ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 5, Nomor 4, Tahun 2016, Halaman 727-736
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

PENDEKATAN *MIXED GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION* UNTUK PEMODELAN PERTUMBUHAN EKONOMI MENURUT KABUPATEN/KOTA DI JAWA TENGAH

Pratama Ganang Widayaka[1], Mustafid[2], Rita Rahmawati[3]
[1]Mahasiswa Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staff Pengajar Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Global regression models with a multitude of residual variance in each region causing non-homoskedastisitas assumptions are not met. The diversity of the geographic location factors causing spatial heterogeneity. Geographically Weighted Regression (GWR) is a development of linear regression by involving diverse factors geographical location, so that the parameters generated will be local. GWR model is not able to model the combination of local and global influences in a model. So the purpose of forming a GWR Mixed models are able to establish a model GWR with local and global influences simultaneously. GWR Mixed Model is used to estimate the model Gross Regional Domestic Product (GRDP). As independent variables that influence is revenue (PAD/X_1), a variable amount of labor (JAK/X_2), the human development index (HDI/X_3), unemployment rate (TPT/X_4) and the regional minimum wage (UMR/X_5). Mixed GWR model the variables that are local and which are global variables. Methods for estimating model parameters MGWR using Weighted Least Square (WLS). Weights obtained the appropriate model to estimate the optimal bandwidth by using the reference method Cross Validation (CV) is a minumum. MGWR models with adaptive exponential kernel function weighting on Gross Domestic Product in the districts / cities in Central Java to produce variable JAK, IPM and TPT have the nature of the locality an area that is significant to the later model PAD have a global nature that sigbifikan against the model. To mengengetahui error rate value model is used Akaike Information Criterion (AIC).

Keywords: Akaike Information Criterion, Bandwidth Cross Validation, Fungsi Kernel Gaussian, Mixed Geographically Weighted Regression, Weighted Least Square.

1. PENDAHULUAN

Pertumbuhan ekonomi di Jawa Tengah untuk setiap kabupaten/kota dipengaruhi oleh beberapa variabel Pendapatan Asli Daerah (PAD), variabel jumlah tenaga kerja, indeks pembangunan manusia, presentase pengangguran terbuka dan upah minimum regional yang memiliki kebergaman berbeda-beda sehingga akan mengakibatkan munculnya asumsi heterogenitas spasial dalam pemodelan *Ordinary Linier Regression.* Pada model tersebut diasumsikan terdapat beberapa variabel yang mempengaruhi secara global atau keseluruhan Provinsi Jawa Tengah dan secara lokal untuk tiap lokasinya pada wilayah kabupaten/kota di Jawa Tengah. *Ordinary Linier Regression* tidak mampu untuk memodelkan fenomena tersebut, maka di dalam penulisan ini, metode *Mixed* GWR dengan fungsi pembobot *adaptive exponential* kernel akan diaplikasikan untuk menyelidiki variabel-variabel yang berpengaruh terhadap penentuan nilai PDRB di wilayah Jawa Tengah dengan memperhatikan letak daerahnya untuk mengestimasi parameter modelnya.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Global

Analisis regresi adalah metode analisis statistika yang digunakan untuk memodelkan hubungan kebergantungan yang mungkin ada antara variabel dependen dengan variabel independen[2], model umum dapat ditulis sebagai berikut.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \ldots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (1)$$

Metode yang digunakan untuk menaksir parameter model regresi adalah dengan meminimumkan jumlah kuadrat error atau yang sering dikenal dengan *Ordinary Least Square* (OLS). Dalam OLS errornya diasumsikan identik, independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varians konstan. Dengan taksiran sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}$$

Dimana $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ merupakan vektor dari parameter yang ditaksir berukuran $(k+1)\ x\ 1$, nilai **X** merupakan matriks variabel independen berukuran n x $(k+1)$ dan **Y** adalah vektor observasi dari variabel dependen berukuran (n x 1).

Untuk pengujian model regresi digunakan dua uji, yaitu: Uji Signifikansi Model Secara Serentak Hipotesis yang diuji adalah yaitu:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = ... = \beta_k = 0$

H_1 : minimal ada satu j dengan $\beta_j \neq 0$, j = 1, 2, 3, …, k.

$$F_{hitung} = \frac{JKR/k}{JKG/n-k-1}$$

Kriteria penolakan yaitu menolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{tabel}$ ($F_{\alpha;k;n-k-1}$) atau jika menggunakan nilai signifikansi tolak H_0 jika nilai signifikansi < α.Kemudian uji yang kedua yaitu Uji Signifikansi Model Secara Parsial (Uji t). Uji t menunjukkan seberapa jauh pengaruh satu variabel independen secara individual dalam menerangkan variasi variabel dependen. Hipotesis yang hendak diuji adalah yaitu:

$H_0 : \beta_j = 0$, j = 1, 2, ... , k

$H_1 : \beta_j \neq 0$, j = 1, 2, ... , k

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_j}{Se(\hat{\beta}_j)};$$

Dimana $Se(\hat{\beta}_j)$ diperoleh dari nilai dari akar $\mathrm{var}(\hat{\beta}_j)$ sementara nilai $\mathrm{var}(\hat{\beta}_j)$ diperoleh dari perkalian nilai diagonal utama matriks $(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$ dengan nilai σ^2 . Pemeriksaan terhadap suatu model dilakukan dengan tujuan untuk menguji asumsi residual model yaitu residual diasumsikan mempunyai distribusi yang identik (varians homogen), tidak ada korelasi serial antar residual (non-autokorelasi) dan residual berdistribusi normal. Asumsi ini sering disebut dengan IIDN $(0, \sigma^2)$[4].

2.2 Geographically Weighted Regression

Metode *Geographically Weighted Regression* (GWR) merupakan model regresi yang dikembangkan untuk memodelkan data dengan variabel dependen yang bersifat kontinu dan mempertimbangkan aspek spasial atau titik pengamatan. Pendekatan yang dilakukan pada model GWR adalah pendekatan titik. Setiap nilai parameter ditaksir pada titik pengamatan, sehingga setiap titik pengamatan mempunyai nilai parameter yang berbeda-beda. Kerangka data penelitian dan model dari *Geographically Weighted Regression* (GWR) dapat ditulis pada persamaan rumus 2.

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^{k} \beta_j (u_i, v_i) X_{ij} + \varepsilon_i \quad ,i = 1,2, \dots, \text{n} \qquad (2)$$

Dimana nilai Y_i merupakan nilai variabel dependen pada titik pengamatan ke-i, sedangkan X_{ij} nilai variabel independen ke-j pada titik pengamatan ke-i, (u_i, v_i) merupakan koordinat titik pengamatan ke-i (*longitude, latitude*), serta $\beta_0(u_i, v_i)$ merupakan nilai koefisien GWR, $\beta_j(u_i, v_i)$ adalah koefisien regresi ke-k pada titik pengamatan ke-*i,* ε_i adalah nilai *error* pengamatan ke-i diasumsikan identik, independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian konstan σ^2. Metode penaksiran parameter pada model GWR dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap titik pengamatan dimana data tersebut diambil. Sehingga penaksir parameter dari model GWR untuk titik pengamatan adalah:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(u_i, v_i)\,\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y}$$

Dengan $\mathbf{W}(u_i, v_i) = \text{diag}[W_1(u_i, v_i), \dots, W_n(u_i, v_i)]$ dan $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^T$. Pembobotan tersebut bergantung pada jarak antar titik pengamatan. Pembobot berupa matriks diagonal dimana elemen diagonalnya merupakan sebuah fungsi pembobot dari setiap titik pengamatan. Fungsi dari matriks pembobot adalah untuk menentukan atau menaksir parameter yang berbeda-beda pada setiap titik pengamatan[1]. Pembobotan yang digunakan dalam model GWR salah satunya menggunakan fungsi jarak eksponensial. Matriks fungsi kernel *adaptive* pada lokasi ke-i yang diperoleh dari pembobot fungsi kernel eksponensial dengan formula:

$$\mathbf{W}(u_i, v_i) = exp\left(\frac{-d_{ij}}{b_i}\right), i, j = 1, \dots, n$$

Untuk mendapatkan nilai d_{ij} didapatkan dari $\sqrt{\left(u_i - u_j\right)^2 + \left(v_i - v_j\right)^2}$. Untuk nilai u_i merupakan koordinat latitude pada titik pengamatan ke-i dan v_i merupakan koordinat longitude pada titik pengamatan ke-i, serta nilai b_i merupakan *bandwidth* pada lokasi ke-i. Terdapat beberapa metode yang digunakan untuk memilih bandwidth optimum, salah satu diantaranya adalah metode Cross Validation (CV) yang secara matematis didefinisikan sebagai berikut:

$$CV = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{y}_{\neq i}(b)\right)^2$$

