

Analisis Portofolio Optimum Saham Syariah Dengan Model Black Litterman

Arum Virginia Dewi Kusuma Ratri

Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga, Jl. Marsda Adisucipto No. 1 Yogyakarta, Indonesia

Korespondensi; Email: virginadhe@gmail.com

Abstrak

Kegiatan berinvestasi yang dilakukan oleh investor tidak dapat terlepas dari faktor return dan risiko. Pembentuk portofolio menjadi suatu pilihan yang dapat membantu meminimalkan risiko dan mengoptimalkan keuntungan. Salah satunya adalah model portofolio Black Litterman (BL). Model ini merupakan model yang mengkombinasikan antara return ekuilibrium yang diperoleh melalui Capital Asset Pricing Model (CAPM) dengan pandangan/views investor tentang return suatu aset. Penelitian ini membahas tentang penerapan model Black Litterman pada saham syariah yang tergabung dalam Jakarta Islamic Index (JII) periode Januari 2014 – Januari 2015. Pemilihan portofolio dilakukan dengan memilih 5 (lima) saham yang memiliki expected return CAPM terbesar diperoleh saham INDF, MNCN, MPPA, SILO dan SSMS. Hasil penelitian menunjukkan bahwa portofolio model Black Litterman terbentuk dari saham INDF (54,44%), MNCN (11,69%), MPPA (13,17%) dan SSMS (20,70%) dengan return 0,13% dan risiko 0,0114%.

Kata Kunci: CAPM; Model Black Litterman; Saham Syariah; Portofolio Optimum

Abstract

Investing activities undertaken by investors can not be separated from the return and risk factors. Molders the portfolio becomes an option that can help minimize risk and optimize profitability. One is a model portfolio Black Litterman (BL). This model is a model that combines the equilibrium returns obtained through the Capital Asset Pricing Model (CAPM) to view / views of investors about the return of an asset. This study discusses the application of the Black Litterman on Islamic stocks incorporated in the Jakarta Islamic Index (JII) in the period January 2014 - January 2015. The selection is done by selecting a portfolio of five (5) shares had the biggest CAPM expected return acquired shares INDF, MNCN, MPPA, SILO and SSMS. The results showed that Black Litterman model portfolio made up of shares INDF (54.44%), MNCN (11.69%), MPPA (13.17%) and SSMS (20.70%) with a return of 0.13% and a risk 0.0114%.

Keywords: CAPM; Black Litterman Model; Islamic stocks; Optimum Portfolio

Pendahuluan

Investasi sering diartikan komitmen untuk mengalokasikan sejumlah dana pada atau lebih asset (pada saat ini) yang diharapkan akan mampu memberikan *return* (keuntungan) dimasa yang akan datang. Kegiatan investasi yang dilakukan investor akan menghasilkan keuntungan (*return*) dan sekaligus menghadapi risiko (*risk*). Keuntungan dan risiko berbanding lurus, apabila keuntungan tinggi berarti risikonya juga tinggi dan sebaliknya, apabila keuntungannya rendah risikonya juga akan rendah. Hukum investasi ini berlaku untuk semua jenis investasi. Permasalahannya adalah bahwa setiap orang menginginkan keuntungan yang tinggi dengan risiko yang rendah (Susilo, 2009: 3).

Strategi yang sering digunakan dalam kondisi investasi yang penuh dengan risiko adalah dengan membentuk portofolio (*portfolio*). Portofolio adalah kombinasi dari beberapa saham sebagai pilihan investasi. Tujuannya untuk meminimalkan risiko investasi dan mengoptimalkan keuntungan atau diversifikasi investasi (Susilo, 2009:150).

Menurut Jogiyanto (2000:169) dalam membentuk suatu portofolio dipastikan akan timbul suatu masalah. Permasalahannya adalah terdapat banyak sekali kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk dari kombinasi aktiva berisiko yang tersedia di pasar. Kombinasi ini dapat mencapai jumlah yang tidak terbatas. Belum kombinasi ini juga memasukkan aktiva bebas risiko di dalam pembentukan portofolio. Jika terdapat kemungkinan portofolio yang jumlahnya tidak terbatas, maka akan timbul pertanyaan portofolio mana yang akan dipilih oleh investor. Jika investor adalah rasional, maka mereka akan memilih portofolio yang optimal.

Teori portofolio diawali oleh Markowitz dengan *mean variance efficient portfolio* di tahun 1952. Selanjutnya bermunculan teori tentang portofolio seperti CAPM dan *Single Index Model*. Hingga pada tahun 1992 muncul model portofolio yang dikenal dengan Black Litterman Model (BL) oleh Robert Litterman dan Fischer Black. BL muncul dengan rumusan yang tidak mengabaikan *views* seorang investor atau manajer investasi. Seorang investor tentunya memiliki *views* tersendiri terhadap suatu aset yang akan dipilihnya untuk melakukan investasi. Sehingga tidak seperti kebanyakan model portofolio yang hanya menggunakan data historis dan tidak mempedulikan pandangan investor, portofolio yang terbentuk dari model Black Litterman ini diharapkan akan lebih menguntungkan karena diperoleh dengan melalui data historis dan juga *views* yang telah dinyatakan oleh investor (Subekti, 2009:1).

Black dan Litterman mengidentifikasi dua sumber informasi tentang *expected return* dan mengkombinasikan dua informasi itu ke dalam rumus *expected return* yang baru. Informasi yang pertama diperoleh dari *return* CAPM sehingga *market* dianggap dalam keadaan ekuilibrium. Sumber informasi yang kedua adalah *views* manajer investasi. Manajer investasi dapat menyatakan opininya yang berbeda dengan kondisi ekuilibrium, informasi yang berbeda ini mungkin sekali karena berkaitan dengan *expected return asset* apakah akan meningkat atau turun berdasarkan pantauan investor terhadap keadaan *market*, perekonomian ataupun isu-isu politik dan kenegaraan yang mungkin mempengaruhi pergerakan aset di *market*. *Views* investor dengan *return* ekuilibrium akan menghasilkan informasi untuk mendapatkan *expected return* yang baru yang akan digunakan untuk proses optimisasi portofolio (Subekti, 2009: 4).

