JURNAL GAUSSIAN, Volume 1, Nomor 1, Tahun 2012, Halaman 229-240
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

MODEL ASURANSI KENDARAAN BERMOTOR MENGGUNAKAN DISTRIBUSI *MIXED POISSON*

Tina Diningrum[1], Yuciana Wilandari[2], Rukun Santoso[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staf Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

ABSTRACT

Motor vehicle insurance is a form of protection of motor vehicles owned by the insured. One of the activities in insurance companies is claim. Claim is risk of loss claim is paid by the insurance company to the insured. Analysis of motor vehicle insurance claims typically uses poisson distribution approach. Nevertheless in many cases of motor vehicle insurance claim, the value of variance greater than the mean value. In this case overdispersed has been going on the assumption poisson distribution. If the poisson distribution continued to be used when going overdispersed, so the poisson distribution is inefficient because it affects the error standard. To solve the problem can be used mixed Poisson distribution. This final project used two mixed Poisson distribution which is a mixture of gamma poison known as negative binomial distribution and poisson-exponential mixture known as a geometric distribution. Carried out on the data motor vehicle claim in PT. Jasa Asuransi Indonesia, Semarang branch year 2010 to 2011 it is estimated that of the 100 vehicle type Car policyholders aged <1 year will be 2 claims per year.

Keywords : motor vehicle insurance, claim. Mixed poisson distribution

1. PENDAHULUAN

Banyaknya resiko yang terjadi karena faktor bencana maupun faktor manusia membuat manusia mulai memikirkan harta dan jiwa mereka. Untuk itu didirikan asuransi, karena fungsi utama dari asuransi adalah mengatur keuangan pemegang polis terutama jika terjadi resiko. Asuransi khususnya asuransi kendaraan bermotor menarik untuk dikaji karena kendaraan bermotor merupakan barang investasi untuk kehidupan sehingga banyak masyarakat menggunakan perusahaan asuransi untuk mengalihkan resiko yang terjadi pada kendaraan bermotor mereka dari kejadian yang tidak diinginkan.

Perusahaan asuransi menggunakan statistika untuk memperkirakan klaim yang terjadi di kemudian hari dengan ketepatan yang dapat diandalkan. Distribusi poisson dapat memecahkan masalah proses klaim ini, karena dapat digambarkan dari ribuan nasabah asuransi hanya beberapa peluang kecelakaan yang terjadi, kecelakaan ini relatif kecil dibandingkan dengan jumlah nasabah asuransi. Kejadian ini akan mengarah ke distribusi poisson. Namun pada data klaim asuransi kendaraan bermotor sering terjadi *overdispersi* yaitu nilai varian lebih besar dibandingkan nilai mean. *Overdispersi* pada data kedatangan klaim dikarenakan perbedaan perilaku dalam mengemudi antar individu tidak dapat diamati oleh aktuaris.

Jika terjadi *overdispersi* model poisson dapat dikatakan tidak tepat digunakan pada model klaim asuransi kendaraan bermotor. Terjadinya *overdispersi* ini dapat diatasi dengan distribusi *mixed poisson*.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Tinjauan pustaka yang digunakan dalam tulisan ini adalah sebagai berikut:

2.1. Pengertian Asuransi

Pengertian asuransi secara umum adalah menyerahkan pertanggungan resiko kepada penanggung yaitu perusahaan asuransi untuk jangka waktu dan perjanjian-perjanjian yang telah disepakati. Definisi asuransi menurut Kitab Undang-Undang Hukum Dagang (KUHD), tentang asuransi atau pertanggungan seumurnya, Bab 9, Pasal 246: Asuransi atau Pertanggungan adalah suatu perjanjian dengan mana seorang penanggung mengikatkan diri kepada seorang tertanggung, dengan menerima suatu premi, untuk memberikan penggantian kepadanya karena suatu kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, yang mungkin akan dideritanya karena suatu peristiwa yang tak tertentu. Kerugian resiko yang dibayarkan oleh pihak asuransi kepada pihak tertanggung disebut klaim. Pembayaran klaim ini sesuai ketentuan yang tertulis pada kontrak polis.

