

## Pengendalian Kualitas Data Atribut Multivariat dengan Mahalanobis Distance dan $T^2$ Hotelling (Studi Kasus PT Metec Semarang)

Alfahari Anggoro<sup>1</sup>, Mustafid<sup>2</sup>, Rita Rahmawati<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mahasiswa Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro

<sup>2,3</sup>Staff Pengajar Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro

### ABSTRACT

Vending machine is a machine used to sell the product automatically without any operator. Data vending machine products are classifiable in the attribute data for the category of disabled and not disabled. To maintain consistency of product quality and in accordance with market needs, it is necessary to do quality control on the activity undertaken. In the production process, to monitor the quality of service can be used multivariate control charts. Diagram control is often used is the Mahalanobis Distance and  $T^2$  Hotelling. The study was conducted on the data of defects in the production of vending machines in September 2013 to April 2015. Results showed that in the control diagram Mahalanobis Distance acquired upper limit value is 15.615 the control diagram is known there are two observations that are outside the control limits. While the  $T^2$  Hotelling control chart obtained upper limit value is 36.12 and all observations are within control limits. The production process has been good vending machine, known from the process capability of  $C_p$  value of 1.1503.

**Keywords:** Vending Machine, Mahalanobis Distance,  $T^2$  Hotelling

### 1. PENDAHULUAN

Kualitas adalah *conformance to requirement* yaitu sesuai yang disyaratkan atau distandarkan<sup>[1]</sup>. Untuk menjaga konsistensi kualitas produk dan jasa yang dihasilkan dan sesuai dengan kebutuhan pasar, perlu dilakukan pengendalian kualitas atas aktivitas proses yang dijalani. Dari pengendalian kualitas yang berdasarkan inspeksi dengan penerimaan produk yang memenuhi syarat dan penolakan yang tidak memenuhi syarat sehingga banyak bahan, tenaga dan waktu yang terbuang, muncul pemikiran untuk menciptakan sistem yang dapat mencegah timbulnya masalah mengenai kualitas agar kesalahan yang pernah terjadi tidak terulang lagi. PT. Metec Semarang merupakan perusahaan yang bergerak di bidang industri. Produk unggulan di perusahaan ini adalah *vending machine*. Pada proses diketahui bahwa masih banyak terjadi cacat pada tahapan proses produksi. Terdapat 12 klasifikasi karakteristik kualitas cacat yang diketahui sehingga termasuk dalam kasus multivariat.

Dalam proses produksi, untuk mengawasi mutu pelayanan dapat digunakan diagram kendali<sup>[2]</sup>. Beberapa alat pengendalian kualitas multivariat diantaranya adalah diagram kendali *Mahalanobis Distance* dan  $T^2$  Hotelling. Diagram kendali *Mahalanobis Distance* merupakan diagram kendali multivariat atribut yang digunakan untuk mengevaluasi kualitas berdasarkan proporsi cacat dengan jenis cacat jumlahnya lebih dari satu dan saling berkorelasi satu sama lain<sup>[3]</sup>. Sedangkan diagram kendali  $T^2$  Hotelling, yaitu diagram kendali untuk mengevaluasi kualitas berdasarkan karakteristik kualitas yang terukur<sup>[4]</sup>. Penelitian ini dilakukan supaya dapat diketahui variabel apa saja yang perlu perbaikan sehingga akan mengurangi produk cacat dan meningkatkan kualitas produk, serta untuk

mengetahui variabel yang sangat mempengaruhi nilai cacat dengan menggunakan kedua diagram kendali tersebut.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Data Atribut

Data atribut adalah data kualitatif yang dapat dihitung untuk pencatatan dan analisis. Data atribut bersifat diskrit, yaitu nilainya selalu berbentuk bilangan bulat. Salah satu contoh data atribut adalah jumlah cacat pada suatu produksi. Data produksi *Vending Machine* termasuk dalam kategori data atribut karena didapat dari perhitungan jumlah cacat masing-masing variabel pada produksi *Vending Machine* keseluruhan. Data diskrit memiliki beberapa distribusi statistik yaitu distribusi binomial dan distribusi multinomial.