Model Black Litterman ini dapat ditelusuri dari berbagai pendekatan, yaitu Bayes, Teori Sampling dan *Theil Mixed*. Menurut Silva (2009:2) model Black Litterman dengan kerangka analisis Bayes dapat menghasilkan portofolio yang lebih kuat, yang mana memiliki sensitifitas kecil pada *error* yang masuk pada *expected return*. Oleh karena itu, penelitian ini melakukan analisis portofolio optimum saham syariah yang tergabung dalam *Jakarta Islamic Index* (JII) dengan Model Black Litterman Periode Januari 2014 Januari 2015 menggunakan pendekatan Bayes.

Landasan Teori

Pasar Modal Syariah

Berdasarkan Peraturan Nomor IX.A.13 tentang penerbitan Efek Syariah, Efek Syariah adalah Efek sebagaimana dimaksud dalam Undang-undang Pasar Modal dan peraturan pelaksanaannya yang akad maupun cara penerbitannya memenuhi Prinsip-prinsip Syariah di Pasar Modal (Suhartono, 2009: 203).

Seperti pasar modal pada umumnya, pasar modal syariah memberikan sarana investasi dengan berbagai tawaran produk yang dapat dipilih oleh masyarakat sebagai investor seperti saham, obligasi (sukuk) dan reksadana syariah. Secara rinci dapat dijelaskan sebagai berikut (Suhartono, 2009: 207):

a. Saham dan Portofolio

Suatu perusahaan dapat menjual hak kepemilikannya dalam bentuk saham (*stock*). Saham merupakan sertifikat yang menunjukkan atas suatu perusahaan yang menurut proporsi tertentu. Jika perusahaan hanya mengeluarkan satu kelas saham saja, saham ini disebut saham biasa (*common stock*). Untuk menarik investor potensial lainnya, suatu perusahaan mungkin juga mengeluarkan kelas lain dari saham, yaitu yang disebut saham preferen (*preferred stock*) (Jogiyanto, 2000: 67).

Dari sudut pandang fiqh, pada dasarnya saham adalah efek syariah. Namun saham dapat menjadi tidak syariah apabila perusahaan yang menerbitkan (emiten) tidak memenuhi kriteria syariah yang ditetapkan oleh Dewan Syariah Nasional-Majelis Ulama Indonesia (DSN-MUI) yang

telah diatur dalam peraturan Bapepam-LK nomor II K.1 tentang Kriteria dan Penerbitan Daftar Efek Syariah (Suhartono, 2009: 207).

Sedangkan portofolio merupakan kumpulan instrumen investasi yang dibentuk untuk memenuhi suatu sasaran umum investasi yaitu mengurangi risiko (Suhartono, 2009: 119).

b. Sukuk (Obligasi Syariah)

Sukuk atau yang dulunya lebih dikenal dengan Obligasi Syariah merupakan Efek Syariah berupa sertifikat atau bukti kepemilikan yang bernilai sama dan mewakili bagian penyertaan yang terbagi atas (Suhartono, 2009: 209):

- 1) Kepemilikan aset berwujud tertentu
- 2) Nilai manfaat dan jasa atas aset proyek tertentu atau aktivitas investasi tertentu, atau
- 3) Kepemilikan atas aset proyek tertentu atau aktivitas investasi tertentu.

c. Reksadana Syariah

Berdasarkan Fatwa Dewan Syariah Nasional-Majelis Ulama Indonesia (DSN-MUI) Nomor 20/DSN-MUI/IV/2001 mengenai Pedoman Pelaksanaan.

Investasi untuk Reksadana Syariah dan Nomor 40/DSN-MUI/X/2003 mengenai Pasar Modal, definisi reksadana syariah adalah reksadana yang beroperasi menurut ketentuan dan prinsip syariah Islam, baik dalam bentuk akad antara pemodal sebagai pemilik harta (*shahib al-mal/rabb al-mal*) dengan Manajer Investasi, begitu pula pengelolaan dana investasi sebagai wakil *shahib al-mal*, maupun antara Manajer Investasi sebagai wakil *shahib al-mal* dengan pengguna investasi (Suhartono, 2009: 211).

Teorema Bayes

Teorema Bayes merupakan salah satu cara yang banyak digunakan untuk merevisi peluang awal (peluang prior) sehingga diperoleh peluang akhir (peluang posterior) yang selanjutnya dijadikan dasar untuk pengambilan keputusan. Konsep peluang ini dikemukakan oleh Thomas Bayes (1702-1761). Teorema bayes banyak digunakan terkait permasalahan peluang bersyarat. Peluang sebelum direvisi disebut peluang awal (*prior probability*) dan peluang yang diperbarui disebut peluang akhir (*posterior probability*) (Sugiarto, 2014: 8.10).

Misal peristiwa-peristiwa B_1, B_2, \dots, B_k membentuk partisi di dalam ruang sampel S demikian sehingga $P(B_i) \neq 0, i = 1, 2, 3, \dots, k$ dan misalkan pula A suatu kejadian sembarang dalam S dengan $P(A) \neq 0$, maka (Walpole, 1992: 110) :

$$P(B_r|A) = \frac{P(B_r)P(A|B_r)}{\sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i)} \tag{1}$$

Untuk $r=1, 2, \dots, i$

Return Saham dan Portofolio

▪ *Return* Portofolio

Menurut Jogiyanto *return* portofolio terdapat dua macam, yaitu *return* realisasi portofolio dan *return* ekspektasi portofolio.

▪ *Return* Realisasi Portofolio

Return realisasi portofolio adalah rata-rata tertimbang dari *return-return* realisasi masing-masing sekuritas tunggal dalam portofolio, yaitu (Jogiyanto, 2000: 142):

$$\begin{aligned} R_p &= W_1R_1 + \dots + W_KR_K \\ &= \sum_{i=1}^n w_iR_i \end{aligned} \tag{2}$$

Dengan:

w_i = bobot aset-aset dalam portofolio

R_i = *return* saham ke-i.

dimana w jika dijumlahkan akan memiliki jumlah sama dengan 1.