2.2. Peubah acak

Definisi 2.1

Peubah acak X adalah suatu fungsi dengan daerah asal S dan daerah hasil bilangan riil sedemikian sehingga $X(e)=x$, dengan $e \in$S dan $x \in \mathfrak{R}$.

(Bain dan Engelhardt, 1992)

2.3. Konsep Dasar Peluang

Definisi 2.2

Jika X adalah suatu peubah acak diskrit, dengan hasil yang mungkin $x_1, x_2, \dots, x_n$ maka fungsi densitas peluangnya adalah suatu fungsi yang memenuhi kondisi :

1. $f(x_i) \geq 0$ untuk setiap i
2. $\sum_{i=1}^{n} f(x_i) = 1$
3. $f(x_i) = P(X = x_i)$

(Montgometry dan Runger, 2007)

Definisi 2.3

Jika X adalah suatu peubah acak kontinu, maka fungsi densitas peluangnya adalah suatu fungsi yang memenuhi kondisi :

1. $f(x) \geq 0$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
3. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$

(Montgometry dan Runger, 2007)

2.4 Mean dan Variansi

Definisi 2.4 Mean atau ekspektasi dari peubah acak diskrit X, yang dinotasikan dengan μ atau $E(X)$, adalah

$$\mu = E(X) = \sum_x xf(x)$$

Variansi dari X, yang dinotasikan dengan σ^2 atau $V(X)$, adalah

$$\sigma^2 = V(X) = \sum_x x^2 f(x) - \mu^2$$

Standart deviasi dari X adalah $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

(Montgometry dan Runger, 2007)

Definisi 2.5

Jika X adalah suatu peubah acak kontinu dengan fungsi densitas peluang $f(x)$, maka mean atau ekspektasi dari X yang dinotasikan dengan μ atau $E(X)$ adalah

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

Variansi dari X yang dinotasikan dengan $V(X)$ atau σ^2, adalah

$$\sigma^2 = V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)d(x) - \mu^2$$

standar deviasi dari X adalah $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

(Montgometry dan Runger, 2007)

2.5. Distribusi Poisson

Banyaknya hasil Y dalam suatu percobaan Poisson disebut suatu peubah acak Poisson dan distribusi peluangnya disebut distribusi Poisson.

Distribusi peluang peubah acak Poisson Y, yang menyatakan banyaknya sukses yang terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu, diberikan oleh

$$f(y;\mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!}, \quad \mathrm{y} = 0,1,2, ... \tag{2.1}$$

dengan μ menyatakan rata-rata banyaknya sukses yang terjadi dalam selang waktu atau daerah tertentu tersebut dan *e* = 2,71828

Distribusi poisson $f(y;\mu)$ mempunyai mean dan variansi

$$E(Y) = V(Y) = \mu$$

(Walpole, 1986)

2.6.*Overdispersi*

Overdispersi suatu kejadian yang terjadi jika nilai variansi lebih besar dibanding nilai mean, padahal pada distribusi poisson nilai mean sama dengan nilai variansi. Keadaan overdispersi ini dampaknya sama dengan keadaan heterokedastisitas pada data. Jika model pada distribusi poisson tetap dipakai padahal terjadi overdispersi maka parameter koofisien regresi tetap konstan namun tidak efisien karena berdampak pada standart error. Saat terjadi overdispersi persamaan hubungan antara variansi dan mean sebagai berikut $V(\mu_i) = \phi\mu_i$. Dengan nilai ϕ adalah konstan. ϕ dapat dicari dengan pendekatan pearson chi square sebagai berikut $\phi = \frac{\chi^2}{df}$

(Agresti, 2002)

2.7.Distribusi Binomial

Definisi 2.7

Banyaknya sukses x dalam n kejadian suatu percobaan Binomial disebut peubah acak Binomial. Distribusi peluang Binomial:

$$f(x;n,p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}; x = 0,1,2, ...$$

dengan mean dan variansi sebagai berikut

$$E(X) = np \tag{2.4}$$

$$V(X) = npq \tag{2.5}$$

(Walpole, 1986)

2.8. Distribusi Eksponensial

Definisi 2.8

Peubah acak kontinu X berdistribusi eksponensial, dengan parameter λ, bila fungsi densitas peluangnya berbentuk

$$f(x;\lambda) = \begin{cases} \lambda \exp(-x\lambda) & x > 0 \\ 0 & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

dengan parameter λ adalah sebuah bilangan riil, konstanta positif. Densitas eksponensial berhubungan erat dengan distribusi poisson dan keterangan mengenai hubungan ini akan membantu mengembangkan pengertian dari beberapa macam keadaan densitas eksponensial yang lebih tepat.