Dengan $\hat{y}_{\neq i}(b)$ adalah nilai penaksir y_i dimana pengamatan di titik pengamatan (u_i, v_i) dihilangkan dari proses penaksiran. Nilai *bandwidth* (b) yang optimal didapatkan dari nilai b yang menghasilkan nilai CV yang minimum. Pengujian model GWR untuk menentukan sifat lokal dan global dengan menggunakan pengujian pengaruh lokasi secara parsial[5]. Uji parsial untuk mengetahui apakah ada perbedaan pengaruh yang signifikan dari variabel independen X_j antara satu lokasi dengan lokasi yang lain. Pengujian ini dapat dilakukan dengan hipotesis yaitu:

H_0 : $\beta_1(u_1, v_1) = \beta_2(u_2, v_2) = \cdots = \beta_j(u_n, v_n)$, untuk j = 0, 1, ..., k

H_1 : Minimal ada satu $\beta_j(u_i, v_i)$ (i = 1, 2, ..., n) $\neq \beta_j(u_n, v_n)$

$$F_3 = \frac{V_j^2 / \text{tr}(\frac{1}{k}\boldsymbol{B}_j^T \left[\mathbf{I} - \frac{1}{k}\boldsymbol{J}\right] \boldsymbol{B}_j)}{\text{SSE}(\text{H}_1)/\delta_1}$$

Dengan

$$V_j^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_j(u_{\boldsymbol{i}}, v_i) - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{\beta}_j(u_{\boldsymbol{i}}, v_i)\right)^2$$
$$= \frac{1}{n}\boldsymbol{\beta}_j^T\left[\mathbf{I} - \frac{1}{n}\boldsymbol{J}\right]\boldsymbol{\beta}_j$$

$$\boldsymbol{\beta_j}(u_{i,}v_i) = \begin{bmatrix}\beta_0(u_{i,}v_i)\\ \beta_1(u_{i,}v_i)\\ \vdots \\ \beta_k(u_{i,}v_i)\end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B}_j = \begin{bmatrix}\mathbf{e}_1^T(\mathbf{X^TW}(u_1, v_1)\,\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X^TW}(u_1, v_1)\\ \mathbf{e}_2^T(\mathbf{X^TW}(u_2, v_2)\,\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X^TW}(u_2, v_2)\\ \vdots \\ \mathbf{e}_k^T(\mathbf{X^TW}(u_n, v_n)\,\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X^TW}(u_n, v_n)\end{bmatrix}$$

Matriks $\boldsymbol{J}$ adalah matriks berukuran n x n yang semua elemennya adalah 1 dan $\mathbf{e_k}$ adalah vektor kolom berukuran (k+1) yang bernilai satu untuk elemen ke-j dan nol untuk lainnya. F3 akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas $df_1 = \left(\frac{\gamma_1^2}{\gamma_2}\right)$ dan $df_2 = \left(\frac{\delta_1^2}{\delta_2}\right)$ dengan $\gamma_i = tr\left(\frac{1}{n}\boldsymbol{B}_j^T\left[\mathbf{I} - \frac{1}{n}\boldsymbol{J}\right]\boldsymbol{B}_j\right)^i$, i = 1, 2. Pada taraf signifikansi sebesar α maka H_0 akan ditolak jika nilai $F_3 \geq F_{\alpha;\, df_1;\, df_2}$.

2.3 Pengujian Deteksi Spasial

Heterogenitas spasial terjadi akibat adanya perbedaan antara satu wilayah dengan wilayah lainnya. Pengujian heterogenitas spasial menggunakan uji *Breusch-Pagan*[7]. Hipotesis yang mendasari pengujian heterogenitas *spasial* menggunakan uji *Breusch-Pagan* adalah:

H0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_{\mathrm{k}}^2 = \sigma^2$

H1 : minimal terdapat satu $\sigma_{\mathrm{k}}^2 \neq \sigma^2$

Statistik uji

$$\mathrm{BP} = \frac{1}{2}\left[\boldsymbol{g^T Z}(\boldsymbol{Z^T Z})^{-1}\boldsymbol{Z^T g}\right]$$

Dengan $\mathbf{Z}$ merupakan matriks dari variabel idependen yang berukuran nx(k+1) dan $\boldsymbol{g}$ sebagai vektor observasi pada $\boldsymbol{g_i} = \frac{e_i^2}{\hat{\sigma}} - 1$. Dengan kriteria uji menolak H_0 apabila BP > $X_{(k)}^2$atau jika p-value < α dengan k adalah banyaknya independen.

2.4 Mixed Geographically Weighted Regression

Metode *Mixed* GWR adalah suatu metode pemodelan yang menggabungkan model regresi global dengan model regresi yang terboboti[3]. Berdasarkan model GWR bila ternyata variabel independen tidak semuanya berpengaruh secara lokal sehingga ada variabel independen yang bersifat global maka model inilah yang disebut model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR)[6]. Model *Mixed* GWR dengan p variabel independen dan q variabel independen di antaranya bersifat lokal, dengan mengasumsikan bahwa koefisien model bersifat lokal dapat dituliskan pada persamaan rumus 3.