- Return Ekspektasi Portofolio

Return ekspektasi portofolio merupakan rata-rata tertimbang *return-return* ekspektasi untuk tiap-tiap sekuritas tunggal di dalam portofolio, yaitu (Jogiyanto, 2000:142):

$$\begin{aligned} R_p &= w_1r_1 + \dots + w_n r_n \\ E(R_p) &= w_1E(R_1) + \dots + w_nE(R_n) \\ &= \sum_{i=1}^n w_iE(R_i) \end{aligned} \quad (3)$$

- Risiko Saham dan Portofolio

Risiko merupakan besarnya penyimpangan antara tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*) dengan tingkat pengembalian aktual. Semakin besar penyimpangannya berarti semakin besar pula tingkat risikonya (Halim, 2003: 42).

- Risiko Saham

Risiko saham adalah risiko atau penyimpangan yang diperoleh dari suatu saham tertentu. Risiko saham dapat dihitung dengan rumus berikut (Jogiyanto, 2000: 131):

$$V(R_i) = E([R_i - E(R_i)]^2) \quad (4)$$

- Risiko Portofolio

Risiko suatu portofolio dinotasikan (Jogiyanto, 2000: 155):

$$\begin{aligned} V(R_p) &= V(w'r) \\ &= w'V(r)w \\ &= w' \Sigma w \end{aligned} \quad (5)$$

dimana:

R_p = *return* realisasi portofolio

r = *mean return* aset portofolio

w = bobot aset-aset dalam portofolio

Beta

Besarnya risiko suatu saham ditentukan oleh beta (β) Beta menunjukkan hubungan antara saham dan pasarnya (saham secara keseluruhan). Beta juga merupakan pengukur volatilitas *return* suatu sekuritas atau portofolio terhadap *return* pasar.

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (6)$$

dengan:

σ_{ij} = *covarian return* dari masing-masing saham dengan *return* pasar

σ_M^2 = varian *return* pasar

Teori CAPM

CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) merupakan suatu model yang menggunakan beta untuk menghubungkan risiko dan *return* secara bersama-sama. Pengembangan model ini berfungsi untuk menjelaskan tingkah laku dari harga-harga sekuritas dan memberikan mekanisme bagi investor untuk menilai pengaruh suatu sekuritas yang diusulkan terhadap risiko dan *return* portofolio mereka. Teori CAPM ini dikembangkan oleh William Sharpe (1964), John Lintner (1965), Jan Mossin (1966) dan Jack Treynor (1961), yang mengembangkan *mean-variance analysis* dari Markowitz menjadi model yang dapat menghitung *expected return asset* jika ekuilibrium tercipta dalam pasar (Suhartono, 2009: 89).

Formula CAPM. CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) merupakan suatu model yang menggunakan beta untuk menghubungkan risiko dan *return* secara bersama-sama.

Rumusan CAPM (Sigman, 2005: 2):

$$\bar{r}_p - r_f = \beta_p(\bar{r}_M - r_f) \tag{7}$$

Diversifikasi

Diversifikasi merupakan risiko yang dapat di-diversifikasikan adalah risiko yang tidak sistematis atau risiko spesifik. Diversifikasi risiko ini sangat penting untuk investor, karena dapat meminimumkan risiko tanpa harus mengurangi *return* yang diterima (Jogiyanto, 2000: 162).

- **Diversifikasi Random**
 Diversifikasi secara random (*nave diversification*) merupakan pembentukan dengan memilih sekuritas-sekuritas secara acak tanpa memperhatikan karakteristik dari investasi yang relevan seperti misalnya *return* dari sekuritas itu sendiri. Investor hanya memilih sekuritas secara acak.
- **Diversifikasi Markowitz**
 Sebelumnya telah ditunjukkan dengan menggunakan metode dari Markowitz, sekuritas-sekuritas yang mempunyai korelasi lebih kecil dari 1 akan menurunkan risiko portofolio. Dengan kata lain, saat melakukan diversifikasi, dianjurkan menghindari saham-saham yang berkorelasi positif, atau pilihlah saham yang berkorelasi negatif. Semakin banyak sekuritas yang dimasukkan dalam portofolio, semakin kecil risiko portofolio. Dengan menggunakan metode Markowitz, diversifikasi ini dapat dibuktikan secara matematis.

Misalkan terdapat n sekuritas dalam portofolio dengan proporsi w_i . Besar w_i adalah $1/n$ (misal n adalah 4, maka proporsi tiap sekuritas atau 25%). Ingat rumus varian portofolio sebagai berikut:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \tag{8}$$

Substitusikan $w_i = w_j = 1/n$, maka besar varian portofolio adalah

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} \frac{1}{n} \sigma_{ij} \\ &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} \end{aligned} \tag{9}$$

Pecah kembali (2-59) menjadi varian dan kovarian:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma_{ii} + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} \tag{10}$$

Misalkan varian terbesar untuk tiap-tiap aktiva (σ_{ii}) adalah T , maka rumus varian portofolio menjadi:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n T + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} \\ &= \frac{1}{n^2} T \cdot n + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} \\ &= \frac{T}{n} + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} \end{aligned} \tag{11}$$

Misalkan nilai rata-rata dari kovarian adalah $\bar{\sigma}_{ij}$, dan jumlah dari kovarian adalah $(n^2 - n)$ buah, maka total nilai semua kovarian adalah sebesar $(n^2 - n) \cdot \bar{\sigma}_{ij}$. Substitusikan nilai ini ke rumus varian portofolio, sehingga menjadi:

$$\begin{aligned}
 \sigma_p^2 &= \frac{T}{n} + \frac{1}{n^2} [(n^2 - n) \cdot \bar{\sigma}_i] \\
 &= \frac{T}{n} + \left(\frac{n^2}{n^2} \cdot \bar{\sigma}_i - \frac{n}{n^2} \cdot \bar{\sigma}_i \right) \\
 &= \frac{T}{n} + \left(\bar{\sigma}_i - \frac{1}{n} \cdot \bar{\sigma}_i \right)
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Diversifikasi dapat ditunjukkan dengan jumlah aktiva yang besar dalam portofolio sebagai berikut:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_p^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{T}{n} + \left(\bar{\sigma}_{i_i} - \frac{1}{n} \cdot \bar{\sigma}_{i_i} \right) \right]
 \tag{13}$$

