

## ANALISIS GRAFIK PENGENDALI NONPARAMETRIK DENGAN ESTIMASI FUNGSI DENSITAS KERNEL PADA KASUS WAKTU PELOROTAN BATIK TULIS

Hana Hayati<sup>1</sup>, Rukun Santoso<sup>2\*)</sup>, Agus Rusgiyono<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mahasiswa Jurusan Statistika FSM UNDIP

<sup>2,3</sup>Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

### ABSTRACT

The quality of the product becomes one of the basic factors in the decisions of consumers in selecting products. A company needs a quality control for keeping the consistency of product quality. One of statistic tools which can be used in quality control is a control chart. If the obtained data do not have a specific distribution assumption, it is needs to use nonparametric control chart as the solution. One of ways to describe the nonparametric control chart is a kernel density estimation. The most important point in the kernel density estimation is optimal *bandwidth* selection and one of the method that can be used is *Least Squares Cross Validation*. In this case, will be described a nonparametric control chart to data of vanishing candle at batik in Pekalongan using Rectangular, Triangular, Biweight and Epanechnikov kernel density estimation. Based on the data processing using R.2.14, the result was obtained that from the four kernel estimatios which were used, the obtained control chart by the Rectangular kernel density estimation which have the largest value of variance. It shows that the control chart by the Rectangular kernel density estimation is the widest control chart. While, the obtained control chart by the Epanechnikov kernel density estimation which have the smallest value of variance. It shows that the control chart by the Epanechnikov kernel density estimation is the narrowest control chart.

**Keywords :** *quality control, control chart, nonparametric, kernel density estimation, Bandwidth, Least Squares Cross Validation.*

## 1. PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Kualitas hasil produksi menjadi salah satu faktor dasar keputusan konsumen dalam memilih suatu produk. Konsumen akan merasa puas apabila produk yang dibeli sesuai dengan keinginan dan harapannya. Sementara itu, untuk menjaga konsistensi kualitas produk yang dihasilkan dan sesuai dengan tuntutan kebutuhan pasar, perlu dilakukan pengendalian kualitas (*quality control*) atas aktivitas proses yang di jalani. Pengendalian kualitas bertujuan untuk menerima produk yang memenuhi syarat dan menolak produk yang tidak memenuhi syarat sehingga banyak bahan, tenaga, dan waktu yang tidak terbuang. Berdasarkan hal tersebut, muncul pemikiran untuk menciptakan sistem yang dapat mencegah timbulnya masalah mengenai kualitas agar kesalahan yang pernah terjadi tidak terulang lagi.

Salah satu alat yang dapat digunakan dalam pengendalian kualitas suatu produk adalah grafik pengendali shewhart yang ditemukan pertama kali oleh Dr.walter A Shewhart. Pada kenyataannya, karakteristik kualitas tidak selalu diketahui distribusinya, yang ada hanya data mentah hasil observasi. Dalam kasus sampel pada tulisan ini yaitu data waktu pelorotan batik tulis tidak diketahui distribusinya, sehingga grafik pengendali Shewhart kurang sesuai jika digunakan. Oleh karena itu, dikembangkan alternatif grafik pengendali dengan pendekatan nonparametrik. Salah satu cara untuk membangun grafik pengendali nonparametrik yaitu berdasarkan pendekatan kernel yang telah diperkenalkan oleh Vermaat et al. (2003).

Estimasi densitas kernel ditentukan oleh fungsi kernel dan *bandwidth*. Kebaikan penduga densitas kernel ditentukan oleh dua hal penting yaitu pemilihan fungsi kernel dan *bandwidth*. Namun, yang paling menentukan adalah pemilihan *bandwidth* yang optimal (Santoso, 2008).