Mean dan variansi distribusi eksponensial adalah sebagai berikut

$$E(x) = 1/\lambda \tag{2.6}$$

$$V(x) = (1/\lambda)^2 \tag{2.7}$$

(Walpole, 1986)

2.9. Distribusi Gamma

Definisi 2.9

Peubah acak kontinu X berdistribusi gamma, dengan parameter α dan β, maka fungsi densitas peluangnya berbentuk

$$f(x;\alpha,\beta) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} & x > 0 \\ 0 & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

dengan $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$

Mean dan variansi distribusi gamma

$$E(X) = \alpha\beta \tag{2.9}$$

$$V(X) = \alpha\beta^2 \tag{2.10}$$

(Walpole, 1986)

2.10. Distribusi Mixed Poisson

Distribusi mixed poisson terjadi jika nilai mean dari distribusi poisson dinyatakan dalam suatu distribusi lain. Jika nilai mean dinyatakan dalam distribusi gamma maka model dari distribusi tersebut disebut model regresi binomial negatif, sedangkan jika nilai mean dinyatakan dalam distribusi eksponensial maka model dari distribusi tersebut disebut model regresi geometrik.

2.10.1. Distribusi Binomial Negatif $(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$

Pada regresi binomial negatif peubah respon Y_i diasumsikan berdistribusi binomial negatif yang dihasilkan dari distribusi mixture poisson-gamma. Fungsi densitas peluang binomial negatif sebagai berikut

$$\begin{aligned} f(y;\alpha,\beta) &= \int_0^\infty \frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \mu^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\mu}{\beta}\right) d\mu \\ &= \frac{\beta^{-\alpha}}{y!\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty e^{-\mu(1+\beta)} \mu^{y+\alpha-1} d\mu \end{aligned}$$

Jika dimisalkan $v = (1 + 1/\beta)\mu$ maka $dv = (1 + 1/\beta)d\mu$, $v = 0$ sampai $v = \infty$ dari perubahan $\mu = 0$ sampai $\mu = \infty$ sehingga menjadi

$$\begin{aligned} f(y;\alpha,\beta) &= \frac{\beta^{-\alpha}}{y!\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty e^{-v} \left(\frac{\beta v}{1+\beta}\right)^{y+\alpha-1} \frac{\beta}{1+\beta} dv \\ &= \frac{\beta^{-\alpha}}{y!\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{y+\alpha} \int_0^\infty e^{-v} v^{y+\alpha-1} dv \end{aligned}$$

$$= \frac{\beta^{-\alpha}}{y!\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{\alpha} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{y} \Gamma(y+\alpha)$$
$$= \frac{\beta^{-\alpha}\beta^{\alpha}}{y!\Gamma(\alpha)} \left(\frac{1}{1+\beta}\right)^{\alpha} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{y} \Gamma(y+\alpha)$$
$$= \frac{\Gamma(y+\alpha)}{y!\Gamma(\alpha)} \left(\frac{1}{1+\beta}\right)^{\alpha} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{y} \quad (2.11)$$

2.10.2. Distribusi Geometrik

Pada distribusi geometrik peubah respon Y_i diasumsikan berdistribusi geometrik yang dihasilkan dari distribusi mixture poisson-eksponensial.

$$f(y;\lambda) = \int_0^\infty \frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!} \lambda e^{-\lambda\mu} d\mu$$
$$= \frac{\lambda}{y!} \int_0^\infty e^{-\lambda\mu} e^{-\mu} \mu^y d\mu$$
$$= \frac{\lambda}{y!} \int_0^\infty e^{-(\lambda+1)\mu} \mu^y d\mu$$