Sehingga, risiko dari portofolio adalah

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_p^2 = \bar{\sigma}_{i_i}
 \tag{14}$$

Dengan demikian, diversifikasi akan menghilangkan efek varian, tetapi efek kovarian masih tetap ada, yaitu sebesar nilai rata-rata semua kovarian. Dengan kata lain, untuk portofolio yang di-diversifikasikan dengan baik yang terdiri dari banyak aktiva, efek dari kovarian menjadi lebih penting dibandingkan efek dari varian masing-masing aktiva (Jogiyanto, 2000: 164-167).

Model Black Litterman

Pengertian Model Black Litterman

Model Black Litterman dengan menggunakan pendekatan bayes digunakan untuk mengkombinasikan *views* subjektif dari pandangan investor tentang *expected return* satu aset atau lebih dengan vektor ekuilibrium pasar dari *expected return* (distribusi prior), ke bentuk yang baru. Estimasi campuran dari *expected return*, vektor yang baru dari *return* (distribusi posterior) dan kepastian intuisi portofolio sehingga terbentuk bobot portofolio yang tepat (Idzorek, 2005).

Pendekatan ini merupakan salah satu cara yang digunakan mengungkapkan perbedaan yang sangat mencolok tentang *expected return* ketika dibandingkan dengan kesepakatan pasar.

Views Investor dan Tingkat Keyakinan Investor

- *Views* Investor

Seorang investor dapat memiliki pandangan hanya untuk sejumlah k aset dari d aset yang terdapat dalam portofolio, dengan kata lain investor tidak perlu menyatakan pandangannya (*view*) pada tiap-tiap aset pada semua portofolio namun cukup pada sejumlah portofolio yang menjadi perhatian investor.

Misalkan suatu portofolio terdiri dari 3 aset yaitu A, B dan C. Investor dapat menyatakan *view*, baik *relative view* ataupun *absolute view*, yaitu:

View 1 (absolute view): saya yakin aset A akan memberikan *return* X%

View 2 (relative view): saya yakin aset B akan memberikan *return* Y% melampaui aset C

Sehingga dapat dibentuk *Q* sebagai *view vector*:

$$Q + \varepsilon = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_K \end{bmatrix}
 \tag{15}$$

Variansi dari masing-masing *error* dinyatakan ke dalam matriks baru. Diagonal dalam matriks menunjukkan covarian antar *views*. Matriks akan berkontribusi penting dalam perhitungan akhir *expected return* Black Litterman.

Sebelum menuju ke perhitungan akhir *expected return*, terlebih dahulu dibahas tentang matriks koefisien *P* (Idzorek, 2005):

$$P = \begin{bmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k,1} & \cdots & p_{k,n} \end{bmatrix} \tag{16}$$

P adalah matriks $k \times n$, dimana k menunjukkan *views* investor dan n menunjukkan banyaknya aset dalam portofolio.

▪ **Tingkat Keyakinan Investor**

Model Black Litterman yang diawali dengan *equilibrium return* yang dicapai CAPM, mempersilahkan investor untuk menggabungkan sejumlah aset dengan *investmen views*. Ketidakpastian *views* dapat diukur dari (tingkat keyakinan) *confidence level* tertentu. *Confidence level* terletak pada interval 0% sampai 100%.

Tingkat keyakinan merupakan vektor *error* yang menandakan pandangan yang dimiliki investor masih belum pasti dan diasumsikan berdistribusi normal. Tingkat keyakinan ini dinyatakan dalam matriks diagonal Ω (kovariansi dari *views*) sebagai berikut (Idzorek, 2005):

$$\Omega = P' \alpha \Sigma P \tag{17}$$

Dimana $\alpha = \frac{1-c}{c}$

dengan bentuk matriksnya

$$\Omega = \begin{bmatrix} (p_k \Sigma p'_k) * \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (p_k \Sigma p'_k) * \alpha \end{bmatrix} \tag{18}$$

Asumsi Model

Dalam teorema bayes, probabilitas $P(A)$ menggambarkan tentang informasi prior. Informasi prior ini didapatkan dari informasi B .

Misalkan:

A = *expected return*

B = *equilibrium return*

$$P(A|B) = P(A)P(B) = P(B|A)P(A)$$

Sehingga

$$P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \tag{19}$$

Keterangan:

$P(A|B)$ = fungsi probabilitas *expected return* jika diketahui data *equilibrium return*, disebut juga distribusi prior

$P(A)$ = pandangan subjektif investor

$P(B)$ = probabilitas marginal ekuilibrium

Kemudian dengan aturan bayes maka informasi A dan B dapat dibawa ke bentuk

$$P(E(r)|\pi) = \frac{P(\pi|E(r))P(E(r))}{P(\pi)} \tag{20}$$

dengan

r = vektor *excess return* ukuran $n \times 1$; $E(r)$ = vektor *expected return* investor ukuran $n \times 1$; π = *excess equilibrium CAPM*

Dengan asumsi-asumsi sebagai berikut (Subekti, 2008):

Asumsi Pertama: Diasumsikan keyakinan prior dinyatakan sebagai $P(E(r))$ yang mempunyai k kendala linear dari vektor *expected return* dan ditulis dengan matriks P dengan ukuran $k \times n$

$$P(r) = Q + v$$

dengan $v \sim N(0, \Omega)$, Ω adalah matriks kovariansi $k \times k$, sehingga distribusinya

$$P(r) \sim N(Q, \Omega) \tag{21}$$

Asumsi Kedua: Fungsi densitas dari data *equilibrium return* dengan syarat informasi prior diasumsikan sebagai

$$\pi | E(r) \sim N(E(r), \Sigma) \tag{22}$$

Dengan $E(\pi) = E(r)$ artinya ada asumsi bahwa *mean return* ekuilibrium sama dengan *mean return* pasar, ini diperoleh melalui CAPM. Sedangkan scalar τ adalah suatu angka yang diberikan investor untuk mengukur matriks kovariansi historis Σ . Variabel $\tau = 1/ju$ *h o.* (Blamont dan Firoozye, 2003).

