

# Penanaman Karakter Penalaran Matematis Dalam Pembelajaran Matematika Melalui Pola Pikir Induktif-Deduktif

Mulin Nu'man

*Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga, Jl. Marsda Adisucipto No. 1 Yogyakarta 55281, Indonesia*

*Korespondensi; Email: mulin\_numan@yahoo.com*

## Abstrak

Salah satu tujuan pembelajaran matematika adalah dengan menggunakan penalaran dalam pola dan sifat, manipulasi matematis dalam membuat generalisasi, mengumpulkan bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika. Pembelajaran matematika berdasarkan behaviorisme telah dianggap kurang berhasil dalam menanamkan karakter penalaran matematika. Oleh karena itu, perlu dicari alternatif pembelajaran tidak hanya mengajar tapi menanamkan karakter penalaran matematis. Makalah ini menawarkan konstruktivis dalam pembelajaran matematika, yang merupakan salah satu cara untuk melibatkan penggunaan pemikiran induktif-deduktif. Kegiatan yang melibatkan siswa belajar menggunakan pola pikir induktif-deduktif perlu dirancang dan dilaksanakan oleh guru. Menggunakan pemikiran induktif bisa dikondisikan, terutama dalam proses memahami konsep atau generalisasi. Pola pikir deduktif dapat dikondisikan untuk memperbaiki penalaran matematis, misalnya dalam pemeriksaan. Pola pikir penalaran matematika induktif dan deduktif sulit dipisahkan dalam penalaran matematis karena itu dianggap melibatkan penggunaan pemikiran deduktif induktif.

**Kata Kunci:** Penalaran matematis; Pembelajaran matematika; Induktif dan deduktif

## Abstract

One of the mathematics learning purposes is using reasoning in patterns and properties, mathematical manipulation in making generalization, compiling evidence, or explaining mathematical ideas and statements. Mathematical learning based on behaviorism has been seen as less successful in instilling character of mathematics reasoning. Therefore, it is necessary to find alternative learning not only teaching but instilling character of mathematical reasoning. This paper offers constructivist in mathematics learning, which is one of the ways to involve the use of inductive-deductive thinking. Activities that involve students learning to use the inductive-deductive mindset needs to be designed and implemented by teachers. Using inductive thinking can be conditioned, especially in the process of understanding a concept or generalization. Deductive thought patterns can be conditioned to improve mathematical reasoning, for example, in the proofing. The mindset of inductive and deductive mathematical reasoning is difficult to separate in the mathematical reasoning therefore it is regarded involving the use of inductive-deductive thinking.

**Keywords:** Mathematical reasoning; Mathematics learning; Inductive and deductive

## Pendahuluan

Tujuan pembelajaran matematika dari mulai sekolah dasar hingga sekolah menengah atas adalah agar siswa memiliki kemampuan sebagai berikut [9]:

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah.
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.

3. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh.
4. Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.
5. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam pembelajaran matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Dalam pembelajaran matematika, seorang guru harus mampu membuat hubungan antara apa yang ada di benak siswa dengan konsep-konsep matematika yang diajarkan sehingga permasalahan dan pertanyaan yang diberikan kepada siswa dapat mudah dimengerti dan berguna bagi mereka [6]. Kondisi sebaliknya dikemukakan oleh Kusaeri, *et al* [11] bahwa pembelajaran matematika selama ini lebih banyak dilaksanakan melalui kegiatan menjawab soal yang diberikan guru dan atau buku teks. Dengan demikian, pembelajaran matematika terasa kering, membosankan, dan jauh dari kerangka pikir siswa. Fakta ini dapat menyebabkan kesulitan siswa dalam belajar matematika.