## 1.2. Tujuan

1. Menerapkan grafik pengendali nonparametrik untuk data waktu pelorotan batik tulis yang tidak diketahui distribusinya, berdasarkan estimasi fungsi densitas kernel.
2. Membuat grafik pengendali nonparametrik dengan estimasi densitas kernel berdasarkan *bandwidth* yang optimal.
3. Membandingkan hasil grafik pengendali nonparametrik dengan estimasi fungsi densitas kernel yang berbeda.
4. Memilih grafik nonparametrik dengan estimasi fungsi densitas kernel yang terbaik.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Karakteristik Kualitas Batik Tulis

Dalam memilih batik tulis, hendaknya diperhatikan karakteristik batik tulis yang berkualitas bagus, antara lain :

#### 1. Warna dan Motif Batik

Kualitas motif yang baik dapat ditentukan oleh proses ketebalan malam/lilin yang dipakai, yang dapat diukur dengan lamanya waktu proses pelorotan batik tersebut. Jika terlalu tipis, maka malam/lilin tersebut bisa meleleh pada saat proses pewarnaan sehingga dapat merusak motif yang telah digambar. Akan tetapi, jika terlalu tebal, maka malam/lilin akan terlalu menempel pada kain sehingga akan menyulitkan ketika proses pelorotan dan harus dilakukan berulang – ulang sehingga dapat menyebabkan warna yang dihasilkan kurang bagus. Oleh sebab itu, ukuran ketebalan malam / lilin, dapat diukur dengan lamanya waktu pelorotan, karena waktu pelorotan yang lebih lama mengindikasikan bahwa malam yang digunakan terlalu tebal, sedangkan waktu pelorotan yang kurang dari standar mengindikasikan bahwa malam yang digunakan terlalu tipis.

#### 2. Bahan kain yang halus dan Kualitas Jahitan :

Bahan kain untuk batik tulis yang mempunyai kualitas yang baik dan yang biasa digunakan adalah kain sutera. Jahitan pakaian batik tersebut juga harus rapi, kuat dan tidak mudah sobek. Antara jahitan sebelah kanan dan kiri simetris, atas dan bawah harus proporsional.

### 2.2 Grafik Pengendali Parametrik

#### 2.2.1 Pengertian Grafik Pengendali Parametrik

Grafik pengendali (*control chart*) digunakan untuk membantu dalam menentukan apakah proses berada dalam pengendalian atau tidak. Teori umum grafik pengendali pertama kali ditemukan oleh Dr. Walter A Shewhart, dan grafik pengendali yang dikembangkan menurut asas-asas ini kerap kali dinamakan Grafik Pengendali Shewhart. Grafik inilah yang juga disebut dengan grafik parametrik, karena mempunyai parameter tertentu sebagai karakteristiknya.

### 2.2.2 Asas – asas Dasar Grafik Pengendali Parametrik

Grafik pengendali memuat garis tengah yang merupakan nilai rata – rata karakteristik kualitas. Lalu ada juga sebuah garis di atasnya yang dinamakan batas pengendali atas (BPA) serta sebuah garis di bawah garis tengah yang disebut batas pengendali bawah (BPB). Secara umum, menurut Montgomery (1990), batas pengendali atas, garis tengah, dan batas pengendali bawah dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\text{BPA} = \mu + k\sigma$$

$$\text{GT} = \mu$$

$$\text{BPB} = \mu - k\sigma$$

Batas – batas pengendali yang biasa digunakan adalah  $k = 3$ . Hal ini dikarenakan batas toleransi alami pada distribusi normal adalah sebesar 99,73% dari variabel itu, dengan kata lain hanya sebesar 0,27% dari proses akan jatuh di luar batas toleransi alami. Jadi, jika digunakan grafik pengendali 3 sigma, maka hanya ada 27 diantara 10.000 sampel yang akan terdeteksi di luar batas pengendali.

### 2.4 Pengertian Fungsi Densitas Kernel

Grafik pengendali yang menggunakan pendekatan nonparametrik ini yang disebut grafik pengendali nonparametrik. Grafik pengendali nonparametrik dapat dibuat berdasarkan fungsi densitas kernel yaitu Grafik Pengendali Kernel yang diperkenalkan oleh Vermaat et al (2003).

Menurut Pattitahun (2012), fungsi densitas kernel merupakan salah satu metode nonparametrik untuk menduga fungsi kepadatan probabilitas dari suatu variabel acak. Estimator densitas kernel merupakan pengembangan dari estimator histogram.