Kombinasi *Equilibrium Return* dan *Views* Investor

Informasi prior yang dimiliki investor tidaklah pasti sehingga matriks kovariansinya bukanlah nol, dengan menggunakan asumsi (21) dan (22) serta aturan bayes diperoleh fungsi densitas posterior $(E(r)|\pi)$ adalah multivariat normal dengan *mean* dan variansinya sebagai berikut (Subekti, 2008):

Mean posterior

$$[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}Q] \tag{23}$$

Variansi

$$[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1} \tag{24}$$

Mean adalah

$$S^{-1}T = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}Q]$$

Variansinya adalah

$$S^{-1}T = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}$$

Jadi $(E(r)|\pi)$ atau distribusi *return* kombinasi yang baru sebagai distribusi posterior berdistribusi multivariat normal.

Selanjutnya

$$\mu_b = \pi + (\tau\Sigma P')(\Omega + P'\tau\Sigma P)^{-1}(Q - P) \tag{25}$$

Dengan

- μ_b = *expected return* Model Black Litterman
- π = *return* ekuilibrium
- τ = parameter yang ditentukan investor (1/Pengamatan)
- Σ = variansi kovariansi *return*
- Ω = matriks diagonal kovariansi dari *views* ukuran $k \times k$
- P = matriks diagonal kovariansi dari *views* ukuran $k \times n$
- Q = vector *views return* ukuran $k \times 1$

Pembobotan dengan Markowitz

$$W_b = W_m + P' \left(\frac{\Omega}{\tau} + P' \Sigma P \right)^{-1} \left(\frac{Q}{\delta} - P' \Sigma W_m \right) \tag{26}$$

Dengan

W_b = bobot aset menurut Model Black Litterman

δ = *risk averse*

W_m = bobot aset menurut *return* ekuilibrium

Mean *Return* portofolio

$$R_b = \sum_{i=1}^n W_b \mu_b \tag{27}$$

dan risikonya

$$\sigma_b^2 = (W_b^*)^T \Sigma W_b \tag{28}$$

Hasil dan Pembahasan

Sampel yang terpilih dari penerapan teknik pengambilan sampel di atas adalah 23 sampel saham syariah dari populasi yang berjumlah 30 saham syariah. Sampel ini akan menjadi dasar untuk perhitungan *expected return* CAPM atau *return* ekuilibrium. *Return* ekuilibrium tersebut akan menjadi awal penentuan *expected return* model Black Litterman.

Tabel 1 Analisis Deskriptif.

No.	Kode	Mean Return	Varian	No.	Kode	Mean Return	Varian
1	AKRA	0,0003	0,0003	13	MPPA	0,0024	0,0006
2	ASII	0,0005	0,0003	14	PGAS	0,0004	0,0002
3	ASRI	0,0012	0,0006	15	PTBA	0,0004	0,0005
4	BSDE	0,0016	0,0005	16	PTPP	0,0043	0,0005
5	CPIN	0,0006	0,0004	17	SIL0	0,0012	0,0004
6	ICBP	0,0012	0,0003	18	SMGR	0,0001	0,0003
7	INCO	0,0009	0,0006	19	SMRA	0,0027	0,0007
8	INDF	0,0005	0,0002	20	SSMS	0,0025	0,0005
9	INTP	0,0005	0,0004	21	TLKM	0,0010	0,0002
10	KLBF	0,0014	0,0002	22	UNVR	0,0012	0,0002
11	LPKR	0,0008	0,0005	23	WIKA	0,0031	0,0005
12	MNCN	0,0003	0,0005				

Pembentukan Portofolio dengan CAPM

Saham-saham syariah dengan *mean return* positif yang telah menjadi sampel dalam penelitian ini, selanjutnya akan digunakan dalam menghitung nilai *expected return* model CAPM. Model CAPM ini menggunakan beta untuk menghubungkan risiko dan *return* secara bersama-sama. Risiko masing-masing aset dinyatakan dengan besarnya *covarian return* dari masing-masing saham dengan *return* pasar (σ_{il}). Sedangkan beta (β) yang merupakan pengukur risiko dinyatakan dengan rumus (σ_{il}) dibagi varian *return* pasar (σ^2_M). Nilai σ^2_M telah diketahui menggunakan bantuan software Matlab yaitu 0,0001. Tingkat suku bunga Bank Indonesia (SBI) selama periode tersebut, dalam bentuk harian sebesar 0,34% ($r = 0,0034$). Sehingga dapat dianalisis nilai *expected return* model CAPM untuk setiap saham sebagai berikut:

Tabel 2 Nilai β_i dan R_i Model CAPM.

No	Kode	$\beta_i = \frac{\sigma_{i_i}}{\sigma^2_M}$	$R_i = r_f + \beta_i(r_M - r_f)$	No	Kode	$\beta_i = \frac{\sigma_{i_i}}{\sigma^2_M}$	$R_i = r_f + \beta_i(r_M - r_f)$
1	AKRA	0,8630	0,0008	13	MPPA	0,7704	0,0011
2	ASII	1,5268	-0,0012	14	PGAS	0,9307	0,0006
3	ASRI	1,8342	-0,0021	15	PTBA	1,1577	-0,0001
4	BSDE	1,7304	-0,0018	16	PTPP	1,6487	-0,0015
5	CPIN	1,3641	-0,0007	17	SILO	0,0601	0,0032
6	ICBP	0,8873	0,0007	18	SMGR	1,5505	-0,0012
7	INCO	0,8962	0,0007	19	SMRA	1,8099	-0,0020
8	INDF	0,8154	0,0010	20	SSMS	0,5117	0,0019
9	INTP	1,5751	-0,0013	21	TLKM	1,1847	-0,0001
10	KLBF	0,8902	0,0007	22	UNVR	1,0479	0,0003
11	LSIP	1,6450	-0,0015	23	WIKA	1,7243	-0,0018
12	MNCN	0,7667	0,0011				