### 2.2 Pendekatan Binomial ke Normal

Distribusi binomial sebagai jumlah dari urutan  $n$  Bernoulli percobaan, masing-masing dengan probabilitas keberhasilan  $p$ . Jika jumlah percobaan  $n$  besar, dapat digunakan teorema limit pusat untuk distribusi binomial ke distribusi normal dengan rata-rata  $np$  dan variansi  $np(1-p)$ , yaitu:

$$P\{x = a\} = \binom{n}{a} p^a q^{n-a} = \frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(a-np)^2}{np(1-p)}} \quad (1)$$

### 2.3 Analisis Korelasi

Analisis korelasi adalah sekumpulan teknik statistika yang digunakan untuk mengukur keeratan hubungan (korelasi) antara dua variabel. Fungsi utama analisis korelasi adalah untuk menentukan seberapa erat hubungan antara dua variabel. Pengujian koefisien korelasi sebagai berikut:

$H_0$  :  $\rho = 0$  (tidak terdapat korelasi antara dua variabel)

$H_1$  :  $\rho \neq 0$  (ada korelasi antara dua variabel)

Uji Statistik (uji t) adalah statistika  $t_0$

$$t_0 = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (2)$$

dengan derajat bebas  $n-2$ . Apabila nilai  $t_0$  jatuh pada wilayah penolakan, yaitu  $|t_0| > t_{\text{tabel}}$  maka dapat diperoleh kesimpulan bahwa terdapat korelasi antar dua variabel.

Dimana  $r$  merupakan nilai koefisien korelasi dengan persamaan:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2][n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2]}} \quad (3)$$

### 2.4 Distribusi Normal Multivariat

Distribusi normal multivariat merupakan generalisasi dari densitas normal univariat menjadi variabel  $k \geq 2$ <sup>[5]</sup>. Pemeriksaan distribusi normal multivariat dengan membuat Q-Q plot dari nilai

$$d_i^2 = (\mathbf{p}_{ij} - \mathbf{p}_j)' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{p}_{ij} - \mathbf{p}_j) \quad (4)$$

Dengan prosedur pembuatan Q-Q plot sebagai berikut:

1. Mengurutkan nilai  $(d_i^2)$  dari yang terkecil hingga nilai terbesar

$$d_{(1)}^2 \leq d_{(2)}^2 \leq \dots \leq d_{(m)}^2$$

2. Menghitung nilai  $X_{p, \frac{m-i+0,5}{m}}^2 = q_i$ ; yang diperoleh dari tabel *chi-square*.

Hipotesis :

$$H_0: F(d_i^2) = F_0(d_i^2) \text{ untuk semua nilai } d_i^2$$

$$H_1: F(d_i^2) \neq F_0(d_i^2) \text{ untuk sekurang-kurangnya sebuah nilai } d_i^2$$

Statistik uji:

$$D = \sup |F(d_i^2) - F_0(d_i^2)| \quad (5)$$

dengan  $F(d_i^2)$  adalah fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel dan  $F_0(d_i^2)$  adalah fungsi distribusi data yang dihipotesiskan

Kriteria uji:

Tolak  $H_0$  jika  $D \geq D_{(1-\alpha),n}$  atau  $p\text{-value} < \alpha$  dengan  $D_{(1-\alpha)}$  adalah nilai dari tabel Kolmogorov-Smirnov dengan kuantil  $(1-\alpha)$ .

## 2.5 Diagram Kendali Mahalanobis Distance

Prinsip *Mahalanobis Distance* atau jarak Mahalanobis adalah menghitung jarak antara sebuah variabel dengan pusat dari semua pengamatan. Diagram kendali multivariat atribut jarak Mahalanobis adalah jarak proporsi jumlah ketidaksesuaian seluruh pengamatan dengan rata-rata proporsi untuk setiap variabel.

Misalkan ada  $m$  pengamatan dengan  $k$  karakteristik kualitas, maka persamaan  $\mathbf{p}_i' = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ik}]$  menyatakan vektor proporsi jumlah cacat pengamatan ke- $i$  untuk setiap variabel terhadap jumlah sampel pada pengamatan ke- $i$  ( $n_i$ ) dengan  $i=1,2,\dots,m$ . Dengan  $\mathbf{p}_i'$  berdistribusi multinomial dengan parameter  $\bar{\mathbf{p}}'$ , sehingga diperoleh  $\sum_{j=1}^k p_{ij} = 1$  karena itu matriks varian-kovarian dari vektor  $\mathbf{p}_i'$  adalah matriks singular. Matriks singular adalah matriks yang tidak memiliki invers. Perhitungan jarak Mahalanobis untuk masing-masing pengamatan adalah sebagai berikut:

$$D_i^2 = (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}})' \mathbf{S}^- (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}})$$

$$\text{Dengan } \mathbf{p}_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ik}]$$

$$\bar{\mathbf{p}} = [\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, \bar{p}_k]$$

$$\mathbf{S}^- = \text{generalized inverse matrix}$$

$$\mathbf{S} = \text{matriks varian kovarian dari vektor } \mathbf{p}_i$$

$$D_i^2 = \sum_{j=1}^k \frac{n_i(p_{ij} - \bar{p}_j)^2}{\bar{p}_j} \quad \text{dengan } n_i \text{ merupakan ukuran sampel ke-} i \quad (6)$$