Dewasa ini pembelajaran matematika konstruktivis menjadi perhatian para pemerhati pendidikan untuk menggeser pembelajaran matematika tradisional yang hasil belajarnya dipandang kurang optimal. Pembelajaran matematika tradisional berpusat pada guru dengan metode ceramah sebagai metode pembelajaran utama. Pada kelas matematika tradisional, siswa lebih banyak sebagai pendengar dan menghafal aturan-aturan atau rumus-rumus matematika yang seringkali siswa kurang memahaminya [19] & [26]. Marpaung [19] berpendapat bahwa matematika tidak ada artinya kalau hanya dihafal. Pembelajaran mempunyai dua karakteristik yaitu *pertama*, dalam proses pembelajaran melibatkan mental siswa secara optimal, bukan hanya menuntut siswa untuk sekedar mendengar, mencatat, akan tetapi menghendaki aktivitas siswa dalam proses berpikir. *Kedua*, dalam pembelajaran membangun suasana dialogis secara terus menerus yang diarahkan untuk memperbaiki dan meningkatkan kemampuan berpikir, yang pada gilirannya kemampuan berpikir itu dapat membantu siswa untuk memperoleh pengetahuan yang mereka konstruksi sendiri.

Pembelajaran matematika beracuan konstruktivisme berpusat pada siswa. Guru berperan sebagai fasilitator terciptanya suasana pembelajaran yang aktif, kreatif, efisien dan menyenangkan. Guru menerapkan berbagai metode yang dipandang sesuai dengan bahasan materi matematika yang sedang dipelajari. Siswa terlibat membangun ide-ide, konsep-konsep, prinsip-prinsip dan struktur-struktur matematika berdasar pengalaman siswa sendiri. Slavin [21] menyatakan "*students must construct knowledge in their own mind*".

Pembelajaran matematika beracuan konstruktivisme menekankan pada siswa aktif terlibat mengkonstruksi pengetahuan matematika berdasar pengalaman siswa sendiri. Melalui pengalaman belajar memungkinkan siswa menciptakan skema di benaknya. Skema-skema ini dapat berubah, diperluas melalui proses asimilasi dan akomodasi. Ide pokok yang mendasari teori pembelajaran matematika konstruktivisme bukan hal baru. Diawali oleh pendapat Socrates yang menyatakan terdapat kondisi dasar untuk pembelajaran di dalam kognisi individu. Tetapi yang mempengaruhi perkembangan konstruktivisme sampai saat ini adalah teori perkembangan intelektual Piaget [11].

Menurut Clark [11] penerapan konstruktivisme di sekolah terbagi menjadi dua yaitu konstruktivisme kognitif dan konstruktivisme sosial. Piaget dipandang sebagai ahli pendidikan pertama yang menekankan proses perubahan konsep sebagai interaksi antara struktur kognitif yang dimiliki dan pengalaman baru. Selama tahun 1930 sampai 1940, konstruktivisme menjadi sorotan para pendidik di beberapa sekolah negeri di Amerika. Pembelajaran matematika beracuan konstruktivisme menekankan pada kegiatan siswa dari pada guru. Guru sebagai fasilitator atau pelatih yang membantu siswa mengkonstruksi konsep-konsep dan pemecahan masalah secara mandiri. Pandangan konstruktivisme radikal yang dikemukakan von Glasersfeld berdasar pandangan Piaget. Glasersfeld [28] menyatakan banyak ide yang diambil dari Piaget dan mempengaruhi pandangannya sejak tahun 1970.

Pada tahun 1930 Lev Vygotsky, ahli filsafat dan psikolog Rusia, mengaitkan dengan konstruktivisme sosial. Ia menyatakan adanya pengaruh konteks sosial dan budaya dalam pembelajaran dan juga mendukung suatu model pembelajaran penemuan [16]. Model pembelajaran beracuan konstruktivisme sosial menuntut guru berperan aktif dan kecakapan siswa berkembang secara alami melalui berbagai jalur penemuan dalam aktivitas sosial.

Dalam interaksi sosial ini kemungkinan terjadi siswa yang mengalami kesulitan dalam belajar terbantu oleh teman atau gurunya. Forman dan McPhail [21] menyatakan tutor oleh teman yang lebih pandai paling efektif dalam meningkatkan perkembangan ZPD (*Zone of Proximal Development*). Konsep ZPD Vygotsky berdasar pada ide bahwa perkembangan pengetahuan siswa ditentukan oleh keduanya yaitu apa yang dapat dilakukan oleh siswa sendiri dan apa yang dilakukan oleh siswa ketika mendapat bantuan orang yang lebih dewasa atau teman sebaya yang lebih kompeten [21]. Slavin [21] menyatakan bahwa pendekatan pembelajaran Vygotsky menekankan pada scaffolding. Wood, Bruner, dan Ross [21] menyatakan: *scaffolding is a tactic for helping the child in his or her zone of proximal development in which the adult provide hint and prompt at different level*.