Misalkan $v = (\lambda+1)\mu$ maka $dv = (\lambda+1)d\mu$, dengan batas $v = 0$ sampai $v = \infty$ dari perubahan $\mu = 0$ sampai $\mu = \infty$ sehingga menjadi

$$f(y;\lambda) = \frac{\lambda}{y!} \int_0^\infty \left(\frac{v}{\lambda+1}\right)^{y} e^{-v} \frac{1}{(\lambda+1)} dv$$
$$= \frac{\lambda}{y!} \left(\frac{1}{\lambda+1}\right)^{y+1} \int_0^\infty v^y e^{-v} dv$$
$$= \frac{\lambda}{y!} \left(\frac{1}{\lambda+1}\right)^{y+1} \Gamma(y+1)$$
$$= \frac{\lambda}{y!} \left(\frac{1}{\lambda+1}\right)^{y+1} y! = \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right) \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{y} \quad (2.12)$$

2.12. Estimasi Maksimum Likelihood

2.12.1. Estimasi Maksimum Likelihood untuk Distribusi Poisson

Fungsi likelihood poisson adalah

$$L(y;\mu) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\mu_i{}^{y_i} e^{-\mu_i}}{y_i!}$$
$$= \frac{\left[\prod_{i=1}^{n} \mu^{y_i}\right] \exp[-n\mu]}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}$$

Selanjutnya dari fungsi likelihood diambil nilai logaritmanya sehingga diperoleh fungsi log-likelihood dari persamaan diatas sebagai berikut:

$$\log L(y;\mu) = \log\{\prod_{i=1}^{n} f(y:\mu)\}$$
$$= \log\left\{\prod_{i=1}^{n} \frac{\mu^y e^{-\mu}}{y_i!}\right\}$$
$$= \log\left\{\frac{\left[\prod_{i=1}^{n} \mu^{y_i}\right] \exp[-n\mu]}{\prod_{i=1}^{n} y_i!}\right\}$$
$$= \log\{\prod_{i=1}^{n} [\mu^{y_i}]\} + \log\{\exp[-n\mu]\} - \log\{\prod_{i=1}^{n} y_i!\}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} y_i \log\mu - n\mu - \sum_{i=1}^{n} \log y_i! \quad (2.30)$$

syarat untuk memaksimumkan$L(y;\mu)$ terpenuhi, yaitu

$$\frac{d\ln(y:\mu)}{d\mu} = -n + \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{\mu} = 0$$
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{\mu} = n$$
$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

$$\frac{d^2 \ln(y:\mu)}{d\,\mu^2} = -\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{\mu^2} < 0$$

2.12.2. Estimasi Maksimum Likelihood untuk Distribusi Binomial Negatif

Fungsi likelihood Binomial Negatif adalah

$$L(y:\alpha,\beta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\Gamma(y+\alpha)}{y!\Gamma(\alpha)} \left(\frac{1}{1+\beta}\right)^{\alpha} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{y}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{1+\beta}\right)^{n\alpha} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{\sum_{i=1}^{n} y_i}}{(\Gamma(\alpha))^n} \prod_{i=1}^{n} \frac{\Gamma(y_i+\alpha)}{y!}$$

Selanjutnya dari fungsi likelihood diambil nilai logaritmanya sehingga diperoleh fungsi log-likelihood dari persamaan diatas sebagai berikut:

$$\log L(y:\alpha,\beta) = \log\{\textstyle\prod_{i=1}^{n} f(\mathrm{y}:\alpha,\beta)\}$$

$$= \log\left\{\frac{\left(\frac{1}{1+\beta}\right)^{n\alpha} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{\sum_{i=1}^{n} y_i}}{(\Gamma(\alpha))^n} \prod_{i=1}^{n} \frac{\Gamma(y_i+\alpha)}{y!}\right\}$$

$$= \log \prod_{i=1}^{n} \Gamma(y_i+\alpha) - \log \prod_{i=1}^{n} y_i! - \Gamma(\alpha)^n + \left(\frac{1}{1+\beta}\right)^{n\alpha} \left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{\sum_{i=1}^{n} y_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \log\Gamma(y_i+\alpha) - \sum_{i=1}^{n} \log(y_i!) - n\log(\Gamma(\alpha)) + n\alpha\log\left(\frac{1}{1+\beta}\right) + \sum_{i=1}^{n} y_i \log\left(\frac{\beta}{1+\beta}\right) \quad (2.31)$$