Nilai beta menunjukkan ukuran kepekaan *return* saham terhadap perubahan pasar atau bisa juga diartikan menunjukkan ukuran risiko saham, semakin besar β maka semakin besar pula risiko yang terkandung dalam suatu saham. Nilai $\beta > 1$ yang berarti *return* pada saham tersebut peka terhadap segala perubahan pasar yang terjadi. Selain itu, terdapat pula nilai $\beta < 1$ berarti *return* saham tersebut memiliki kepekaan lebih kecil dari fluktuasi pasar. Saham yang memiliki nilai $\beta < 1$ diantaranya saham AKRA, ICBP, INCO, INDF, KLBF, MNCN, MPPA, PGAS, SILO dan SSMS.

Setelah diketahui nilai *expected return* model CAPM untuk masing-masing saham, selanjutnya akan dibentuk portofolio dengan menggunakan 5 saham yang memiliki *expected return* terbesar. Terpilihnya saham dengan *expected return* terbesar, dikarenakan Model Black Litterman akan menggunakan nilai *expected return* CAPM tersebut dalam membentuk portofolio optimal, juga akan dilakukan perbandingan antara kedua model tersebut. Saham-saham tersebut adalah:

Tabel 3 Saham dengan Expected Return CAPM Terbesar.

Kode	INDF	MNCN	MPPA	SILO	SSMS
R_i	0,0010	0,0011	0,0011	0,0032	0,0019

Bobot dari masing-masing aset pembentuk portofolio dapat dihitung menggunakan rumus:

$$c = \frac{1}{1_p^T (\mu - r1_p) \Sigma^{-1}} (\mu - r1_p) \Sigma^{-1}$$

Tabel 4 Proporsi Saham Pembentuk Portofolio CAPM.

Kode	INDF	MNCN	MPPA	SILO	SSMS
R_i	0,0010	0,0011	0,0011	0,0032	0,0019
Proporsi	60,91%	14,70%	13,83%	-1,09%	11,66%

Proporsi saham pembentuk portofolio bernilai positif dan negatif. Saham dengan proporsi terbesar adalah saham INDF dengan proporsi 60,91%, sedangkan saham dengan proporsi terkecil adalah saham SILO dengan -1,09%. Dengan demikian portofolio model CAPM terbentuk dari saham-saham, diantaranya saham INDF, MNCN, MPPA, SILO dan SSMS.

Portofolio yang terbentuk menghasilkan *mean return*

$$R_m = \sum_{i=1}^n W_m \mu_m = 0,0011, \text{ dan resikonya } \sigma_m^2 = (W_m^*)^T \Sigma W_m = 0.0001195$$

Pembentukan Portofolio dengan Black Litterman

Saham yang akan digunakan dalam perhitungan portofolio model Black Litterman adalah 5 saham dengan nilai *expected return* terbesar model CAPM. Model Black Litterman mengkombinasikan antara *views* investor dengan *return* ekuilibrium yang dicapai melalui CAPM, sehingga dapat menghasilkan *return* portofolio yang baru. *Return* ekuilibrium dari saham terpilih yang telah dicapai model CAPM adalah sebagai berikut:

Tabel 5 *Return* Ekuilibrium (π) melalui CAPM.

Kode	$\pi = r_f + \beta_i(r_M - r_f)$
INDF	0,0010
MNCN	0,0011
MPPA	0,0011
SILO	0,0032
SSMS	0,0019

Nilai *return* ekuilibrium sama dengan *return* yang telah dicapai melalui model CAPM. *Return* CAPM selanjutnya akan disimbolkan dengan π .

Hubungan antar saham-saham pembentuk portofolio dapat ditunjukkan pada matriks korelasi bawah ini:

Tabel 6 Korelasi Saham Pembentuk Portofolio.

	INDF	MNCN	MPPA	SILO	SSMS
INDF	1	0,213	0,110	0,097	0,202
MNCN	0,213	1	0,186	0,088	0,145
MPPA	0,110	0,186	1	0,115	-0,074
SILO	0,097	0,088	0,115	1	0,059
SSMS	0,202	0,145	-0,074	0,059	1

Saham-saham pembentuk portofolio memiliki tingkat hubungan yang sangat lemah antar saham yakni dalam rentang nilai $0 < |\rho| < 0.25$, kecuali saham yang berkorelasi dengan dirinya sendiri dimana memiliki tingkat hubungan yang sempurna yaitu 1. Seluruh saham memiliki korelasi yang positif, kecuali saham SSMS dengan saham MPPA yang memiliki korelasi negatif.

Langkah berikutnya dalam model Black Litterman adalah dengan membentuk matriks varians kovarians (Σ) dari aset yang terpilih (Tabel 5.10)

Tabel 7 Matriks Varians Kovarians Aset.

1.0e-003 *	INDF	MNCN	MPPA	SILO	SSMS
INDF	0,1758	0,0569	0,0459	0,0100	0,0389
MNCN	0,0569	0,4510	0,1005	0,0316	0,0359
MPPA	0,0459	0,1005	0,5946	0,0435	-0,0447
SILO	0,0100	0,0316	0,0435	0,3772	-0,0282
SSMS	0,0389	0,0359	-0,0447	-0,0282	0,4816

Dibentuknya matriks varians kovarian, yang akan dijadikan dasar dalam membantu membangun *views* investor terhadap masing-masing aset. Nilai *views* ditentukan oleh pandangan investor. Dikarenakan dalam *views* yang diberikan investor terhadap aset terpilih masih mengandung ketidakpastian, sehingga harus diukur melalui *confidence level*. *Views* investor dibentuk dengan menggunakan bantuan data harga saham sebelumnya sebagai berikut:

Tabel 8 Return Saham tanggal 30 Januari 2015.