Fakta di lapangan menunjukkan bahwa guru matematika sekolah kebanyakan mengajar dengan cara tradisional dengan pola: informasi-contoh soal-latihan sesuai contoh. Paradigma pembelajaran matematika seperti itu yang bertahun-tahun digunakan di Indonesia mengacu pada paradigma mengajar dan banyak dipengaruhi oleh psikologi tingkah laku (*behaviorisme*), bukan paradigma belajar [13]. Menurut Ratumanan [19] pembelajaran matematika di Indonesia beracuan behaviorisme dengan penekanan pada transfer pengetahuan dan hukum latihan. Tujuan pembelajaran matematika yang sesungguhnya tidak tercapai dengan baik. Guru mendominasi kelas dan menjadi sumber utama pengetahuan, kurang memperhatikan aktivitas aktif siswa, interaksi siswa, negosiasi makna, dan konstruksi pengetahuan. Pembelajaran matematika beracuan behaviorisme berorientasi pada hasil dan latihan yang diberikan berbasis tujuan. Perancang pembelajaran matematika beracuan behaviorisme mendefinisikan pembelajaran dalam tujuan-tujuan yang berupa tingkah laku dan ukuran penampilan tingkah laku [27].

Pembelajaran matematika beracuan behaviorisme berpusat pada upaya siswa mengumpulkan pengetahuan matematika dan guru berupaya mentransfernya. Dalam mentransfer pengetahuan ini, menjadikan siswa bersifat pasif, guru mengarahkan dan mengontrol kegiatan, dan guru mendominasi kelas. Pembelajaran matematika beracuan behaviorisme dipandang kurang berhasil dan menjadikan siswa bersifat menghafal matematika [8] & [13].

Padahal, ketidaktepatan guru dalam merancang dan melaksanakan pembelajaran menjadi salah satu factor penyebab kesulitan siswa dalam belajar matematika. Kesulitan siswa dalam mempelajari matematika akan berdampak pada prestasi mereka dalam matematika rendah. Suwarsono [26] menyatakan bahwa kesulitan siswa dalam mempelajari matematika di sekolah rupanya juga tidak terlepas dari strategi pembelajaran yang selama ini digunakan, yaitu strategi pembelajaran yang menggunakan sistem klasikal, dengan metode ceramah sebagai metode utama. Selama ini, seringkali hanya penyebab kesulitan yang bersumber dari "diri siswa" yang mendapat sorotan tajam. Seolah-olah tidak ada penyebab kesulitan yang bersumber justru dari "luar diri siswa", misalnya dari "cara menyajikan pelajaran" atau "suasana pembelajaran" yang dilaksanakan [24].

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika beracuan behaviorisme selama ini kurang berhasil, khususnya dalam menanamkan karakter penalaran matematis. Oleh karena itu perlu dicari alternatif strategi pembelajaran. Dalam tulisan ini, ditawarkan pembelajaran matematika beracuan konstruktivisme. Namun, selain itu juga perlu dikembangkan pembelajaran matematika dengan melibatkan penggunaan pola pikir induktif-deduktif dalam belajarnya. Kegiatan yang melibatkan siswa belajar menggunakan pola pikir induktif-deduktif perlu dirancang dan dilaksanakan oleh guru. Penggunaan pola pikir induktif dapat dikondisikan terutama dalam proses memahami suatu konsep atau generalisasi. Pola pikir deduktif dapat dikondisikan dalam pemecahan masalah misalnya dalam soal pembuktian. Namun karena pola pikir induktif dan deduktif sulit dipisahkan dalam pemecahan masalah maka pemecahan masalah siswa dipandang terlibat dengan penggunaan pola pikir induktif-deduktif.

## Tinjauan Filsafat Konstruktivisme

Sekitar tahun 1985 orang jarang mendengar kata konstruktivisme. Istilah konstruktivisme dikenal mengacu pada teori perkembangan struktur kognitif dari Piaget [5]. Dalam perkembangannya konstruktivisme memiliki arti bermacam-macam. Berikut ini disajikan beberapa pendapat tentang pengertian konstruktivisme yang dikemukakan oleh filosof, psikolog, dan pendidik.