Misalkan $\left(\frac{1}{1+\beta}\right)$ = r sehingga $\left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)$ = 1-r, log likelihoodnya menjadi

$$\log L(y:r) = \sum_{i=1}^{n} \log\Gamma(y_i+\alpha) - \sum_{i=1}^{n} \log(y_i!) - n\log(\Gamma(\alpha)) + n\alpha\log r + \sum_{i=1}^{n} y_i \log(1-\mathrm{r})$$

syarat untuk memaksimumkan $L(y:r)$ terpenuhi, yaitu

$$\frac{d\ln(y:r)}{d(r)} = \frac{n\alpha}{r} - \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{1-r} = 0$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{1-r} = \frac{n\alpha}{r}$$

$$r\sum_{i=1}^{n} y_i = n\alpha(1-r)$$

$$\hat{r} = \frac{n\alpha}{\sum_{i=1}^{n} y_i + (n\alpha)\sum_{i=1}^{n} y_i}$$

$$\frac{d^2\ln(y:r)}{d^2(r)} = -\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{(1-r)^2} + \frac{n\alpha}{r^2}$$

$$-\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{(1-r)^2} + \frac{n\alpha}{r^2} < 0$$

2.11.1. Estimasi Maksimum Likelihood untuk Distribusi Geometrik

Fungsi likelihood Geometrik adalah

$$L\left(y:\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\right) = \prod_{i=1}^{n} f(y;\lambda)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{y_i}$$

$$= \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{y_1} \ldots\ldots \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{y_n}$$

$$= \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^{n}\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{\sum_{i=1}^{n} y_i}$$

Selanjutnya dari fungsi likelihood diambil nilai logaritmanya sehingga diperoleh fungsi log-likelihood dari persamaan diatas sebagai berikut:

$$\log L\left(y:\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\right) = \log\left\{\prod_{i=1}^{n} f\left(y:\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\right)\right\}$$

$$= \log\left\{\prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{y_i}\right\}$$

$$= \log\left\{\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^n \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^{\sum_{i=1}^n y_i}\right\}$$

$$= \text{n} \log\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right) + \sum_{i=1}^n y_i \log\left(\frac{1}{1+\lambda}\right) \qquad (2.32)$$

syarat untuk memaksimumkan $L\left(y{:}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\right)$ terpenuhi, yaitu

Misalkan r = $\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)$ sehingga

$$\frac{d\ln(y{:}r)}{d(r)} = \frac{n}{r} - \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{1-r} = 0$$

$$\frac{n}{r} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{1-r}$$

$$n - nr = r\sum_{i=1}^n y_i$$

$$\hat{r} = \frac{n}{n+\sum_{i=1}^n y_i}$$

$$\frac{d^2\ln(y{:}r)}{d^2(r)} = -\frac{n}{r^2} - \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{(1-r)^2}$$

$$-\frac{n}{r^2} - \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{(1-r)^2} < 0$$

2.12. Uji Rasio Likelihood

2.12.1. Uji Rasio Likelihood Poisson – Binomial Negatif

Hipotesis: H_0 : distribusi poisson merupakan distribusi yang tepat

H_1 : distribusi binomial negatif merupakan distribusi yang tepat

Tingkat signifikan: δ

Statistik uji: G = -2 ln $\left(\frac{\text{likelihood tanpa variabel bebas}}{\text{likelihood dengan variabel bebas}}\right)$

$= 2(\ln L_{BN} - \ln L_{Poisson})$

Kriteria uji: Tolak H_0 jika G > $\chi^2_{\delta,k}$ atau Sig < δ

k = jumlah variabel bebas

2.12.2. Uji Rasio Likelihood Poisson – Geometrik

Hipotesis: H_0 : distribusi poisson merupakan distribusi yang tepat

H_1 : distribusi geometrik merupakan distribusi yang tepat

Tingkat signifikan: δ

Statistik uji: G = -2 ln $\left(\frac{\text{likelihood tanpa variabel bebas}}{\text{likelihood dengan variabel bebas}}\right)$