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^{q}\beta_j(u_i, v_i)X_{ij} + \sum_{j=q+1}^{p}\beta_j X_{ij} + \varepsilon_i\,, \qquad i = 1, 2, \ldots, \mathrm{n} \qquad (3)$$

dengan y_i merupakan nilai variabel dependen observasi ke-i, kemudian X_{ij} merupakan nilai observasi variabel independen ke-j pada titik pengamatan ke-i, $\beta_0(u_i, v_i)$ merupakan konstant pada pengamatan ke-i, (u_i, v_i) adalah untuk menyatakan koordinat letak geografis (*longitude,latitude*) dari titik pengamatan ke-i, $\beta_j(u_i, v_i)$ merupakan koefisien regresi observasi variabel independen ke-j pada titik pengamatan ke-i sedangkan β_j merupakan koefisien regresi observasi variabel independen ke-j, dan ε_i merupakan error pengamatan ke-i diasumsikan identik, independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian σ^2.

Estimasi parameter pada model *Mixed* GWR dapat dilakukan dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) seperti halnya pada model GWR. Dengan langkah awal yaitu dengan membentuk matriks pembobot untuk setiap titik pengamatan[3].

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_g = \left[X_g^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{g}}\right]^{-1}X_g^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)\boldsymbol{y} \tag{4}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{l}}(u_i,v_i) = \left[\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}\right]^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i,v_i)(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{g}}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_g) \tag{5}$$

$$\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{l}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_{l1}^T\left[\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}\right]^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i,v_i) \\ \boldsymbol{x}_{l2}^T\left[\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}\right]^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i,v_i) \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}_{ln}^T\left[\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}\right]^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{W}(u_i,v_i) \end{pmatrix}$$

2.4.1 Uji Kesesuaian Model (*goodness of fit*)

Pengujian ini dilakukan dengan hipotesis yaitu:

H_o : $\beta_j(u_i,v_i) = \beta_j$ untuk setiap j = 1,2,...,k dan i = 1,2,...,n

H_1 : minimal ada satu $\beta_j(u_i,v_i) \neq \beta_j$ untuk setiap j = 1,2,...,k dan i = 1,2,...,n

Statistik uji:

$$F_1 = \frac{DSS_1/v_1}{SSE(H_1)/u_1}$$

S adalah hasil dari $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{l}} + (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{g}}\left[X_g^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{g}}\right]^{-1}X_g^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)$, DSS_1 merupakan $\mathbf{y}^{\boldsymbol{T}}[(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{H})-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^{\boldsymbol{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{S})]\mathbf{y}$, dengan $SSE(H_1)$ merupakan hasil dari $\mathbf{y}^{\boldsymbol{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{S})^{\boldsymbol{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{S})$, nilai u_i diperoleh dari $tr\left([(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^i\right)$, $i = 1{,}2$ serta v_i diperoleh dari $tr\left([(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{H})(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^i\right)$, $i = 1{,}2$, $df_1 = \frac{v_1^2}{v_2}$,$df_2 = \frac{u_1^2}{u_2}$. Distribusi dari F_1 mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_1 dan df_2. Jika diberikan tingkat signifikansi α maka H_0 ditolak jika $F_1 < F_{1-\alpha;df_1;df_2}$.

2.4.2 Pengujian Serentak Parameter Model *Mixed* GWR

Uji ini digunakan menguji secara serentak bagaimana signifikansi dari variabel variabel model *Mixed* GWR[6]. Ada dua pengujian yang pertama adalah pengujian hipotesis serentak pada parameter variabel independen global x_j $(q+1 \leq j \leq p)$. Dengan hipotesis yaitu:

H_0 : $\beta_{q+1}=\beta_{q+2} = \cdots = \beta_p = 0$

H_1 : Minimal ada satu $\beta_j \neq 0$

Statistik Uji:

$$F_2 = \frac{\left(\frac{r_1 DSS_2}{r_2\sigma^2}\right)\Big/\frac{{r_1}^2}{r_2}}{\left(\frac{u_1 SSE(H_1)}{u_1\sigma^2}\right)\Big/\frac{{u_1}^2}{u_1}} = \left(\frac{DDS_2/r_1}{SSE(H_1)/u_1}\right)$$

dengan DSS_2 merupakan $\mathbf{y}^{\boldsymbol{T}}[(\mathbf{I}-\boldsymbol{S}_l)^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^{\boldsymbol{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{S})]\mathbf{y}$, nilai u_i diperoleh dari $tr\left([(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^i\right)$, $i = 1{,}2$ serta r_i diperoleh dari $tr\left([(\mathbf{I}-\boldsymbol{S}_l)^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^{\boldsymbol{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^i\right)$, $i = 1{,}2$, $df_1 = \frac{r_1^2}{r_2}$,$df_2 = \frac{u_1^2}{u_2}$.Menolak H_0 jika nilai $F_2 \geq F_{\alpha;df1;df2}$.