Konstruktivisme menurut Piaget adalah pengetahuan konseptual tidak dapat ditransfer dari seseorang ke orang lainnya, melainkan harus dikonstruksi oleh setiap orang berdasarkan pengalaman mereka sendiri [5]. Menurut von Glasersfeld [28] konstruktivisme pengetahuan secara aktif diterima orang melalui indera atau melalui komunikasi atau pengalaman. Orang menginterpretasi dan mengkonstruksi realitas berbasis pengalaman dan interaksinya dengan lingkungannya.

Fosnot [1] dan [3] menyatakan bahwa siswa membangun pengetahuan mengacu pada pengalaman yang dinamakan konstruktivisme. Konstruktivisme dapat dikarakteristikan sebagai posisi kognitif dan perspektif metodologis. Slavin [21] menyatakan konstruktivisme memandang siswa secara konstan memeriksa informasi baru terhadap aturan-aturan lama dan merevisi aturan-aturan itu bila mereka bekerja dalam waktu relatif singkat. Menurut Doolittle dan Camp [3] inti dari konstruktivisme adalah aktif memahami dan membangun pengetahuan sendiri berdasar pengalamannya.

Konstruktivisme menurut pandangan Vygotsky menekankan pada pengaruh budaya. Vygotsky berpendapat fungsi mental yang lebih tinggi bergerak antara inter-psikologi (*interpsychological*) melalui interaksi sosial dan intra-psikologi (*intrapsychological*) dalam benaknya. Internalisasi dipandang sebagai transformasi dari kegiatan eksternal ke internal. Ini terjadi pada individu bergerak antara inter-psikologi (antar orang) dan intra-psikologi (dalam diri individu). Vygotsky menekankan pada pentingnya hubungan antara individu dan lingkungan sosial dalam pembentukan pengetahuan.

Berdasarkan beberapa pendapat tentang pengertian konstruktivisme yang dikemukakan para ahli tersebut dapat disimpulkan bahwa konstruktivisme dapat diartikan sebagai suatu pandangan dalam memperoleh pemahaman terhadap suatu pengetahuan yang dilakukan dengan cara aktif mengkonstruksi pengetahuan sendiri berdasar pengalaman orang itu sendiri. Dalam mengkonstruksi pengetahuan tersebut dapat dilakukan secara individu atau melalui interaksi sosial.

Berkaitan dengan pembelajaran matematika, pembelajaran matematika beracuan konstruktivisme adalah pembelajaran yang melibatkan siswa aktif belajar memahami dan membangun pengetahuan matematika berdasar pengalaman siswa sendiri. Dalam proses membangun pengetahuan matematika, siswa berinteraksi dengan lingkungan dan dihadapkan dengan informasi baru. Informasi baru tersebut oleh kognisi siswa diserap melalui adaptasi. Dengan demikian, aturan-aturan lama dapat dimodifikasi atau siswa membentuk aturan-aturan baru dalam benaknya.

### Konstruktivisme Menurut Piaget

Jean Piaget lahir di Switzerland tahun 1896. Awalnya sebagai seorang ahli biologi yang kemudian menekuni psikologi dan kemudian lebih dikenal sebagai psikolog. Hasil pemikiran dan kerja Piaget tentang apa dan bagaimana proses terjadinya perubahan struktur mental dalam benak siswa sampai saat ini masih sangat berpengaruh di bidang pendidikan matematika. Ia meyakini bahwa obyek adalah bukan benda itu sendiri tetapi sesuatu yang dikognisi subyek yang telah dikonstruksi dengan cara membuat perbedaan dan koordinasi dalam persepsinya [29].

Teori perkembangan kognitif Piaget menyatakan bahwa kecakapan kognitif atau intelektual anak dan orang dewasa mengalami kemajuan melalui empat tahap [7] yaitu *sensori-motor* (lahir sampai 2 tahun); *pra-operasional* (2 sampai 7 tahun); *operasi konkret* (7 sampai 11 atau 12 tahun), dan *operasi formal* (lebih dari 11 atau 12 tahun). Dalam pandangan Piaget, pengetahuan didapat dari pengalaman dan perkembangan mental siswa bergantung pada keaktifannya berinteraksi dengan lingkungan [21].