Saham	(P_t)	(P_{t-1})	$R_i = l_1 \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$
INDF	7550	7375	0,02345
MNCN	2860	2860	0
MPPA	3800	3600	0,054067
SILO	13400	13300	0,007491
SSMS	1650	1635	0,009132

dengan

- P_t = harga saham pada saat t
- P_{t-1} = harga saham pada saat t-1
- R_i = return saham ke-i

Tabel 9 Return Selisih Harga Terakhir dan Sebelumnya.

Saham	29/01/2015	30/01/2015	Selisih
INDF	-0,00338	0,02345	0,026836
MNCN	0,00175	0	0,00175
MPPA	0,011173	0,054067	0,042894
SILO	0	0,007491	0,007491
SSMS	-0,02118	0,009132	0,030313

Hasil selisih *return* di atas dapat digunakan untuk membentuk *views absolute* maupun *views relative*. *Views absolute* akan dibentuk pada saham INDF, MNCN dan MPPA. Sedangkan *views relative* dibentuk pada saham SILO dan SSMS dengan perhitungan:

$$\begin{aligned} \text{Views Relative} &= \text{Selisih Return SSMS} - \text{Selisih Return SILO} \\ &= 0,030313 - 0,007491 \\ &= 0,022822 \end{aligned}$$

Sehingga *views absolute* dan *views relative* dapat terbentuk sebagai berikut:

- Views 1 : saya memprediksi saham INDF akan memberikan *return* 3%
- Views 2 : saya memprediksi saham MNCN akan memberikan *return* 0,2%
- Views 3 : saya memprediksi saham MPPA akan memberikan *return* 4%
- Views 4 : saya memprediksikan saham SSMS akan memberikan *return* 2% melebihi saham SILO

Views 1, 2 dan 3 merupakan *views absolute* dan views 4 merupakan *views relative*. Views investor di atas dapat dinyatakan dalam matriks Q:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.03 \\ 0.002 \\ 0.04 \\ 0.02 \end{bmatrix}$$

Suatu matriks konektor akan dibentuk berdasarkan *views* yang telah diberikan oleh investor. Matriks tersebut (*link* matriks) juga akan dimasukkan ke dalam formula Black Litterman.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Baris dalam matriks P menjelaskan tentang *views* dan kolom menjelaskan tentang aset. Saham yang akan memberikan *return* yang lebih dari saham yang lain (*outperforming*) akan dinyatakan dalam nilai positif. Sedangkan saham yang *underperforming* akan diberikan nilai negatif. Sehingga, jumlah dari bobot *views absolute* yang diberikan dalam matriks P adalah 1 dan *views relative* berjumlah 0.

Varians dari *views* masing-masing yang tergabung dalam portofolio dirumuskan $p_k \Sigma p'_k$, dimana p_k adalah baris pertama dalam matriks P . Varians dari *views* ini akan digunakan untuk menghitung varians dari *error* (ω) yang disusun dalam element diagonal Ω .

Table 10 Varians dari *Views* Portofolio.

Views	Rumus	Varians
1	$p_1 \Sigma p'_1$	0,0002%
2	$p_2 \Sigma p'_2$	0,0005%
3	$p_3 \Sigma p'_3$	0,0006%
4	$p_4 \Sigma p'_4$	0,0009%

Keyakinan *views* investor dapat dinyatakan dalam matriks kovarian dari *error* (Ω) dalam rumus:

$$\Omega = \begin{bmatrix} (p_1 \Sigma p'_1) * \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (p_2 \Sigma p'_2) * \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (p_3 \Sigma p'_3) * \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (p_4 \Sigma p'_4) * \alpha \end{bmatrix}$$

Subtitusikan varians dari *views* dan variabel α diperoleh:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0,0003 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0014 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0005 \end{bmatrix}$$

Kombinasi *return* ekuilibrium dengan *views* investor menghasilkan *return* kombinasi yang baru sebagai berikut:

$$\mu_b = \pi + (\tau \Sigma P') (\Omega + P' \tau \Sigma P)^{-1} (Q - P \pi)$$

Variabel τ adalah angka yang diberikan investor, Blamont dan Firoozye (2003) mengasumsikan $\tau = 1/\text{jumlah observasi}$, yaitu $\tau = 1/282 = 0,0035$.

Tabel 11 *Return* Kombinasi yang Baru (μ_b).

Saham	Kombinasi <i>Return</i> (μ_b)
INDF	0,0010
MNCN	0,0011
MPPA	0,0011
SILO	0,0032
SSMS	0,0019

Bobot dari masing-masing aset pembentuk portofolio dapat dihitung menggunakan rumus:

$$W_b = W_m + P' \left(\frac{\Omega}{\tau} + P' \Sigma P \right)^{-1} \left(\frac{Q}{\delta} - P' \Sigma W_m \right)$$

Tabel 12 Proporsi Saham Pembentuk Portofolio BL.

Saham	Kombinasi Return (μ_b)	Bobot BL (W_b)
INDF	0,0010	61,01%
MNCN	0,0011	13,99%
MPPA	0,0011	15,71%
SILO	0,0032	-5,94%
SSMS	0,0019	15,23%

Saham dengan proporsi terbesar adalah saham INDF dengan proporsi 61,01%, sedangkan saham dengan proporsi terkecil adalah saham SILO dengan proporsi -5,94%. Dari proporsi ini dapat dihitung nilai untuk *mean return* dan risiko dari portofolio model Black Litterman. Portofolio dengan komponen pembentuk saham-saham di atas menghasilkan nilai *mean return*

$$R_b = \sum_{i=1}^n W_b \mu_b = 0,0012, \text{ dan risikonya } \sigma_b^2 = (W_b^*)^T \Sigma W_b = 0.00012946$$

Proporsi saham yang negatif dalam portofolio di atas dapat menyebabkan kerugian investasi, sehingga harus dibentuk portofolio baru dengan mengeluarkan saham proporsi negatif yaitu saham SILO. Bobot dari masing-masing aset pembentuk portofolio adalah:

Tabel 13 Proporsi Saham Pembentuk Portofolio.