Selanjutnya uji serentak yang kedua adalah uji hipotesis serentak pada parameter variabel independen lokal X_j $(1 \leq j \leq q)$ dengan hipotesis sebegai berikut:

H_0 : $\beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = \ldots = \beta_q(u_i,v_i) = 0$

H_1 : Minimal ada satu $\beta_q(u_i,v_i) \neq 0$

Statistik Uji:

$$F_3 = \frac{\left(\frac{t_1 DSS_3}{t_2\sigma^2}\right) \Big/ \frac{{t_1}^2}{t_2}}{\left(\frac{u_1 SSE(H_1)}{u_1\sigma^2}\right) \Big/ \frac{{u_1}^2}{u_1}} = \left(\frac{DDS_3/t_1}{SSE(H_1)/u_1}\right)$$

dengan DSS_3 merupakan $\mathbf{y}^T\left[\left(\mathbf{I}-\boldsymbol{S}_g\right)^T\left(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_g\right)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\right]$, dan nilai u_i diperoleh dari $tr\left([(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^i\right), i=1,2$ serta t_i diperoleh dari hasil nilai $tr\left(\left[\left(\mathbf{I}-\boldsymbol{S}_g\right)^T\left(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_g\right)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\right]^i\right), i=1,2,\ df_1=\frac{t_1^2}{t},\ df_2=\frac{u_1^2}{u_2}$. Menolak H_0 jika nilai $F_3 \geq F_{\alpha;df1;df2}$.

2.4.3 Pengujian Parsial Signifikan Parameter Model

1. Uji ini digunakan untuk mengetahui variabel global dan lokal yang berpengaruh signifikan terhadap respon pada model *Mixed* GWR[6]. Untuk pengujian signifikansi pada variabel global x_k $(q+1 \leq k \leq p)$ digunakan hipotesis yaitu:
   $H_o : \beta_{q+1} = \beta_{q+2} = \ldots = \beta_p = 0$ untuk p = jumlah koef parameter variabel global
   H_1 : minimal ada satu $\beta_{q+1} = \beta_{q+2} = \ldots = \beta_p \neq 0$
   $$T_{g\_hit} = \frac{\hat{\beta}_p}{\hat{\sigma}\sqrt{g_{pp}}}$$
   Dengan g_{kk} adalah elemen diagonal ke-k dari hasil perkalian matriks $\mathbf{GG^T}$. $\mathbf{G}$ merupakan hasil dari $\left[X_g^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)\boldsymbol{X}_g\right]^{-1}X_g^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_l)$, $\hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}}{\mathrm{tr}\left((\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\right)}$. pada signifikansi sebesar α, maka dapat ambil keputusan tolak H_0 atau parameter $\hat{\beta}_p$ signifikan terhadap model jika $T_{g\_hit} > t_{(\alpha/2;df)},$ dengan $df = \frac{u_1^2}{u_2}$.
2. Uji hipotesis selanjutnya ditunjukkan untuk mengetahuai variabel lokal yang berpengaruh signifikan terhadap respon pada model *Mixed* GWR. Untuk menguji signifikansi suatu variabel lokal x_k $(1 \leq k \leq q)$ digunakan hipotesis yaitu:
   $H_o : \beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = \ldots = \beta_q(u_i,v_i) = 0$
   H_1 : minimal ada satu $H_o : \beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = \ldots = \beta_q(u_i,v_i) \neq 0$
   untuk q = jumlah koefisien parameter variabel lokal
   $$T_{l\_hit} = \frac{\hat{\beta}_q(u_i,v_i)}{\hat{\sigma}\sqrt{m_{qq}}}$$
   Dengan m_{kk} adalah elemen diagonal ke-k dari hasil perkalian matriks $\mathbf{MM}^T$. $\mathbf{M}$ merupakan hasil dari $\left[\boldsymbol{X}_l^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X}_l\right]^{-1}\boldsymbol{X}_l^T\boldsymbol{W}(u_i,v_i)(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{X}_g\boldsymbol{G})$, pada signifikansi sebesar α, maka dapat ambil keputusan tolak H_0 atau parameter $\hat{\beta}_q(u_i,v_i)$ signifikan terhadap model jika $T_{g_hit} > t_{(\alpha/2;df)},$dengan $df = \frac{u_1^2}{u_2}$.