Pada tahap pra-operasional karakteristiknya merupakan gerakan-gerakan sebagai akibat langsung. Pada tahap operasi konkret siswa dalam berpikirnya tidak didasarkan pada keputusan yang logis melainkan didasarkan kepada keputusan yang dapat dilihat seketika. Pada tahap operasi konkret ditandai dengan siswa mulai berpikir matematis logis berdasar pada manipulasi fisik dari obyek-obyek. Pada tahap operasi formal siswa dapat memberikan alasan-alasan dengan menggunakan simbol-simbol atau ide daripada obyek-obyek yang berkaitan dengan benda-benda di dalam cara berpikirnya [7].

Piaget meyakini bahwa kecenderungan siswa berinteraksi dengan lingkungan adalah bawaan sejak lahir. Siswa memproses dan mengatur informasi dalam benaknya dalam bentuk skema (*scheme*). Hudojo [7] menyatakan skema adalah pola tingkah laku yang dapat berulang kembali. Slavin [21] menyatakan siswa mendemonstrasikan pola tingkah laku dan pemikiran yang disebut skema. Jadi mengacu pada kedua pendapat Hudojo dan Slavin, skema adalah pola tingkah laku dan pemikiran yang dapat berulang kembali. Dengan demikian, skema adalah struktur kognitif yang digunakan

oleh siswa untuk menyesuaikan dengan lingkungan dan mengorganisasikannya. Penguasaan terhadap suatu skema baru mengindikasikan adanya perubahan di dalam struktur mental siswa.

Adaptasi berkaitan dengan penyesuaian skema yang sudah dimiliki siswa ketika berinteraksi dengan lingkungan. Menurut Piaget adaptasi adalah suatu proses penyesuaian skema dalam merespon lingkungan melalui *asimilasi* atau *akomodasi*. *Asimilasi* adalah proses menyerap pengalaman baru berdasar pada skema yang sudah dimiliki dan *akomodasi* adalah proses menyerap pengalaman baru dengan cara memodifikasi skema yang sudah ada atau bahkan membentuk skema yang benar-benar baru [7].

Perkembangan struktur mental siswa bergantung pada proses asimilasi dan akomodasi. Masuknya skema baru dalam struktur mental siswa tergantung pada proses akomodasi dalam menyerap pengalaman-pengalaman baru dengan cara siswa sendiri. Melalui adaptasi ini siswa memperoleh pengalaman-pengalaman matematika yang baru berdasarkan pengalaman-pengalaman matematika yang telah dimilikinya.

Menurut Slavin [21], psikologi kognitif yang dikemukakan Piaget merepresentasikan konstruktivisme individu, yang memandang perkembangan kognitif sebagai suatu proses yang melibatkan siswa secara individu aktif mengkonstruksi struktur mental dan makna melalui pengalaman dan interaksi sosial. Konstruksi pengetahuan matematika menekankan pada konstruksi makna yang dilakukan secara aktif oleh individu berdasar pengalaman siswa sendiri. Mathew dalam [11] mengemukakan bahwa konstruktivisme Piaget termasuk konstruktivisme personal. Piaget lebih menekankan pada keaktifan individu dalam membentuk pengetahuan. Pengetahuan dibentuk sendiri oleh siswa yang sedang belajar.

### Konstruktivisme Menurut Von Glasersfeld

Ernst von Glasersfeld lahir di Munich, 1917, orang tuanya berasal dari Austria, dan besar di Northern Italy dan Switzerland. Belajar matematika di Zurich dan Vienna, dan selama perang dunia kedua hidup sebagai petani di Irlandia. Dari tahun 1970, ia mengajar psikologi kognitif di Universitas Georgia, USA. Mendapat gelar guru besar emeritus tahun 1987. Pada tahun 1970, ia mulai merumuskan epistemologi yang dikenal dengan konstruktivisme radikal, mengacu epistemologi konstruktivisme Piaget.

Pendapat dan pandangan psikolog Glasersfeld dipengaruhi teori Piaget. Glasersfeld [16] memandang konstruktivisme radikal berdasar konsepsi-konsepsi pengetahuan. Glasersfeld [28] menyatakan: *Some of the many ideas I have taken over from Piaget. Piaget's work has greatly influenced and encouraged me during the 1970s*; yang artinya banyak ide yang saya ambil dari Piaget. Kerja Piaget mendorong dan berpengaruh sangat besar selama tahun 1970; dan Glasersfeld sependapat dengan apa yang dikemukakan Piaget: *Intelligence organizes the world by organizing itself*.