Jika  $\{X_i\}$   $i = 1, 2, \dots, n$  data pengamatan independen dari suatu distribusi dengan densitas  $f$  (tak diketahui), maka estimator densitas kernel  $f$  dengan kernel  $K$  dan lebar jendela  $h$  didefinisikan sebagai  $\hat{f}_x = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$

Fungsi kernel, dinotasikan  $K(x)$  merupakan suatu fungsi yang pada pemanfaatannya diberlakukan pada setiap titik data. Fungsi ini mempunyai tiga sifat, yaitu:

- 1)  $K(x) \geq 0$  untuk semua  $x$
- 2)  $\int_{-\infty}^{\infty} K(x) = 1$
- 3)  $K(-x) = K(x)$  untuk semua  $x$  (sifat simetri).
- 4)

Menurut Hardle (1990), terdapat beberapa fungsi kernel antara lain:

Nama Kernel	Bentuk Fungsi
Rectangular	$K(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{untuk }  x  \leq 1 \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases}$
Triangular	$K(x) = \begin{cases} 1 -  x , & \text{untuk }  x  \leq 1 \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases}$

Biweight	$K(x) = \begin{cases} \frac{15}{16} (1 - x^2)^2 & \text{untuk }  x  \leq 1 \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases}$
Epanechnikov	$K(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} (1 - x^2) & \text{untuk }  x  \leq 1 \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases}$

## 2.5 Penaksir Fungsi Densitas Kernel

Menurut Santoso (2008), Jika  $F(x)$  adalah fungsi distribusi kumulatif dengan  $x$  adalah variabel acak kontinu, maka peluang suatu kejadian lebih kecil atau sama dengan  $x$  adalah  $F(x) = P(X \leq x)$ . Hubungan antara  $F(x)$  dengan fungsi densitas  $f(x)$  dinyatakan dengan  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$ . Dari persamaan tersebut, didapat persamaan

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{d}{dx} F(x) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{F(x+h)}{h} - \frac{F(x)}{h}}{\frac{F(x+h) - F(x)}{h}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} \end{aligned} \quad (1)$$

Persamaan (1) tersebut dapat juga ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{d}{dx} F(x) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{F(x)}{h} - \frac{F(x-h)}{h}}{\frac{F(x) - F(x-h)}{h}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x) - F(x-h)}{h} \end{aligned} \quad (2)$$

Persamaan (1) dan (2) bila dijumlahkan akan menjadi persamaan:

$$\begin{aligned} 2f(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x-h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x-h)}{2h} \end{aligned} \quad (3)$$

Apabila persamaan (3) diestimasi dengan fungsi distribusi empirik, maka persamaan tersebut akan menjadi :

$$\begin{aligned} \hat{f}(x) &= \frac{F(x+h) - F(x-h)}{2h} \\ &= \frac{1}{2nh} \# x_i \end{aligned} \quad (4)$$

$\# x_i$  banyaknya data yang terletak dalam interval  $[(x-h), (x+h)]$

Jika didefinisikan fungsi kernel

$$K(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{untuk } |x| \leq 1 \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases}$$

Maka Persamaan (4) tersebut dapat ditulis sebagai

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$$

Dengan  $n$  = ukuran sampel

$x$  = peubah bebas

$x_i$  = titik sampel ke- $i$   $i = 1, 2, 3, \dots, n$

$h$  = nilai *bandwidth*

## 2.6 Penduga Densitas Terbaik

Kebaikan penduga densitas kernel ditentukan oleh dua hal penting yaitu pemilihan fungsi kernel dan *bandwidth*. Namun, yang paling menentukan adalah pemilihan *bandwidth* yang optimal (Santoso, 2008). *Bandwidth* disebut juga sebagai parameter pemulus karena nilai *bandwidth* yang kecil memberikan grafik yang kurang mulus (*under smooth*) sedangkan nilai *bandwidth* yang besar memberikan grafik yang sangat mulus (*over smooth*).

