu (0,0,0) (0,1,0) dengan model deret gangguan yaitu ARIMA ([4],0,0). Sehingga model fungsi transfer multi *input* sebagai berikut:

$$\nabla Y_t = \omega_0 \nabla X_{1t} + (\omega_0 - \omega_1 B) \nabla X_{2t} + \frac{1}{1 - \phi_4 B^4} a_t$$

$$(1 - B)Y_t = -65,92714(1 - B)X_{1t} + (32,56515 - 26,83304B)(1 - B)X_{2t} + \frac{1}{1 + 0,27016B^4} a_t$$

$$Y_t = -0,27016Y_{t-4} + Y_{t-1} + 0,27016Y_{t-5} - 65,92714X_{1t} + 65,92714X_{1t-1} - 17,81087614X_{1t-4} + 17,81087614X_{1t-5} + 32,56515X_{2t} - 26,83301X_{2t-1} + 8,797800924X_{2t-4} - 7,249205982X_{2t-5} - 32,56515X_{2t-1} + 26,83301X_{2t-2} - 8,797800924X_{2t-5} + 7,249205982X_{2t-6} + a_t$$

5. Pemilihan model terbaik ARIMA dan Fungsi Transfer Multi *Input*

Tabel 2. Perbandingan Nilai SBC ARIMA dan Fungsi Transfer Multi *Input*

Model	SBC
ARIMA ([3],1,[12])	293,199
Fungsi transfer multi <i>input</i> (0,0,0)(0,1,0)	906,9632

Berdasarkan Tabel 2 model terbaik yang terpilih yaitu model ARIMA ([3],1,[12]) dengan nilai SBC lebih kecil dari pada model Fungsi transfer multi *input* (0,0,0)(0,1,0) yaitu sebesar 293,199. Berdasarkan model terbaik yaitu model ARIMA ([3],1,[12]) diperoleh hasil peramalan sebagai berikut:

Tabel 3. Hasil Peramalan Curah Hujan

Periode	Peramalan	Periode	Peramalan
November 2014	38,17	Mei 2015	56,61
Desember 2014	72,33	Juni 2015	44,65
Januari 2015	143,13	Juli 2015	47,34
Februari 2015	95,01	Agustus 2015	37,91
Maret 2015	39,62	September 2015	21,85
April 2015	32,42	Oktober 2015	28,25

5. KESIMPULAN

- a. Model ARIMA terbaik dari data curah hujan Kabupaten Wonosobo adalah model ARIMA ([3],1,[12]).

$$Z_t = Z_{t-1} - 0,29444Z_{t-3} + 0,29444Z_{t-4} + a_t + 0,27503a_{t-12}$$

- b. Dari identifikasi model fungsi transfer diperoleh model fungsi transfer multi *input* dengan variabel *input* suhu dan kelembaban udara terhadap curah hujan Kabupaten Wonosobo sebagai berikut:

$$Y_t = -0,27016Y_{t-4} + Y_{t-1} + 0,27016Y_{t-5} - 65,92714X_{1t} + 65,92714X_{1t-1} - 17,81087614X_{1t-4} + 17,81087614X_{1t-5} + 32,56515X_{2t} - 26,83301X_{2t-1} + 8,797800924X_{2t-4} - 7,249205982X_{2t-5} - 32,56515X_{2t-1} + 26,83301X_{2t-2} - 8,797800924X_{2t-5} + 7,249205982X_{2t-6} + a_t$$

c. Dari model ARIMA dan fungsi transfer multi *input* diperoleh model terbaik curah hujan yaitu model ARIMA ([3],1,[12]) dengan nilai SBC sebesar 293,199.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anarsis, W. 2006. *Agribisnis Komoditas Salak*. Jakarta: Bumi Aksara.
- [2] Anonim. 2013. *Hasil Sensus Pertanian 2013 (Angka Tetap)*. Berita Resmi Statistik No. /12/3307/Th.1.
- [3] Asdak, C. 2007. *Hidrologi dan Pengelolaan Daerah Aliran Sungai*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- [4] Hasan, I. 2003. *Pokok-pokok Materi Statistik 1 (Statistik Deskriptif) Edisi Kedua*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- [5] Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan McGee, V.E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Andriyanto dan Basith, penerjemah. Jakarta: Erlangga. Terjemahan dari: *Forecasting 2nd Edition*.
- [6] Soejoeti, Z. 1987. *Materi Pokok Analisis Runtun Waktu*. Jakarta: Karunika.
- [7] Tarno. 2013. *Kombinasi Prosedur Pemodelan Subset ARIMA dan Deteksi Outlier untuk Prediksi Data Runtun Waktu*. Prosiding Seminar Nasional Statistika Universitas Diponegoro.
- [8] Tsay, R.S. 2002. *Analysis of Financial Time Series Second Edition*. A John Wiley & Sons, INC.
- [9] Wei, W. 2006. *Times Series Analysis Univariate and Multivariate methods Second Edition*. Canada: Addison Wesley Publishing Company.