Berkaitan dengan pemerolehan pengetahuan pendapat, Glasersfeld berbeda secara radikal dengan konsepsi pemerolehan pengetahuan tradisional terutama dalam kaitan antara pengetahuan dan realitas. Glasersfeld berpendapat bahwa pengetahuan dan realitas tidak memiliki nilai mutlak dan pengetahuan diperoleh secara aktif serta dikonstruksi melalui indera atau melalui komunikasi.

Von Glasersfeld [27] mengemukakan bahwa konstruktivisme radikal untuk tidak diinterpretasikan sebagai gambaran dari realitas secara mutlak tetapi sebagai model pengetahuan (model of knowing) dan kemungkinan memperoleh pengetahuan dalam kognisi dengan cara mengkonstruksi pengetahuan berdasar pengalaman sendiri. Dalam pembelajaran, konstruktivisme radikal tergolong konstruktivisme individu, sebagaimana konstruktivisme kognitif yang dikemukakan Piaget.

Berkaitan dengan pembelajaran, Glasersfeld [31] menyatakan pandangannya sebagai berikut. Jika mempercayai bahwa pengetahuan harus dikonstruksi oleh setiap individu yang belajar, maka pembelajaran menjadi sangat berbeda dengan pembelajaran tradisional yang meyakini pengetahuan ada di kepala guru dan guru harus mencari cara untuk mentransfer pengetahuan tersebut kepada siswa. Pembelajaran menurut konstruktivisme radikal memandang bahwa pengetahuan harus dikonstruksi oleh individu. Jadi berdasar informasi yang masuk ke diri siswa, siswa aktif belajar mengkonstruksi pengetahuan berdasar pengalaman sendiri. Hal ini, pada awal penyerapan pengetahuan, dimungkinkan terjadinya perbedaan konsepsi antar siswa terhadap hasil pengamatan.

Apa yang disampaikan guru belum tentu diterima siswa sebagaimana apa yang diharapkan guru. Tugas guru utamanya bukan mentransfer pengetahuan tetapi memfasilitasi kegiatan pembelajaran sehingga siswa memiliki kesempatan aktif belajar dengan cara mengkonstruksi pengetahuan berdasar pengalaman siswa sendiri. Dalam kegiatan pembelajaran, guru perlu mempertimbangkan adanya

perbedaan tingkat konsepsi siswa terhadap apa yang diamati. Dalam memahami suatu konsep, sering terjadi konflik kognitif disebabkan oleh adanya problematika perbedaan tingkat konsepsi akibat beragamnya pengalaman siswa. Dalam hal seperti ini, guru perlu membuat kesepakatan-kesepakatan konseptual melalui diskusi kelas.

### Konstruktivisme Menurut Vygotsky

Psikolog Rusia Lev Semionovich Vygotsky (meninggal tahun 1934), berkaitan dengan perkembangan intelektual siswa mengemukakan dua ide. *Pertama*, perkembangan intelektual siswa dapat dipahami hanya dalam konteks budaya dan sejarah pengalaman siswa [21]. *Kedua*, mempercayai bahwa perkembangan intelektual bergantung pada sistem tanda (*sign system*) yang individu berkembang dengannya [21]. Sistem tanda adalah simbol-simbol yang secara budaya diciptakan untuk membantu orang berpikir, berkomunikasi, dan memecahkan masalah seperti budaya bahasa, sistem tulisan, dan sistem perhitungan.

Berkaitan dengan pembelajaran, Vygotsky mengemukakan empat prinsip [15], yakni: (1) pembelajaran sosial (*social leaning*). Pendekatan pembelajaran yang dipandang sesuai dengan konteks ini adalah pembelajaran kooperatif. Vygotsky menyatakan bahwa siswa belajar melalui interaksi bersama dengan orang dewasa atau teman yang lebih cakap; (2) bahwa siswa akan dapat mempelajari konsep dengan baik jika berada dalam ZPD (*zone of proximal development*). Siswa bekerja dalam ZPD jika siswa tidak dapat memecahkan masalah sendiri, tetapi dapat memecahkan masalah itu setelah mendapat bantuan orang dewasa atau temannya (*peer*); (3) masa magang kognitif (*cognitif apprenticeship*), yakni suatu proses yang menjadikan siswa sedikit demi sedikit memperoleh kecakapan intelektual melalui interaksi dengan orang yang lebih ahli, orang dewasa, atau teman yang lebih pandai; dan (4) pembelajaran termediasi (*mediated learning*). Vygotsky menekankan pada *scaffolding*. Siswa diberi masalah yang kompleks, sulit, dan realistik, dan kemudian diberi bantuan secukupnya dalam memecahkannya.