Menurut Taungke (2011), salah satu metode pemilihan *bandwidth* optimal adalah menggunakan metode *Cross Validation*. Metode ini merupakan metode yang digunakan untuk menduga kesalahan prediksi. Salah satu bentuk *Cross Validation* adalah *Least Squares Cross Validation*. Metode ini didasarkan atas meminimalan kriteria kesalahan estimasi densitas yaitu *Integrated Squares Error* (ISE). ISE adalah integrasi selisih kuadrat antara fungsi densitas yang akan diestimasi  $f$  dengan estimator densitas kernel  $\hat{f}_h$  yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{ISE} &= \int (\hat{f}_h(x) - f(x))^2 dx \\ &= \int \hat{f}_h^2(x) dx - 2 \int \hat{f}_h(x)f(x) dx + \int f^2(x) dx \\ &= A + B + C \end{aligned}$$

Bagian A dapat dihitung dari data dan bagian C merupakan nilai konstan yang tidak tergantung kepada  $h$ , karena merupakan fungsi densitas yang diestimasi. Maka, bagian C dapat dipindah ke ruas kiri sehingga meminimalkan ISE identik dengan meminimalkan

$$\text{ISE} - \int f^2(x) dx = \int \hat{f}_h^2(x) dx - 2 \int \hat{f}_h(x)f(x) dx$$

Menurut Rudemo (1982), bagian B adalah  $2 \int \hat{f}_h(x)f(x) dx$  dapat didekati secara numerik dengan  $2E[\hat{f}_h(X)]$  dimana ekspektasi ini dihitung dengan menggunakan metode *leave one out cross-validation*. Sehingga, *bandwidth* ( $h$ ) dapat dipilih dan didekati secara numerik dengan memilih  $h$  yang meminimalkan

$$\text{CV}(h) = \int \hat{f}_h^2(x) dx - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \hat{f}_{h,-i}(X_i)$$

## 2.7 Estimasi Batas – Batas Grafik Pengendali Nonparametrik dengan Pendekatan Fungsi Densitas Kernel

Untuk menentukan batas atas dan batas bawah grafik pengendali nonparametrik dengan estimasi fungsi densitas kernel yaitu dengan mencari rata – rata berdasarkan densitas kernel yaitu:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Fungsi ini jika didekati secara numerik akan menjadi:

$$E(x) = E(\bar{x}) \cong \sum_{i=1}^n X_i f_h(x_i) \Delta x$$

Dengan  $f_h$  adalah nilai perhitungan fungsi densitas kernel dengan bandwidth  $h$  dan  $\Delta x = x_i - x_{i-1}$ . Nilai  $\bar{x}$  ini adalah nilai garis tengah dari grafik pengendali berdasarkan densitas kernel. Kemudian akan dihitung standar deviasinya yaitu :

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{E(x^2) - (E(x))^2} \\ &= \sqrt{(\sum_{i=1}^n (x_i^2 f_h(x_i) \Delta x)) - (\sum_{i=1}^n x_i f_h(x_i) \Delta x)^2} \end{aligned}$$

Setelah menghitung nilai rata – rata dan standar deviasinya, maka dapat dihitung nilai Batas Pengendali Atas (BPA) =  $\bar{x} + 3\sigma$  dan Batas Pengendali Bawah (BPB) =  $\bar{x} - 3\sigma$ .

### 3. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini berupa data sekunder yaitu data harian untuk waktu pelorotan kain batik tulis di Kecamatan Kedungwuni, Kabupaten Pekalongan. Software statistik yang digunakan sebagai *tools* dalam tulisan ini adalah R 2.14. R merupakan versi gratis dari bahasa S dari software (berbayar) yang sejenis yakni S-PLUS. Setelah data diperoleh, maka langkah-langkah yang akan dilakukan dalam menganalisis data adalah :

1. Melakukan uji normalitas data.
2. Mendefinisikan fungsi - fungsi kernel dalam bahasa pemrograman untuk software R.2.14.
3. Mencari nilai *bandwidth* optimal untuk masing – masing fungsi densitas kernel yang berbeda dengan metode *Least Squares Cross Validation* .
4. Menggambarkan dugaan densitas kernel dengan *bandwidth* yang optimal. Disini yang akan dibahas adalah kernel Rectangular, kernel Triangular, kernel Epanechnikov dan kernel Biweight.
5. Menentukan nilai rata – rata dan standar deviasi untuk masing – masing kernel.
6. Menentukan nilai batas pengendali atas, garis tengah, dan batas pengendali bawah berdasarkan fungsi densitas kernel.
7. Menggambarkan grafik pengendali berdasarkan fungsi densitas kernel dengan batas – batas pengendali yang telah diperoleh.
8. Membandingkan grafik pengendali nonparametrik untuk masing – masing fungsi densitas kernel yang berbeda.

### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1. Deskripsi Data

Data yang digunakan dalam tulisan ini berupa data sekunder yang diambil dari agenda harian sebuah perusahaan batik tulis di kecamatan Kedungwuni, Kabupaten Pekalongan . Data tersebut merupakan data harian untuk waktu pelorotan kain batik tulis selama 25 hari kerja, terhitung sejak tanggal 2 Januari 2013 sampai dengan 31 Januari 2013, sebanyak 200 data.

Dalam proses pelorotan tersebut, pengambilan sampel dilakukan 8 kali setiap hari karena untuk memproduksi batik tulis hanya dilakukan 8 kali produksi dalam jumlah yang besar. Data waktu pelorotan tersebut merupakan data yang kontinu, karena diambil melalui proses pengukuran.

#### 4.2 Uji Asumsi Normalitas Data

Pada uji asumsi normalitas data menggunakan uji Kolmogorov Smirnov, dihasilkan nilai dari p-value kurang dari taraf signifikansi yang digunakan, yaitu  $0,03928 < 0,05$ . Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa data yang digunakan tidak memenuhi asumsi normalitas.

Karena data tersebut tidak memenuhi asumsi normalitas dan tidak diketahui distribusinya, maka sebagai solusinya akan digunakan pendekatan nonparametrik dalam menggambarkan grafik pengendali untuk data tersebut.

### 4.3 Grafik Pengendali Nonparametrik dengan Estimasi Densitas Kernel

#### 4.3.1 Grafik Pengendali Nonparametrik dengan Estimasi Densitas Kernel Rectangular

Dalam membangun suatu grafik pengendali berdasarkan fungsi densitas kernel Rectangular, terlebih dahulu digambarkan fungsi kernel Rectangular. Penggambaran fungsi kernel Rectangular dapat dilakukan menggunakan bahasa pemrograman R Kemudian langkah selanjutnya diperlukan estimasi nilai  $h$  atau *bandwidth* yang optimal menggunakan metode *Least Squares Cross Validation*. Dalam hal ini, *bandwidth* ( $h$ ) yang akan dipilih adalah yang menghasilkan nilai CV yang paling minimal dari beberapa nilai *bandwidth* ( $h$ ) yang telah ditentukan. Berdasarkan output program CV berulang – ulang, diperoleh nilai CV yang paling minimal -5.742961 yang terletak pada nilai  $h = 0,040000000$ , Hal ini menunjukkan bahwa *Bandwidth* yang optimal adalah 0,040000000. Setelah data dibangkitkan dengan densitas kernel, kemudian dicari batas – batas pengendali. Dengan bantuan program R, diperoleh hasil berikut:

$$\text{BPA} = 9,292258 + 3(0,09339529) = 9,572443$$

$$\text{GT} = 9,292258$$

$$\text{BPA} = 9,292258 - 3(0,09339529) = 9,012702$$

#### 4.3.2 Grafik Pengendali Nonparametrik dengan Estimasi Densitas Kernel Triangular

Dalam membangun suatu grafik pengendali berdasarkan fungsi densitas kernel Rectangular, terlebih dahulu digambarkan fungsi kernel Triangular. Penggambaran fungsi kernel Triangular dapat dilakukan menggunakan bahasa pemrograman R Kemudian langkah selanjutnya diperlukan estimasi nilai  $h$  atau *bandwidth* yang optimal menggunakan metode *Least Squares Cross Validation*. Dalam hal ini, *bandwidth* ( $h$ ) yang akan dipilih adalah yang menghasilkan nilai CV yang paling minimal dari beberapa nilai *bandwidth* ( $h$ ) yang telah ditentukan. Berdasarkan output program CV berulang – ulang, diperoleh nilai CV yang paling minimal -5.725563 yang terletak pada nilai  $h = 0,040000000$ , Hal ini menunjukkan bahwa *Bandwidth* yang optimal adalah 0,040000000. Setelah data dibangkitkan dengan densitas kernel, kemudian dicari batas – batas pengendali. Dengan bantuan program R, diperoleh hasil berikut:

$$\text{BPA} = 9,36764 + 3(0,06788021) = 9,57128$$

$$\text{GT} = 9,36764$$

$$\text{BPB} = 9,36764 + 3(0,06788021) = 9,163999$$

#### 4.3.3 Grafik Pengendali Nonparametrik dengan Estimasi Densitas Kernel Biweight

Dalam membangun suatu grafik pengendali berdasarkan fungsi densitas kernel Biweight, terlebih dahulu digambarkan fungsi kernel Biweight. Penggambaran fungsi kernel Rectangular dapat dilakukan menggunakan bahasa pemrograman R Kemudian langkah selanjutnya diperlukan estimasi nilai  $h$  atau *bandwidth* yang optimal menggunakan metode *Least Squares Cross Validation*. Dalam hal ini, *bandwidth* ( $h$ ) yang akan dipilih adalah yang menghasilkan nilai CV yang paling minimal dari beberapa nilai *bandwidth* ( $h$ ) yang telah ditentukan. Berdasarkan output program CV berulang – ulang, diperoleh nilai CV yang paling minimal -5.728282 yang terletak pada nilai  $h = 0,040000000$ , Hal ini menunjukkan bahwa *Bandwidth* yang optimal adalah 0,040000000. Setelah data dibangkitkan dengan densitas kernel, kemudian dicari batas – batas pengendali. Dengan bantuan program R, diperoleh hasil berikut:

$$\text{BPA} = 9,367011 + 3(0,06778982) = 9,570381$$

$$\text{GT} = 9,367011$$

$$\text{BPA} = 9,367011 - (0,06778982) = 9,163642$$

#### 4.3.4 Grafik Pengendali Nonparametrik dengan Estimasi Densitas Kernel Epanechnikov

Dalam membangun suatu grafik pengendali berdasarkan fungsi densitas kernel Epanechnikov, terlebih dahulu digambarkan fungsi kernel Epanechnikov. Penggambaran fungsi kernel Rectangular dapat dilakukan menggunakan bahasa pemrograman R. Kemudian langkah selanjutnya diperlukan estimasi nilai  $h$  atau *bandwidth* yang optimal menggunakan metode *Least Squares Cross Validation*. Dalam hal ini, *bandwidth* ( $h$ ) yang akan dipilih adalah yang menghasilkan nilai CV yang paling minimal dari beberapa nilai *bandwidth* ( $h$ ) yang telah ditentukan. Berdasarkan output program CV berulang – ulang, diperoleh nilai CV yang paling minimal -5.731115 yang terletak pada nilai  $h = 0,035000000$ . Hal ini menunjukkan bahwa *Bandwidth* yang optimal adalah 0,040000000. Setelah data dibangkitkan dengan densitas kernel, kemudian dicari batas – batas pengendali. Dengan bantuan program R, diperoleh hasil berikut:

$$\text{BPA} = 9,366957 + 3(0,06494728) = 9,561799$$

$$\text{GT} = 9,366957$$

$$\text{BPB} = 9,366957 - 3(0,06494728) = 9,172115$$

Setelah mendapatkan nilai hasil batas – batas pengendali untuk masing – masing kernel, maka langkah selanjutnya adalah membandingkan batas – batas pengendali tersebut untuk setiap kernel yang digunakan, seperti yang terlihat pada tabel berikut :

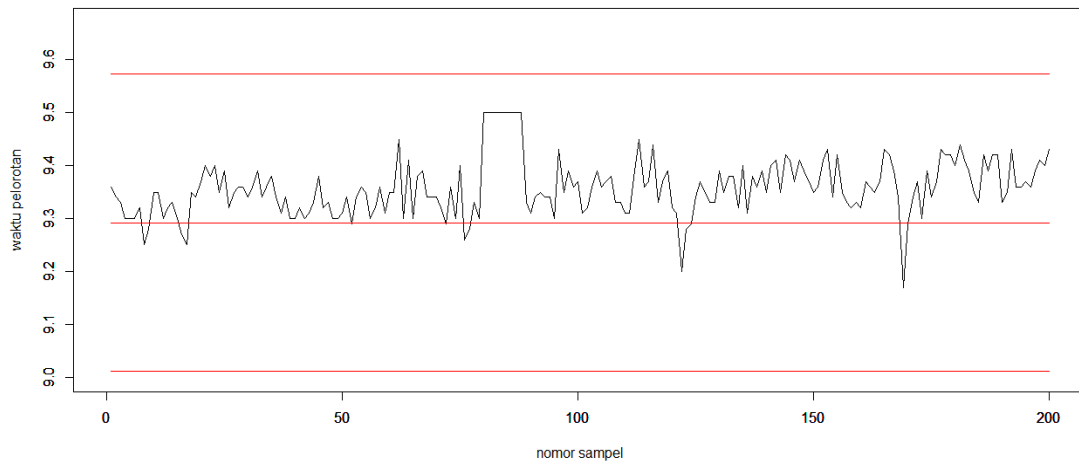
**Tabel 4.1** Nilai Batas – batas Pengendali dan Nilai Standar Deviasi dari Masing – masing Kernel