2.5 *Akaike Information Criterion*

Ada beberapa metode yang digunakan untuk memilih model yang sesuai, salah satunya adalah *Akaike Information Criterion* (AIC) yang didefinisikan:

$$\mathrm{AIC_c} = 2n \ln(\hat{\sigma}) + n \ln(2\pi) + n\left\{\frac{n+tr(\boldsymbol{S})}{n-2-tr(\boldsymbol{S})}\right\}$$

dengan $\hat{\sigma}$ merupakan nilai estimator standar deviasi dari *error* hasil estimasi maksimum likelihood, yaitu $\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{n}$ dan $\boldsymbol{S}$ merupakan matriks proyeksi dimana $\hat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{Sy}$. Pemilihan model terbaik dilakukan dengan menentukan model dengan nilai AIC terkecil [3].

3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan bersifat sekunder bersumber dari BPS Jateng. Data Produk Domestik Regional Bruto dan faktor-faktor yang akan digunakan dalam penelitian, meliputi seluruh kabupaten/kota y di Jawa Tengah pada tahun 2011-2013. Data mengacu pada buku Jawa Tengah Dalam Angka yang dipuplikasikan oleh BPS Jateng pada setiap tahun dalam kurun waktu 2012 – 2014. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah nilai dari Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) ADHK menurut Kota dan Kabupaten di Jawa Tengah. Produk Domestik Regional Bruto (PDRB). Variabel PDRB merupakan variabel dependen yang digunakan untuk memodelkan pertumbuhan ekonomi di Jawa Tengah. Variabel independen yang digunakan Pendapatan Asli Daerah (PAD/X_1), Indeks Pembangunan Manusia (IPM/X_2), Tingkat Pengguran Terbuka (TPT/X_3), Jumlah Angkatan Kerja (JAK/X_4) dan Upah Minimum Regional (UMR/X_5).

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menganalisis data penelitian adalah:

1. Mengumpulkan data variabel dependen dan variabel independen.
2. Menganalisis model regresi global
3. Menganalisis model *Mixed* GWR
4. Membuat kesimpulan

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Model Regresi Global

Penaksiran nilai koefisien parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dilakukan dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square* atau OLS. $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ didapatkan dari perhitungan $(\boldsymbol{X^TX})^{-1}\boldsymbol{X^TY}$, sehingga model regresi yang terbentuk adalah:

$$\hat{y} = -95846{,}1 + 8{,}919X_1 + 1189{,}646X_2 + 1332{,}048X_3 + 36{,}030X_4 - 1119{,}988X_5$$

Heterogenitas spasial terjadi akibat adanya perbedaan antara satu wilayah dengan wilayah lainnya. Pengujian heterogenitas spasial menggunakan uji *Breusch-Pagan.* Heterogenitas spasial terjadi akibat dari adanya perbedaan karakteristik lingkungan dan geografis antar wilayah pengamatan. Hipotesis yang mendasari pengujian heterogenitas spasial menggunakan uji *Breusch-Pagan* adalah:

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (Tidak Terdapat Heterogenitas Spasial)

H_1 : Minimal ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$; i = 1, 2, …, n (Terdapat Heterogenitas Spasial)

Tabel 1. Analisis Heterogenitas Spasial

Uji Breusch-Pagan pada alpha 0,05	
Statistik BP	47,200
Tabel 5%	11,070
P_Value	0,000

Sehingga dapat diambil keputusan bahwa H_0 ditolak karena nilai *p-value* (0,000) < α (0,05). Maka dapat disimpulkan bahwa terdapat kasus heterogenitas spasial atau terdapat karakteristik yang berbeda terhadap data pendapatan asli daerah di Provinsi Jawa Tengah antar tiap Kabupaten dan Kota.