$= 2(\ln L_{Geometrik} - \ln L_{Poisson})$

Kriteria uji: Tolak H_0 jika G > $\chi^2_{\delta,k}$ atau Sig < δ

Dengan k = jumlah variabel bebas

2.13. Uji Wald

Setelah dilakukan uji rasio likelihood maka akan dilakukan uji signifikansi individu variabel bebasnya dengan menggunakan uji Wald, kemudian dilihat apakah terdapat variabel bebas yang tidak signifikan dalam model atau tidak. Jika terdapat variabel bebas yang tidak signifikan maka perlu reduksi terhadap model tersebut. Hipotesis uji wald adalah sebagai berikut:

Hipotesis : H_0 : untuk masing-masing koefisien = 0

H_1 : untuk masing-masing koefisien $\neq$ 0

Tingkat signifikan: δ

Statistik uji :

$$W_j = \left(\frac{\theta_j}{SE(\theta_j)}\right)^2 \qquad j = 1,2,\dots,k$$

Kriteria Uji :

Tolak H_0 jika statistik uji $W_j \geq \chi^2_{\delta;1}$ atau sig < δ

3. HASIL dan PEMBAHASAN

Data klaim asuransi kendaraan bermotor yang diambil dari PT Jasa Asuransi Indonesia cabang Semarang yang terdiri dari jumlah polis (n), jenis kendaraan (dibagi menjadi 2 kelas yaitu sepeda motor dan mobil), umur kendaraan (dibagi menjadi 2 kelas yaitu "1" untuk umur < 1 tahun dan "2" untuk umur ≥ 1 tahun). Namun untuk data jumlah polis pihak PT Jasa Asuransi Indonesia cabang Semarang tidak dapat memberikan sehingga data jumlah polis pada tugas akhir ini merupakan data simulasi. Data klaim asuransi kendaraan bermotor berdasarkan pengamatan setiap harinya terlebih dahulu dilakukan pengecekan asumsi bahwa variabel respon Y_i berdistribusi poisson menggunakan uji Kolmogorov Smirnov dengan bantuan program *SPSS 13 for Windows*.

Tabel 1. Uji Kolmogorov Smirnov

		Klaim
N		713
Poisson Parameter	Mean	0.12262
Most Extreme Differences	Absolute	0.016
	Postive	0.016
	Negative	-0.011
Kolmogorov-smirnov Z		0.433
Asymp. Sig. (2-tailed)		0.992

Hipotesis yang digunakan sebagai berikut:

Hipotesis:

H_o : $F(X) = F_0(X)$ (Data berdistribusi poisson)

H_1 : $F(X) \neq F_0(X)$ (Data tidak berdistribusi poisson)

Tingkat signifikansi: δ= 5%

Berdasarkan tabel 1 nilai asymn sig (2-tailed) tabel one-sample kolmogorov-smirnov test adalah 0.992, karena asymn sig (2-tailed)(0.992) > 0.05 maka dapat disimpulkan data berdistribusi poisson.

- ***Overdispersi* Model Poisson**

Tabel 2. Output Model Regresi Poisson

```
                         Model Information

              Data Set                    WORK.INSURE
              Distribution                    Poisson
              Link Function                       Log
              Dependent Variable                    c
              Offset Variable                      Ln
              Observations Used                     4

                Criteria For Assessing Goodness Of Fit

     Criterion                 DF           Value        Value/DF

     Deviance                   1         16.4895         16.4895
     Scaled Deviance            1         16.4895         16.4895
     Pearson Chi-Square         1         19.5352         19.5352
     Scaled Pearson X2          1         19.5352         19.5352
     Log Likelihood                      196.7112

Algorithm converged.
```

Dari uji *pearson chi-square* dibagi derajat bebas adalah 19.5352. Nilai ini lebih besar dari pada satu, hal ini berarti terjadi overdispersi pada model regresi poisson. Dapat disimpulkan variansi model poisson lebih besar dari nilai mean.