No	Kernel	BPA	GT	BPB	Standar Deviasi
1.	Rectangular	9,572443	9,292258	9,012702	0,09339529
2.	Triangular	9,57128	9,36764	9,163642	0,06788021
3.	Biweight	9,570381	9,367011	9,163642	0,06778982
4.	Epanechnikov	9,561799	9,366957	9,172115	0,06494728

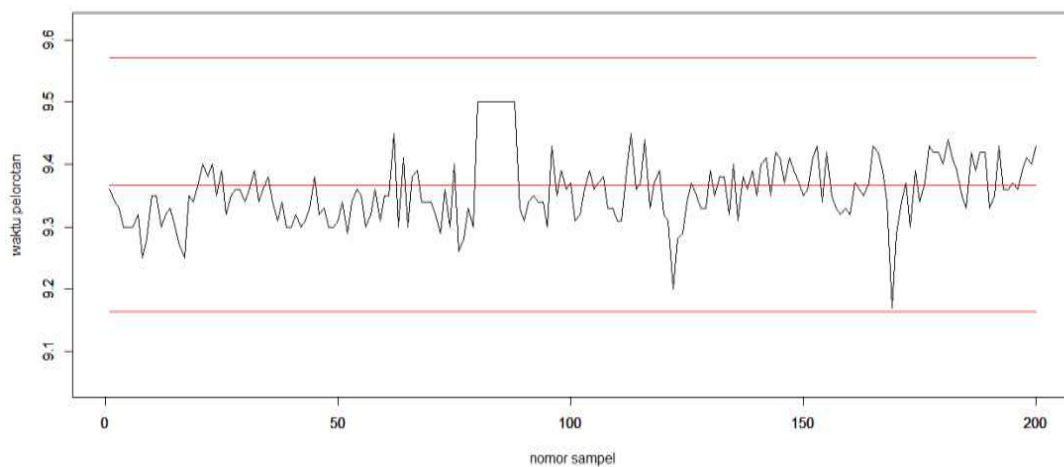
Melalui tabel di atas, dapat disimpulkan bahwa masing – masing estimasi densitas kernel yang digunakan, dapat menghasilkan batas – batas pengendali yang berbeda – beda. Melalui nilai standar deviasi pada tabel tersebut, terlihat bahwa nilai terbesar adalah nilai standar deviasi yang dihasilkan oleh densitas kernel Rectangular. Hal ini menunjukkan bahwa nilai varian yang dihasilkan oleh densitas kernel Rectangular juga yang paling besar diantara kernel yang lain. Hal ini juga menunjukkan nilai BPA yang dihasilkan adalah yang paling besar dan mempunyai nilai BPB yang paling kecil yang menyebabkan grafik pengendali dengan estimasi densitas kernel Rectangular adalah grafik yang paling lebar. Oleh sebab itu, grafik pengendali yang dihasilkan oleh densitas kernel Rectangular adalah grafik pengendali yang hasilnya paling jelek dan kurang sensitif diantara grafik pengendali yang dihasilkan oleh estimasi densitas kernel yang lain. Sedangkan pada densitas kernel Epanechnikov, mempunyai nilai standar deviasi yang paling kecil. Hal ini menunjukkan bahwa nilai varian yang dihasilkan oleh densitas kernel Epanechnikov juga yang paling kecil diantara kernel



yang lain. Hal ini juga menunjukkan nilai BPA yang dihasilkan adalah yang paling kecil dan mempunyai nilai BPB yang paling besar yang menyebabkan grafik pengendali dengan estimasi densitas kernel Epanechnikov adalah grafik yang paling sempit. Oleh sebab itu, grafik pengendali yang dihasilkan oleh densitas kernel Epanechnikov adalah grafik pengendali yang terbaik dan paling sensitif diantara grafik pengendali yang dihasilkan oleh estimasi densitas kernel yang lain.