Vygotsky menekankan pentingnya memanfaatkan lingkungan dalam pembelajaran. Lingkungan sekitar siswa meliputi orang-orang, kebudayaan, termasuk pengalaman dalam lingkungan tersebut. Orang lain merupakan bagian dari lingkungan [27], pemerolehan pengetahuan siswa bermula dari lingkup sosial, antar orang, dan kemudian pada lingkup individu sebagai peristiwa internalisasi [27]. Banyak pemerhati pendidikan yang mengembangkan model pembelajaran berdasar teori pembelajaran Vygotsky, seperti model pembelajaran kooperatif, model pembelajaran *peer interaction*, model pembelajaran kelompok, dan model pembelajaran *problem posing*.

### Penalaran Matematis

Penalaran atau yang sering dikenal dengan *reasoning*. Penalaran adalah salah satu kompetensi dasar matematis disamping pemahaman, komunikasi, koneksi, dan pemecahan masalah. Penalaran juga merupakan proses mental dalam mengembangkan pikiran dari beberapa fakta dan prinsip. Penalaran juga merupakan suatu proses atau aktiivitas berfikir untuk menarik suatu kesimpulan atau proses berfikir dalam rangka membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasar pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya [20].

Menurut Keraft [20] penalaran merupakan proses berfikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju suatu kesimpulan. Penalaran memerlukan landasan logika yaitu bukan proses mengingat-ingat, menghafal, atau mengkhayal tetapi merupakan rangkaian proses mencari keterangan lain sebelumnya.

Kemampuan bernalar menjadikan siswa dapat memecahkan masalah dalam kehidupannya, didalam dan diluar sekolah. Kapanpun kita menggunakan penalaran untuk mengevaluasi pemikiran kita, maka kita meningkatkan rasa percaya diri dengan matematika dan berfikir secara matematis.

Menurut Sumarmo [25], penalaran dapat digolongkan dalam dua jenis, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran induktif dapat diartikan sebagai penarikan kesimpulan yang bersifat umum atau khusus berdasarkan data yang teramati. Nilai kebenaran dalam penalaran induktif dapat bersifat benar atau salah. Kegiatannya mencakup:

1. Transduktif: Menarik kesimpulan dari satu kasus atau sifat khusus yang satu diterapkan pada kasus khusus lainnya.
2. Analogi: Penarikan kesimpulan berdasarkan keserupaan data atau proses.
3. Generalisasi: Penarikan kesimpulan umum berdasarkan sejumlah data yang teramati. (d) Memperkirakan jawaban, solusi, atau kecenderungan
4. Memberi penjelasan terhadap model, fakta, sifat, hubungan, atau pola yang ada
5. Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi, dan menyusun konjektur

Sedangkan penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan berdasarkan aturan yang disepakati. Nilai kebenaran dalam penalaran deduktif bersifat mutlak benar atau salah dan tidak keduanya bersama-sama. Beberapa kegiatan yang tergolong pada penalaran deduktif di antaranya adalah:

1. Melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan atau rumus tertentu.
2. Menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, membuktikan, dan menyusun argumen valid.
3. Menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung dan pembuktian dengan induksi matematika.

Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004 [2] tentang rapor diuraikan indikator siswa memiliki kemampuan dalam penalaran, jika mampu: a) mengajukan dugaan, b) melakukan manipulasi matematika, c) menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi, d) menarik kesimpulan dari pernyataan, e) memeriksa kesahihan dari pernyataan, dan f) menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Menurut Jihad [10], indikator kemampuan penalaran matematis yaitu: a) menarik kesimpulan yang logik, b) memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan, c) memperkirakan jawaban dan proses solusi, d) menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik, e) menyusun dan menguji konjektur, f) merumuskan lawan contoh, g) mengikuti aturan inferensi, memeriksa validitas argument, h) menyusun argumen yang valid, dan i) menyusun pembuktian langsung, tak langsung dan menggunakan induksi matematika.