Jika  $\mathbf{p}_i$  berdistribusi multinomial  $[\bar{\mathbf{p}}, \mathbf{n}_i]$  dengan  $k$  variabel dan matriks varian kovarian, diperoleh perhitungan nilai jarak Mahalanobis antara  $\mathbf{p}_i$  dan  $\bar{\mathbf{p}}$  adalah sebagai berikut:

$$D_{\mathbf{p}_i, \bar{\mathbf{p}}}^2 = \mathbf{n}_i (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}})' \mathbf{S}^- (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}}) \quad (7)$$

Konsep perhitungan diagram kendali jarak Mahalanobis mirip dengan perhitungan statistik  $T^2$  Hotelling. Jika  $\bar{\mathbf{p}}$  dan  $\mathbf{S}$  adalah vektor rata-rata dan matriks kovarian dari sampel berukuran  $n$  dan  $p$  berdistribusi normal.

Sehingga berdasarkan konsep diagram kendali jarak Mahalanobis diperoleh:

$$D_{\mathbf{p}_i, \bar{\mathbf{p}}}^2 \sim T_{(k-1, n_i)}^2 \quad (8)$$

Derajat bebas pertama untuk distribusi adalah  $k-1$  bukan  $k$  karena  $\sum_{j=1}^k p_{ij} = 1$ . Sedangkan derajat bebas ke dua adalah  $n_i$  itu sendiri bukan  $n_i-1$  karena  $\bar{\sum}_i$  merupakan penaksir tak bias untuk  $\sum$  populasi dengan ukuran sampel sebanyak  $n_i$ . Batas kontrol untuk diagram jarak Mahalanobis dengan tingkat signifikan  $\alpha$  adalah sebagai berikut :

$$\text{UCL} = \left[ \frac{n_i(k-1)}{n_i-k+2} \right] \cdot F_{\alpha, k-1, n_i-k+2} \quad (9)$$

$$\text{LCL} = 0$$

## 2.6 Diagram Kendali $T^2$ Hotelling

Diagram kendali ini untuk pengamatan dengan jumlah sampel di seluruh variabel adalah sama atau  $n=1$  menggunakan diagram kendali  $T^2$  Hotelling Individual untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses dengan menggunakan vektor rata-rata sampel dan matriks kovariansi. Berikut adalah perhitungan untuk nilai  $T^2$  Hotelling Individual :

$$T_i^2 = (\mathbf{p}_{ij} - \bar{\mathbf{p}}_j)' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{p}_{ij} - \bar{\mathbf{p}}_j) \quad (10)$$

Varian =  $\mathbf{S} = \frac{1}{(m-1)} \sum_{i=1}^m (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}}_j)(\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}}_j)'$  dengan  $m$  merupakan jumlah pengamatan yang digunakan.

Batas kontrol untuk diagram  $T^2$  Hotelling Individual adalah :

$$UCL = \frac{p(m-1)}{m-p} F_{\alpha,p,m-p}, F_{\alpha,p,m-p} \quad (11)$$

$$LCL = 0$$

## 2.7 Indeks Kemampuan Proses

Indeks kapabilitas proses adalah suatu teknik statistik yang digunakan untuk menganalisa variabilitas yang relatif terhadap spesifikasi produk dan suatu proses dikatakan baik (*capable*) jika nilai  $C_p \geq 1$ . Indeks kapabilitas proses secara univariat dapat dihitung dengan rumus:

$$C_p = \frac{\text{panjang daerah spesifikasi}}{6s} = \frac{UCL-LCL}{6s} \quad (12)$$

dimana,  $C_p$  = Capability Process Index (Indeks Kemampuan Proses)

UCL = Upper Control Limit (Batas Pengendali Atas)

LCL = Lower Control Limit (Batas Pengendali Bawah)

$s$  = simpangan baku

Kapabilitas proses multivariat diperoleh dengan persamaan berikut<sup>[6]</sup>:

$$C_p = \frac{\text{volume dari daerah spesifikasi (terkendali)}}{\text{volume dari daerah yang terdiri dari } (1-\alpha) \text{ nilai } X} \quad (13)$$

$$C_p = \frac{\text{volume dari } R^*}{\text{volume dari } (\bar{\mathbf{p}}_j - \xi)' V_o^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_j - \xi) \leq X_{k,(1-\alpha)}^2} \quad (14)$$

dimana  $R^*$  merupakan volume ellipsoid terbesar yang tersusun dari daerah spesifikasi ( $R$ ), dengan nilai  $R$  didefinisikan sebagai berikut:

$$(\bar{\mathbf{p}}_j - \xi)' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{p}_j - \xi) \leq K^2 \quad (15)$$