4.2 Model *Geographically Weighted Regression*

Uji parsial dilakukan untuk mengetahui apakah ada perbedaan pengaruh yang signifikan dari variabel independen X_k antara satu lokasi dengan lokasi yang lain. Pengujian ini dapat dilakukan dengan hipotesis yaitu:

H_0 : $\beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \cdots = \beta_k(u_i, v_i)$ (tidak ada perbedaan pengaruh yang signifikan dari variabel independen X_k antara satu lokasi dengan lokasi lainnya)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_j(u_i, v_i)$ untuk j = 1, 2, ..., k dan I = 1, 2, …, n. (ada perbedaan pengaruh yang signifikan dari variabel independen X_k antara satu lokasi dengan lokasi lainnya)

Tabel 2. F_3 Uji Faktor Geografis Pada Setiap Koefisien Beta GWR

Variabel	F_3	F tabel	Keputusan
Intersept	1,84056	0,006276	
X_1 (PAD)	0,75703	0,831140	Tidak Signifikan
X_2 (IPM)	1,87577	0,012753	Signifikan
X_3 (TPT)	1,95151	0,002880	Signifikan
X_4 (JAK)	2,97915	$1{,}128\ 10^{-05}$	Signifikan
X_5 (UMR)	1,32809	0,121823	Tidak Signifikan

Dengan taraf signifikansi (α) adalah 5%, maka menolak H_0 jika F_3 > Ftabel**.** Pada Tabel 15 dapat disimpulkan bahwa variabel independen X_1 dan X_5 ada perbedaan pengaruh yang signifikan dari variabel independen X_k antara satu lokasi dengan lokasi yang lainnya. Karena tidak semua variabel independen berpengaruh secara lokal maka untuk pengujian parsial parameter model sebaiknya dilakukan dengan menggunakan model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR).

4.3 Model *Mixed* GWR PDRB Kabupaten/Kota Jawa Tengah

Pada pengujian kesesuaian model *Mixed* GWR diperoleh hasil bahwa dengan menggunakan tingkat signifikansi α sebesar 5% dapat disimpulkan bahwa model *Mixed* GWR berbeda dengan model regresi global.

Tabel 2. Uji Kesesuaian Model *Mixed* GWR

Uji Kesesuaian Model *Mixed GWR* dengan Statistik uji F_1					
Source	SS	df	MS	F1	P
Improvement	3376958727,8635	8,01344	21411349,2852	4,0472	0,0000
MIXED GWR	9474015369,8528	90,9866	104125448,8463		
Regresi	12850974097,7163	99,0000			

Pada pengujian serentak parameter model variabel independen global dengan menggunakan tingkat signifikansi α sebesar 5% menyimpulkan bahwa variabel independen global secara serentak berpengaruh terhadap pemodelan pertumbuhan ekonomi dengan menggunakan data PDRB di Kabupaten dan Kota di Jawa Tengah.

Tabel 3. Uji Serentak Parameter Global *Mixed* GWR

Uji Serentak Parameter Global MGWR dengan Statistik uji F_2					
Source	SS	df	MS	F_2	P
Improvement	2726927738,4003	1,6118	1691843449,4384	16,2481	0,0000
MGWR	9474015369,8528	90,9866	104125448,8463		
Reduced	12200943108,2531	92,5984			

Pengujian parameter model variabel independen lokal dengan menggunakan tingkat signifikansi α sebesar 5% menyimpulkan bahwa variabel independen lokal secara serentak berpengaruh terhadap pemodelan pertumbuhan ekonomi dengan menggunakan data PDRB di Kabupaten dan Kota di Jawa Tengah.

Tabel 4. Uji Serentak Parameter Lokal *Mixed* GWR

Uji Serentak Parameter Lokal MGWR dengan Statistik uji F_3					
Source	SS	df	MS	F_3	P
Improvement	6857902386,8646	12,0134	570852041,1148	5,4823	0,0000
MGWR	9474015369,8528	90,9866	104125448,8463		
Reduced	16331917756,7174	103,0000			

Pengujian parsial parameter model MGWR untuk variabel global dengan menggunakan tingkat signifikansi α sebesar 5% didapatkan hasil bahwa variabel prediktor global yang berpengaruh signifikan adalah Pendapatan Asli Daerah (X_1).

Tabel 5. Ringkasan Statistik Parameter Global *Mixed* GWR

Ringkasan Statistik Parameter Global			
Koefisien	Beta	tStat	P_val
β_1	8,9325	5,8245	0,0000
β_5	-923,0569	-0,5743	0,2835

Pengujian parsial parameter model MGWR untuk variabel lokal, dengan menggunakan tingkat signifikansi α sebesar 5% didapatkan hasil bahwa tidak semua daerah signifikan pada ketiga variabel lokal (X_2,X_3 dan X_4). Selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil Uji Parsial Parameter Model *Mixed* GWR Variabel Lokal