- **Uji Rasio Likelihood Poisson-Binomial Negatif**

Tabel 3. Output Regresi Binomial Negatif

Model Information

Data Set	WORK.INSURE
Distribution	Negative Binomial
Link Function	Log
Dependent Variable	c
Offset Variable	Ln
Observations Used	4

Criteria For Assessing Goodness Of Fit

Criterion	DF	Value	Value/DF
Deviance	1	4.1174	4.1174
Scaled Deviance	1	4.1174	4.1174
Pearson Chi-Square	1	3.8962	3.8962
Scaled Pearson X2	1	3.8962	3.8962
Log Likelihood		199.8272	

Algorithm converged.

Hipotesis:

H_0 : distribusi poisson merupakan distribusi yang tepat

H_1 : distribusi binomial negatif merupakan distribusi yang tepat

Tingkat signifikan: δ=5%

Statistik uji:

$$G = -2 \ln \left(\frac{\text{likelihood tanpa variabel bebas}}{\text{likelihood dengan variabel bebas}}\right)$$

$$= 2(\ln L_{BN} - \ln L_{Poisson})$$

$$= 2(199.8272 - 196.7112) = 6.232$$

Nilai G (6.232) > $\chi^2_{0.05,2}$(5.99) artinya distribusi binomial negatif merupakan distribusi yang tepat atau model distribusi binomial negatif lebih baik digunakan daripada model distribusi poisson.

- **Uji Rasio Likelihood Poisson-Geometrik**

Tabel 4 Output Regresi Geometrik

Model Information

Data Set	WORK.INSURE
Distribution	Geometric
Link Function	Log
Dependent Variable	c
Offset Variable	Ln
Observations Used	4

Analysis Of Parameter Estimates

Parameter		DF	Estimate	Standard Error	Wald 95% Confidence Limits		Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept		1	-3.8748	0.8116	-5.4655	-2.2842	22.80	<.0001
car	mobil	1	-1.1464	1.1399	-3.3805	1.0878	1.01	0.3146
car	motor	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
age	1	1	1.0752	1.1401	-1.1594	3.3098	0.89	0.3456
age	2	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
Dispersion		0	1.0000	0.0000	1.0000	1.0000		

Hipotesis:

H_0 : distribusi poisson merupakan distribusi yang tepat

H_1 : distribusi geometrik merupakan distribusi yang tepat

Tingkat signifikan: δ=5%

Statistik uji:

$$G = -2\ln\left(\frac{\text{likelihood tanpa variabel bebas}}{\text{likelihood dengan variabel bebas}}\right)$$
$$= 2(\ln L_{Geometrik} - \ln L_{Poisson})$$
$$= 2(198.1739 - 196.7112) = 2.9254$$

Nilai G (2.9254) < $\chi^2_{0.05,2}$(5.99) artinya distribusi poisson merupakan distribusi yang tepat atau model distribusi poisson lebih baik digunakan daripada model distribusi geometrik.

- **Uji Wald**

Setelah dilakukan uji rasio likelihood maka akan dilakukan uji signifikansi individu variabel bebasnya dengan menggunakan uji Wald, karena hanya distribusi binomial negatif yang memiliki model lebih baik dibandingkan model poisson, maka hanya variabel bebas pada model distribusi binomial negatif yang akan diuji wald. Variabel bebas yang akan diuji diantaranya jenis kendaraan dan umur kendaraan.

Tabel 3. Output Regresi Binomial Negatif

Model Information

Data Set	WORK.INSURE
Distribution	Negative Binomial
Link Function	Log
Dependent Variable	c
Offset Variable	Ln
Observations Used	4

Analysis Of Parameter Estimates

Parameter		DF	Estimate	Standard Error	Wald 95% Confidence Limits		Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept		1	-3.9542	0.4259	-4.7890	-3.1194	86.18	<.0001
car	mobil	1	-1.0677	0.5169	-2.0808	-0.0546	4.27	0.0389
car	motor	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
age	1	1	1.0954	0.5146	0.0869	2.1039	4.53	0.0333
age	2	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.	.
Dispersion		1	0.1788	0.1608	-0.0222	0.4940		

Nilai sig Pr>chiSq jenis mobil pada *analysis of parameter estimator* adalah 0.0389. Karena sig (0.0389) < δ (0,05) maka koefisien jenis mobil $\neq 0$ yang artinya variabel bebas jenis mobil dapat digunakan dalam model.