Nilai target ( $\xi$ ) dari batas spesifikasi karakteristik mutu diperoleh dengan persamaan berikut:

$$\xi_j = \frac{(UCL_j + LCL_j)}{2}, j=1,2,\dots,k \quad (16)$$

$$C_p = \frac{\text{volume dari } X' \mathbf{A}^{-1} X \leq K^2}{\text{volume dari } X' V_o^{-1} X \leq X_{k,(1-\alpha)}^2} \quad (17)$$

Jika  $V_o = \theta^2 A$  maka persamaan menjadi

$$C_p = \frac{\text{volume dari } X' V_o^{-1} X \leq \left(\frac{K}{\theta}\right)^2}{\text{volume dari } X' V_o^{-1} X \leq X_{k,(1-\alpha)}^2} = \left[ \frac{K^2}{\theta^2 X_{k,(1-\alpha)}^2} \right] p/2 \quad (18)$$

Estimasi untuk  $C_p$  sama dengan estimasi untuk  $\theta$ . Jika  $V_o = \theta^2 A$  dan  $\mathbf{p}_i = (p_{1i}, \dots, p_{pi})$  adalah pengamatan individu dengan  $i=1,2,3,\dots,m$ , nilai dari:

$$\mathbf{h} = \sum_{i=1}^m (\mathbf{p}_{ij} - \bar{\mathbf{p}}_j)' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{p}_{ij} - \bar{\mathbf{p}}_j) \quad (19)$$

Matriks  $A$  merupakan nilai dari setiap karakteristik mutu dapat diperoleh dengan persamaan:

$$\mathbf{A} = \mathbf{p}' \mathbf{p} \quad (20)$$

Karena  $\mathbf{h}$  berdistribusi  $\theta^2 X_{(n-1)k}^2$  dan  $h/\{(n-1)k\}$  merupakan estimator tak bias dari  $\theta^2$ , maka indeks kapabilitas proses diperoleh dengan rumus:

$$Cp = \frac{K}{X_{k,(1-\alpha)}^2} \left[ \frac{(m-1)p}{h} \right]^{1/2} \quad (21)$$

### 3. METODE PENELITIAN

#### 3.1 Sumber dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan sebagai studi kasus pada tugas akhir ini berupa data sekunder yaitu data kecacatan (data *furyou* ditemukan di *kensa Hinshitsu Hosou*) pada produksi *vending machine*. Waktu pengambilan data adalah 15 September sampai dengan 3 Oktober 2014 di PT Metec Semarang bagian Produksi.

Diketahui 12 variabel kualitas cacat dan sebuah produk *vending machine* yang cacat terkategori dalam salah satu kualitas cacat tersebut. Pemilihan cacat diperoleh dari cacat yang paling dominan pada sebuah produk. Kualitas cacat produksi *vending machine*:

1. *Keppin* (kecacatan yang terjadi karena barang atau *spare part* lupa terpasang)
2. Proses (kecacatan yang terjadi karena cacat sablon merk produk)
3. *Tosou* (kecacatan yang terjadi karena cacat pengecatan produk)
4. *Bankin* (kecacatan yang terjadi karena cacat akibat pembuatan plat)
5. Listrik (kecacatan yang terjadi karena cacat pengukuran daya listrik)
6. *Haraidashi* (kecacatan yang terjadi karena cacat jendela produk)
7. *Parts* (kecacatan yang terjadi karena cacat komponen)
8. *Kumitate* (kecacatan yang terjadi karena perakitan yang salah)
9. Warna beda (kecacatan yang terjadi karena warna beda dengan lain)
10. Lecet (kecacatan yang terjadi karena produk lecet)
11. *Dakon* (kecacatan yang terjadi karena produk mengalami penyok)
12. Lain-lain (kecacatan yang terjadi bukan faktor kesalahan perusahaan)

#### 3.2 Langkah-langkah Analisis Data

Data diolah dengan menggunakan *MINITAB14*, *SPSS16*, *R*, *Excel*. Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam menganalisis data adalah:

1. Menganalisis korelasi antar variabel dan kenormalan suatu data
2. Menganalisis hasil produksi dengan diagram kendali *Mahalanobis Distance* dan *T<sup>2</sup>Hotelling Individual*.
3. Membandingkan hasil diagram kendali dengan *Mahalanobis Distance* dan *T<sup>2</sup>Hotelling Individual*.
4. Membuat kesimpulan dalam pengujian dengan diagram kendali *Mahalanobis Distance* dan *T<sup>2</sup>Hotelling Individual*.

### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Analisis Korelasi

Data diketahui merupakan data Multivariat jika masing-masing variabel saling berkorelasi. Untuk pengujian korelasi ini digunakan uji korelasi pearson, sehingga uji korelasi yang digunakan adalah uji korelasi pearson. Pengujian korelasi pearson dilakukan dengan uji hipotesis:

Hipotesis :

$H_0$  = tidak ada hubungan antara dua variabel ( $r = 0$ )

$H_1$  = ada hubungan antara dua variabel ( $r \neq 0$ )

Taraf signifikansi :  $\alpha = 5\%$

Statistik uji :

$$t_0 = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad \text{dan} \quad r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - (\sum_{i=1}^n X_i)(\sum_{i=1}^n Y_i)}{\sqrt{\{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2\} \{n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - (\sum_{i=1}^n Y_i)^2\}}}$$

dimana:  $r$  = koefisien korelasi pearson  
 $n$  = banyaknya pengamatan

**Tabel 1.** Nilai P-value dan Korelasi Pearson Antar Variabel

		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11
X1												
X2	*	0,133										
		0,348										
X3	*	0,000	0,073									
		0,828	0,410									
X4	*	0,000	0,029	0,000								
		0,774	0,488	0,793								
X5	*	0,029	0,218	0,000	0,012							
		0,487	0,288	0,727	0,552							
X6	*	0,744	0,869	0,259	0,499	0,522						
		0,078	0,040	0,265	0,160	0,152						
X7	*	0,967	0,657	0,714	0,788	0,392	0,620					
		0,010	-0,106	0,088	0,064	0,203	0,118					
X8	*	0,000	0,044	0,000	0,000	0,001	0,171	0,975				
		0,735	0,454	0,901	0,794	0,698	0,318	0,007				
X9	*	0,894	0,253	0,868	0,447	0,858	0,193	0,161	0,772			
		0,032	0,268	0,040	0,180	0,043	0,304	0,326	0,069			
X10	*	0,013	0,401	0,000	0,006	0,040	0,717	0,036	0,005	0,601		
		0,544	0,199	0,721	0,588	0,463	0,086	0,470	0,598	0,124		
X11	*	0,000	0,266	0,000	0,001	0,003	0,336	0,793	0,000	0,526	0,002	
		0,809	0,261	0,899	0,676	0,625	0,227	0,063	0,836	-0,151	0,639	
X12	*	0,004	0,232	0,001	0,038	0,007	0,835	0,841	0,004	0,392	0,035	0,001
		0,618	0,280	0,703	0,467	0,583	0,050	-0,048	0,612	0,202	0,474	0,694

Tanda (\*) merupakan nilai p\_value

Berdasarkan Tabel 1 dapat disimpulkan bahwa hanya terdapat beberapa variabel yang saling berkorelasi, diantaranya variabel X<sub>1</sub>, X<sub>3</sub>, X<sub>4</sub>, X<sub>5</sub>, X<sub>8</sub>, X<sub>10</sub>, X<sub>11</sub>, X<sub>12</sub> karena nilai perhitungan p\_value pada 8 variabel tersebut lebih kecil daripada 0,05.

**Tabel 2.** Nilai P-value Antar 8 Variabel

	X1	X3	X4	X5	X8	X10	X11
X3	0,000						
X4	0,000	0,000					
X5	0,029	0,000	0,012				
X8	0,000	0,000	0,000	0,001			
X10	0,013	0,000	0,006	0,040	0,005		
X11	0,000	0,000	0,001	0,003	0,000	0,002	
X12	0,004	0,001	0,038	0,007	0,004	0,035	0,001

Berdasarkan Tabel 2 tersebut dapat disimpulkan bahwa variabel X<sub>1</sub>, X<sub>3</sub>, X<sub>4</sub>, X<sub>5</sub>, X<sub>8</sub>, X<sub>10</sub>, X<sub>11</sub>, X<sub>12</sub> yang dapat digunakan dalam perhitungan diagram kendali Multivariat, karena variabel X<sub>1</sub>, X<sub>3</sub>, X<sub>4</sub>, X<sub>5</sub>, X<sub>8</sub>, X<sub>10</sub>, X<sub>11</sub>, X<sub>12</sub> yang saling berkorelasi.