Saham	Kombinasi Return (μ_b)	Bobot BL (W_b)
INDF	0,0010	54,44%
MNCN	0,0012	11,69%
MPPA	0,0012	13,17%
SSMS	0,0021	20,70%

Saham dengan proporsi terbesar adalah saham INDF dengan proporsi 54,44%, sedangkan saham dengan proporsi terkecil adalah saham MNCN dengan proporsi 11,69%. Dari proporsi ini dapat dihitung nilai untuk *mean return* dan risiko dari portofolio model Black Litterman. Portofolio dengan komponen pembentuk saham-saham di atas menghasilkan nilai *mean return* 0,0013 dan risikonya 0,00011420.

Kesimpulan

Portofolio optimal model Black Litterman terbentuk dari saham INDF, MNCN, MPPA dan SSMS. Dari saham pembentuk portofolio tersebut, saham dengan proporsi terbesar adalah INDF yaitu sebesar 54,44% dengan *expected return* 0,0010 dan proporsi terkecil adalah MNCN yaitu 11,69% dengan *expected return* 0,0012. Portofolio optimal dengan ketidakyakinan *views* menghasilkan *mean return* 0,0013 dan risiko 0,00011420.

Portofolio model Black Litterman memiliki risiko yang lebih kecil yakni 0,00011420 dibandingkan model yang lain, dalam hal ini adalah model CAPM yang memiliki risiko sebesar 0,00011756. Model BL ini juga dapat memberikan prediksi *return* yang lebih besar dibanding CAPM.

Referensi

- [1] Anton, H. 2000. *Dasar-dasar Aljabar Linear*. Jakarta: Erlangga.
- [2] Astuti, R, dkk. 2013. *Analisis Pengaruh Tingkat Suku Bunga (SBI), Nilai Tukar (Kurs) Rupiah dan Indeks Bursa Internasional terhadap IHSG (Studi Kasus pada IHSG di BEI periode 2008 - 2012)*. Diponegoro Journal of Social and Politic of Science. Hal 1-8.
- [3] Black, Fischer; Litterman, Robert, 1992, *Global Portfolio Optimization*, Financial Analysts Journal ;Sep/Oct 1992 ;48
- [4] Da, Zhi. 2005. *Teaching Note on Black-Litterman Model*. Dow Jones & Company, Inc.
- [5] Fahmi, I, dkk. 2009. *Teori Portofolio dan Analisis Investasi: Teori dan Soal Jawab*. Bandung: Alfa Beta.
- [6] Gudono. 2014. *Analisis Data Multivariat*. Yogyakarta: BPFE.

- [7] **Halim, A.** 2005. *Analisis Investasi*. Jakarta: Salemba Empat.
- [8] **Hardler, W** dan **Leopord, S.** 2003. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Berlin: MDTech.Inc.
- [9] **He, G.** and **R. Litterman.** 1999. *The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios*, Investment Management Research, Goldman, Sachs & Company.
- [10] **Imron, A. K.** 2013. *Analisis Portofolio Optimal Menggunakan Capital Asset Pricing Model (CAPM) pada Saham Syariah Jakarta Islamic Index (JII)*. Skripsi. Yogyakarta: Saintek UIN Sunan Kalijaga.
- [11] **Jogiyanto.** 2000. *Teori Portofolio dan Analisis Investasi Edisi Ke-Dua*. Yogyakarta: BPFE.
- [12] **Jogiyanto.** 2003. *Teori Portofolio dan Analisis Investasi Edisi Ke-Tiga*. Yogyakarta: BPFE.
- [13] **Mankert, C.** 2006. *The Black-Litterman Model*. Stockholm: Royal Institute of Technology.
- [14] **Mayasari, T.** 2008. *Preferensi Investor dalam Pembentukan Portofolio Optimal dengan Model Black Litterman*. Skripsi. Yogyakarta: FMIPA UGM
- [15] **Qudratullah, F.M,** dkk. 2012. *Statistika*. Yogyakarta: SUKA-Press UIN Sunan Kalijaga.
- [16] **Rencher, A.** 2002. *Methods of Mltivariate Analysis*. John Wiley & Sons, Inc.
- [17] **Silva, A,** dkk. 2009. *The Black-Litterman Model for Active Portfolio Management*. Neuberger Berman: NB Alternative Fund Management LLC.
- [18] **Subekti, R.** 2008. *Aplikasi Model Black-Litterman dengan Pendekatan Bayes*. Prosiding Seminar Nasional. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- [19] **Subekti, R.** 2009. *Keunikan Model Black Litterman dalam Pembentukan Portofolio*. Prosiding Seminar Nasional. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- [20] **Subekti, R.** 2013. *Aplikasi Pembentukan Portofolio Saham LQ-45 Menggunakan Model Black Litterman dengan Estimasi Theil Mixed*. Prosiding Seminar Nasional. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- [21] **Sudjana.** 1996. *Metoda Statistika*. Bandung: TARSITO.
- [22] **Suhartono,** 2009. *Portofolio Investasi dan Bursa Efek: Pendekatan Teori dan Praktik*. Yogyakarta; UPP STIM YKPN.
- [23] **Sugiarto.** 2014. *Statistika Ekonomi dan Bisnis*. Banten: Universitas Terbuka.
- [24] **Suryomukti, W.** 2011. *Supercerdas Investasi Syariah*. Jakarta: Qultum Media.
- [25] **Thomas M. Idzorek,** 2005, *A Step-By-Step Guide To Black Litterman Model, Incorporating user-specified confidence levels*, Chicago, Illinois.
- [26] **Walpole, E.R.** 1992. *Pengantar Statistika*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- [27] **Walters, J.** 2009. *The Black-Litterman Model In Detail*. rev.ed.
- [28] **Widayat, Wahyu.** 2013. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Banten: Universitas Terbuka.
- [29] **Winarno, W.** 2009. *Analisis Ekonometrika dan Statistika dengan Eviews*. Yogyakarta; UPP STIM YKPN.