Nilai sig Pr>chiSq umur < 1 tahun pada *analysis of parameter estimator* adalah 0.0333. Karena sig (0.0333) < δ (0,05) maka koefisien umur < 1 tahun $\neq 0$ yang artinya variabel bebas umur < 1 tahun dapat digunakan dalam model.

Setelah dilakukan uji wald untuk masing-masing variabel bebas maka dapat disimpulkan bahwa jenis kendaraan dan umur kendaraan dapat digunakan dalam model. Sehingga model distribusi yang tepat untuk kasus klaim asuransi kendaraan bermotor adalah distribusi binomial negatif dengan model persamaan log link sebagai berikut:

$$\mu_i = \exp\left(-3.9542 - 1.0677 jenis_{mobil} + 1.0954\, umur_1\right)$$

Dari persamaan tersebut didapat:

1. Setiap 100 polis motor umur < 1 tahun terdapat 5,7 ≈ 6 klaim .
2. Setiap 100 polis motor umur ≥ 1 tahun terdapat 1,9 ≈ 2 klaim.
3. Setiap 100 polis mobil umur < 1 tahun terdapat 2 klaim.
4. Setiap 100 polis mobil umur ≥ 1 tahun terdapat 0.7 ≈ 1

4. KESIMPULAN

Dari analisis data klaim asuransi kendaraan bermotor PT Jasa Asuransi Indonesia cabang Semarang tahun buku 2010 hingga 2011 yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa:

1. Data klaim berdistribusi poisson ini dibuktikan dengan uji kolmogorov smirnov yang menunjukan nilai asymn sig (2-tailed) 0.992 > 0.05. Namun terjadi *overdispersi* pada distribusi poisson, ini berarti distribusi poisson kurang tepat digunakan untuk model klaim asuransi kendaraan bermotor.
2. Dari uji rasio likelihood untuk distribusi poisson-binomial negatif dan untuk distribusi poisson-geometrik disimpulkan bahwa distribusi binomial negatif lebih tepat digunakan untuk data klaim asuransi kendaraan bermotor sedangkan distribusi geometrik tidak bisa digunakan untuk mengantikan distribusi poisson.
3. Karena distribusi binomial negatif yang tepat untuk model klaim maka dilakukan uji wald pada model distribusi binomial negatif untuk masing-masing variabel bebas, disimpulkan variabel jenis kendaraan mobil dan umur < 1 tahun dapat dimasukan pada model sehingga didapat model klaim asuransi kendaraan bermotor sebagai berikut

$$\mu_i = \exp\left(-3.9542 - 1.0677 jenis_{mobil} + 1.0954\ umur_1\right)$$

DAFTAR PUSTAKA

Agresti, A. 2002. *Categorical Data Analisis. Second Edition*. New York : John Wiley and Sons, INC.

Ali, A. H. 2002. Pengantar Asuransi. Jakarta: PT. Bumi Aksara.

Bain, L.J and Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics 2nd Edition*. California: Duxbury Press.

Cameron, A.C. & Trivedi, P.K. 1999. *Essentials of count data regression*. A Companionto Theoretical Econometrics, Blackwell.

Denuit, M., Marechal, X., Pitrebois, S. and Walhin, J. F. 2007. *Actuarial Modelling of Claim Counts*. England: John Wiley & Sons, Ltd.

Klugman, S. A., Harry, H. P. and Gordon, E. W. 2004. *Loss Models From Data to Decisions 2nd Edition*. New Jersey: John Wiley, Inc.

Montgomery, D.C. and Runger, C. G. 2007. *Applied Statistic and Probability for Engineers*. New York: Jhon Wiley and Sons, INC.

Walpole, E. and Myers, R.H. 1986. *Terjemahan R.K. Sembiring, Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Bandung: Penerbit ITB.