## 4.2 Uji Normal Multivariat

Hipotesis:

H<sub>0</sub> :  $F(d_i^2) = F_0(d_i^2)$  untuk semua nilai  $d_i^2$

H<sub>1</sub> :  $F(d_i^2) \neq F_0(d_i^2)$  untuk sekurang-kurangnya sebuah nilai  $d_i^2$

Taraf Signifikansi :  $\alpha = 5\%$

Statistik uji :

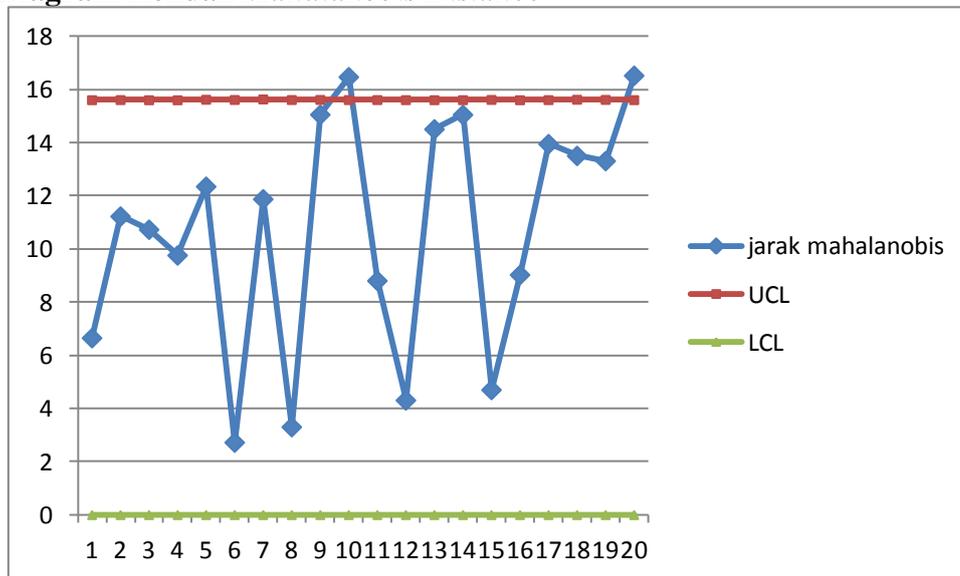
$$d_i^2 = (\mathbf{p}_{ij} - \bar{\mathbf{p}}_j)' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{p}_{ij} - \bar{\mathbf{p}}_j), \text{ dengan } i=1,2,\dots,20 \text{ dan } j=1,2,\dots,8$$

$D = 0,1522$  dan  $P\text{-value} = 0,8192$

Tolak  $H_0$  jika nilai  $p\text{-value} < \alpha (0,05)$  atau  $D > W_{(1-\alpha)}$

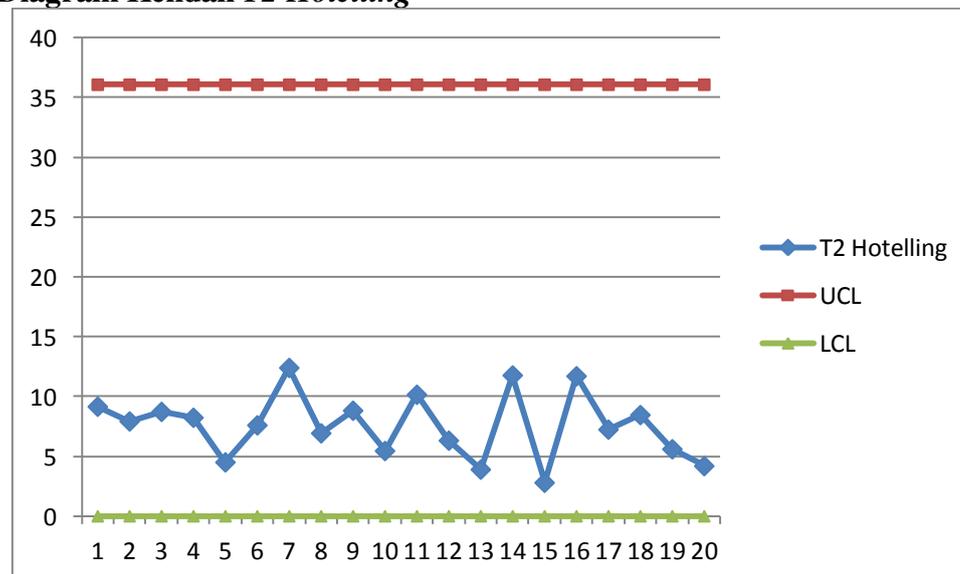
Menerima  $H_0$  karena nilai  $p\text{-value} = 0,8192 > \alpha = 0,05$  atau  $D = 0,1522 < 0,294$  sehingga data pada 8 variabel *Vending Machine* tersebut memenuhi asumsi normalitas Multivariat.