**Gambar 4.1** Grafik Pengendali dengan Densitas Kernel Rectangular



**Gambar 4.2** Grafik Pengendali dengan Densitas Kernel Epanechnikov

## 5. KESIMPULAN

Dari hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat diperoleh beberapa kesimpulan, yaitu:

1. Data yang tersaji tanpa diketahui distribusinya, dapat diolah menjadi grafik pengendali nonparametrik dengan estimasi fungsi densitas kernel.
2. Kebaikan penduga densitas kernel ditentukan oleh dua hal penting yaitu pemilihan fungsi kernel dan *bandwidth*. Namun, yang paling menentukan adalah pemilihan *bandwidth* yang optimal.
3. Masing – masing estimasi densitas kernel menghasilkan batas – batas pengendali untuk grafik pengendali nonparametrik yang berbeda – beda. Pada Kasus ini, grafik pengendali yang dihasilkan oleh estimasi densitas kernel

Rectangular adalah grafik pengendali yang mempunyai nilai variansi paling besar, atau dengan kata lain mempunyai batas – batas grafik pengendali lebar dan merupakan grafik pengendali yang paling jelek diantara grafik estimasi kernel yang lain, sedangkan grafik pengendali berdasarkan estimasi densitas Epanechnikov adalah grafik pengendali yang mempunyai nilai variansi paling kecil, atau dengan kata lain mempunyai batas – batas grafik pengendali paling sempit dan merupakan grafik pengendali terbaik diantara grafik estimasi kernel yang lain.

## 6. DAFTAR PUSTAKA

- Hardle, W. 1990. *Smoothing Techniques With Implementation in S*, Springer – Verlag. New York.
- Marimin. 2005. *Teknik dan Aplikasi : Pengambilan Keputusan Kriteria Majemuk*. Jakarta: PT Grasindo.
- Montgomery, Douglas C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Alih Bahasa oleh Soejoeti, Zanzawi. Yogyakarta: GadjahMada University Press.
- Najib, Mohammad. 2007. *Diagram Kontrol Statistik Non Parametrik Sum Of Ranks Untuk Target Pada Data Non-Normal*.  
<http://digilib.its.ac.id/public/ITS-Undergraduate-8035-1303100018-Judul.pdf>  
[5 Juni 2013]
- Pattitahuan, Selfie. 2011. *Studi Simulasi Grafik Pengendali Berdasarkan Estimasi Fungsi Densitas Kernel Bivariat*. Fakultas Sains dan Matematika. Universitas Kristen SatyaWacana.  
<http://ris.uksw.edu/download/makalah/kode/M00674>. [5 Juni 2013]
- Santoso, R. 2008. *Grafik Pengendali Nonparametrik Empirik*.  
[http://eprints.undip.ac.id/1390/1/Tulisan\\_4.pdf](http://eprints.undip.ac.id/1390/1/Tulisan_4.pdf). [5 Juni 2013]
- Taungke, Novriyanthi. 2011. *Pengendalian Kualitas Produk “X” Untuk Karakteristik pH dengan Menggunakan Grafik Pengendali Berdasarkan Densitas Kernel*.  
<http://adisetiawan26.files.wordpress.com/2012/08/pengendalian-kualitas.pdf>.  
[5 Juni 2013]
- Vermaat, Ion, Does, Klaassen. 2003. *A Comparison of Shewhart Individuals Control Chart Based on Normal, Non-Parametric, and Extreme – Value Theory*.  
[http://mcu.edu.tw/~chenmh/journal/JQT/2006\\_4\\_349.pdf](http://mcu.edu.tw/~chenmh/journal/JQT/2006_4_349.pdf). [5 Juni 2013]