No	Kabupaten/Kota	Variabel Signifikan
1	Cilacap, Banyumas, Purbalingga, Kebumen, Kudus, Jepara, Kota Magelang, Kota Salatiga.	X_1, X_2, X_3
2	Banjarnegara, Purworejo, Wonosobo, Magelang, Boyolali, Klaten, Sukoharjo, Wonogiri, Karanganyar, Sragen, Grobogan, Blora, Rembang, Pati, Demak, Semarang, Temanggung, Kendal, Batang, Pekalongan, Pemalang, Tegal, Brebes, Kota Surakarta, Kota Semarang, Kota Pekalongan, Kota Tegal	X_1, X_3

Model *Mixed* GWR yang dihasilkan pada masing-masing lokasi pengamatan akan berbeda-beda bergantung pada nilai parameter *Mixed* GWR dan variabel independen yang signifikan mempengaruhi variabel dependen. Misalkan pada lokasi pengamatan pertama, yaitu Kabupaten Cilacap. Model yang dihasilkan pada pemodelan *Mixed GWR* menggunakan fungsi pembobot *exponential* adalah

$$y_1 = -435223{,}153 + 5412{,}24213\ X_1 + 3199{,}892689\ X_2 + 83{,}780\ X_3 + 8{,}9325\ X_5$$

Y (Dalam skala ribuan), X_1 (Dalam Sskala ribuan), X_2 (Dalam Skala persen), X_3 (Dalam Skala persen), X_4 (Dalam skala ribuan). Pengangguran Terbuka (Dalam Persen), Jumlah Angkatan Kerja (Dalam Ribuan). Perhitungan nilai *Akaike Information Criterion* dari model *Mixed* GWR didapatkan nilai sebesar 2248,117 atau tingkat kesalahan informasi residual sebesar 2248,117.

5. KESIMPULAN

Model *Geographically Weighted Regression* diaplikasikan untuk memodelkan data yang memiliki keberagaman variansi. Model GWR mengasumsikan bahwa setiap variabel amatan memiliki sifat kelokalan yang harus dipenuhi. Dalam penelitian ini, model GWR yang diregrsikan dapat disimpulkan bahwa variabel X_2(IPM), variabel X_3(TPT) dan variabel X_4(JAK) mempengaruhi secara lokal terhadap setiap wilayah di Jawa Tengah dan variabel X_1(PAD) dan X_5(UMR) mempengaruhi secara global untuk keseluruhan wilayah di Jawa Tengah. Sehingga pemodelan dilakukan dengan menggunakan model *Mixed* GWR.

Berdasarkan model *Mixed* GWR, faktor-faktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap PDRB di Kabupaten/Kota di Jawa Tengah secara lokal adalah IPM, TPT dan JAK. Sedangkan pada variabel yang mempengaruhi secara global PAD berpengaruh secara signifikan terhadap model dan UMR tidak berpengaruh secara signifikan model. Model *Mixed* GWR memiliki nilai AIC yaitu sebesar 2248,117. Sehingga disimpulkan bahwa model *Mixed* GWR sangat tepat untuk memodelkan data Produk Domestik Regional Bruto (PDRB), dengan variabel independen yang mempengaruhinya adalah pengaruh Pendapatan Asli Daerah (PAD), variabel jumlah tenaga kerja, indeks pembangunan manusia, persentase pengangguran terbuka dan upah minimum regional.

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Chasco, C. Garcia, I. dan Vicens, J. 2007. *Modeling Spastial Variations in Household Disposible Income with Geographically Weighted Regression*. Munich Personal RePec Arkhive (MPRA) Working Papper No. 1682.

[2] Draper, N.R. dan Smith, H. 1992. *Applied Regression Analysis Third Edition*. Canada: A Wiley Interscience Publication.

[3] Fotheringham, A.S., Brundson, C. dan Charlton, M. 2002. *Geographically Weighted Regression*. Chichester, UK: John Wiley and Sons.

[4] Gujarati N. D. 2004. *Basic Econometrics fourth edition*. McGraw-Hill

[5] Leung, Y., Mei, C.L., dan Zhang, W.X., 2000. *Statistical Test for Spatial Non-Stasionarity Based on the Geographically Weighted Regression Model.* Departement of Geography and The Centre for Environmental Studies The Chinese University of Hong Kong, Shatin, Hong Kong.

[6] Purhadi dan Yasin, H. 2012. *Mixed Geographically Weighted Regression Model Case Study : The Percentage Of Poor Households In Mojokerto 2008. European Journal of Scientific Research,* Vol.69, issue 2, hal.188-196

[7] Rakhmasanti, L.A., Waego, H. N., Eni, S., 2013. *Kajian Model Regresi Logistik dan Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR) dengan Fungsi Pembobot Adaptive Gaussian Kernel dan GWLR Dengan Fungsi Pembobot Bisquare Kernel.* Jurnal Statistik UB. Halaman 292-296.