### 4.3 Diagram Kendali Mahalanobis Distance



Pada Gambar diatas dari 20 pengamatan yang digunakan terlihat bahwa pada titik pengamatan ke-10 dan 20, titik pengamatan berada di luar batas kendali (UCL) sehingga pengamatan ke-10 dan 20 belum terkendali dan perlu dilakukan perbaikan.

### 4.4 Diagram Kendali T2 Hotelling



Pada Gambar diatas dapat dilihat bahwa tidak terdapat data yang berada diluar batas kendali sehingga proses diketahui telah terkendali.

### 4.5 Perbandingan Diagram Kendali

Diketahui pada diagram kendali *Mahalanobis Distance* lebih sensitif daripada diagram kendali *T<sup>2</sup> Hotelling Individual*, pada digram kendali *Mahalanobis*

Distanceterdapat 2 pengamatan yang berada diluar batas kendali sedangkan pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling Individual semua pengamatan berada di dalam batas kendali. Nilai tertinggi pada diagram kendali Mahalanobis distance adalah 16,527 dengan nilai UCL sebesar 15,615 sedangkan Nilai tertinggi pada diagram kendali  $T^2$  Hotelling Individual adalah 12,404 dengan nilai UCL sebesar 36,0813. Hasil perhitungan diagram kendali mahalanobis distance memiliki batas yang lebih sempit daripada  $T^2$  Hotelling Individual. Untuk itu pada penghitungan nilai indeks kapabilitas proses digunakan diagram kendali  $T^2$  Hotelling Individual yang semua pengamatan berada di dalam batas kendali.

#### 4.6 Indeks Kapabilitas Proses

Pada nilai kapabilitas proses multivariat dapat diketahui dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$Cp = \frac{K}{X_{p,(1-\alpha)}^2} \left[ \frac{(m-1)p}{h} \right]^{1/2} \quad \text{dengan } m=20 \text{ dan } p=8$$

Nilai  $h = \sum_{i=1}^{20} (\mathbf{p}_{ij} - \bar{\mathbf{p}}_j)' \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{p}_{ij} - \bar{\mathbf{p}}_j)$ , misal untuk  $i=1$  nilainya adalah 0,4248

**Tabel 3.** Indeks Kapabilitas Proses Multivariat

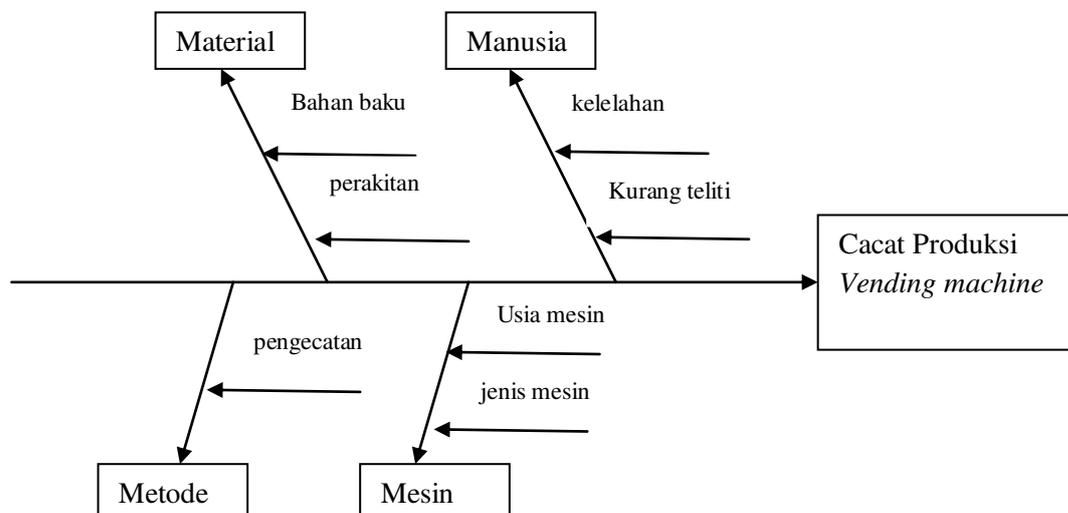
$K^2$	H	$X_{8,(1-\alpha)}^2$	Cp
14,6379	6,9925	15,51	1,1503

Sedangkan untuk kapabilitas univariat sebagai berikut:

**Tabel 4.** Nilai Cp Univariat

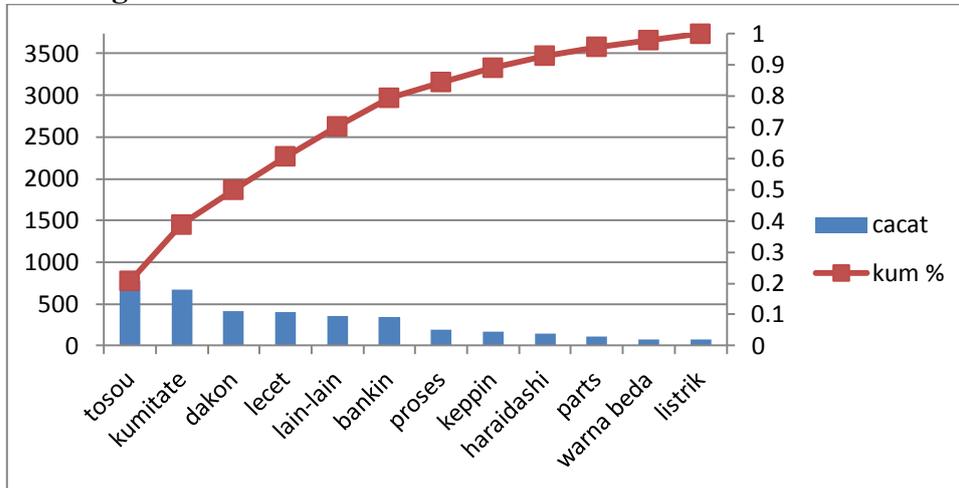
Variabel	UCL	LCL	S	Cp
$X_1$	0,007266	0	0,001178	1,0281
$X_3$	0,02417	0,00878	0,003702	0,6929
$X_4$	0,01239	0,00213	0,001514	1,1297
$X_5$	0,004040	0	0,000918	0,7333
$X_8$	0,02149	0,00713	0,003475	0,6887
$X_{10}$	0,01407	0,00296	0,002256	0,8206
$X_{11}$	0,01452	0,00319	0,002378	0,794
$X_{12}$	0,01288	0,00237	0,001777	0,9857

#### 4.7 Diagram Sebab-Akibat.



Pada diagram sebab-akibat yang menyebabkan masalah cacat produksi *Vending Machine* meliputi 4 faktor yaitu material, manusia, metode dan mesin. Pada material adalah bahan baku dan perakitan, pada faktor manusia adalah kelelahan dan kurang teliti, sedangkan faktor metode adalah pengecatan dan faktor mesin adalah usia dan jenis mesin.

#### 4.8 Diagram Pareto



Berdasarkan pada gambar diatas dapat disimpulkan bahwa cacat yang paling dominan adalah *tosou* dengan jumlah cacat 776 *vending machine*. Sedangkan frekuensi cacat terendah adalah listrik dengan jumlah cacat 76 *vending machine* dari keseluruhan produksi total 3736 *Vending Machine*.

## 5. KESIMPULAN

Pada diagram kendali *Mahalanobis Distance* terdapat 2 pengamatan yang berada di luar batas kendali sedangkan pada  $T^2$  *Hotelling Individual* semua pengamatan terkendali. Nilai UCL dari *Mahalanobis Distance* adalah 15,615 dan nilai UCL dari  $T^2$  *Hotelling Individual* adalah 36,0813. Nilai kapabilitas proses Multivariat adalah 1,1503 dengan menggunakan diagram kendali  $T^2$  *Hotelling Individual*.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Ariani, D.W., 2004. *Pengendalian Kualitas Statistik (Pendekatan Kuantitatif Dalam Manajemen Kualitas)*. Penerbit ANDI, Yogyakarta
- [2] Mason, R.D and Lind, D.A. 1999. *Teknik Statistika Untuk Bisnis & Ekonomi*, Edisi ke-9 jilid dua. Terjemahan Wikarya Uka, Soetjipto Widyono & Sugiharso. Erlangga. Jakarta. Terjemahan dari: *Statistical Technique in Business and Economics*.
- [3] Mukhopadhyay, A.R. 2008. Multivariate Attribute Control Chart Using Mahalanobis D2 Statistic. *Journal of Applied Statistics*, Vol.35, No.4, 421-429
- [4] Montgomery, D.C. 2009. *Introduction to Statistical Quality Control*, Edisi ke-6. United States of America.
- [5] Johnson, R.A dan Wichern, D.W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Printice Hall. New Jersey.
- [6] Korz, S. dan Johnson, N.L. 1993. *Process Capability Indices*. London: Chapman&Hall
- [7] Walpole, R.E and Myers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan*. ITB. Bandung.
- [8] Daniel, W.W., 1989. *Statistika Nonparametrik Terapan*. Jakarta : PT.Gramedia

- [9] PT Metec, 2014 (Power Point “*about Metec to Customer*”)
- [10] <http://kubota-ptms.co.id/tentang-pt-metec-semarang/vending-machine/> diakses pada 10 Juni 2015