## Penerapan Pola Pikir Induktif-Deduktif Untuk Menanamkan Karakter Penalaran Matematis

Piaget menyatakan pengorganisasian dalam benak siswa membentuk skema. Istilah "organisasi" melukiskan kemampuan organisme mengorganisasikan proses-proses fisik atau psikologik ke dalam system yang berkaitan. Berkaitan dengan pembelajaran matematika, siswa memproses dan mengorganisir informasi dalam benaknya dalam bentuk skema (*scheme*).

Slavin [21] menyatakan siswa mendemonstrasikan pola tingkah laku dan pemikiran yang disebut skema. Hudojo [7] menyatakan skema adalah pola tingkah laku yang dapat berulang kembali. Jadi mengacu pada kedua pendapat ini skema adalah pola tingkah laku dan pemikiran yang dapat berulang kembali. Penguasaan terhadap suatu skema baru mengindikasikan adanya perubahan di dalam struktur mental siswa. Hudojo [7] berpendapat sebenarnya skema itu adalah struktur kognitif yang digunakan oleh siswa untuk menyesuaikan dengan lingkungan dan mengorganisasikannya.

Piaget memandang bahwa pertumbuhan berpikir sebagai adaptasi terhadap pengaruh lingkungan secara kontinu. Adaptasi adalah suatu proses penyesuaian skema dalam merespon lingkungan melalui asimilasi atau akomodasi. Asimilasi adalah proses menyerap pengalaman baru berdasar pada skema yang sudah dimiliki dan akomodasi adalah proses menyerap pengalaman baru dengan cara memodifikasi skema yang sudah ada atau bahkan membentuk skema yang benar-benar baru [7].

Dalam pembelajaran matematika, siswa mengkonstruksi matematika melalui proses adaptasi dan organisasi. Perkembangan struktur mental siswa bergantung pada pengetahuan yang diperoleh siswa melalui proses asimilasi dan akomodasi. Melalui asimilasi siswa memperoleh pemahaman matematika berdasar pada skema yang sudah dimiliki. Masuknya skema-skema baru dalam struktur mental siswa terutama tergantung pada akomodasi dalam menyerap dan memahami konsep-konsep atau struktur-struktur matematika dan mengorganisasikannya dalam struktur mental siswa.

Adaptasi merupakan keadaan setimbang dari asimilasi dan akomodasi. Jika dalam proses asimilasi individu tidak dapat mengadaptasi lingkungan, maka keadaan seperti itu dikatakan dalam keadaan

ketidaksetimbangan. Akomodasi sebagai akibat adanya ketidaksetimbangan ini, dan struktur yang ditampilkan dimodifikasi atau muncul yang baru. Perkembangan intelektual merupakan suatu proses yang berlangsung terus menerus dari keadaan seimbang menjadi tidak seimbang. Apabila kesimbangan kemudian tercapai, maka individu berada di tingkat intelektual yang lebih tinggi dari pada tingkat sebelumnya. Proses asimilasi dan akomodasi merupakan proses berpikir yang terjadi dalam benak siswa. Dalam berpikir tentang matematika, individu tidak lepas dari bernalar matematika. Penalaran matematika sebagai salah satu bagian dari proses berpikir matematika termasuk membentuk generalisasi dan menentukan kesimpulan-kesimpulan valid tentang idea-idea dan bagaimana keterkaitannya. Tipe terpenting dari penalaran matematika adalah penalaran induktif dan deduktif.

Berpikir induktif diartikan sebagai berpikir dari hal-hal khusus menuju umum dan berpikir deduktif diartikan sebagai berpikir dari hal umum menuju hal khusus. Dalam tulisan ini pola pikir induktif diartikan sebagai suatu proses berpikir yang bermula dari hal-hal khusus menuju hal yang lebih umum. Pola pikir deduktif adalah suatu proses berpikir yang bermula dari hal yang bersifat umum menuju hal yang lebih khusus. Dalam pembelajaran matematika, meskipun pada akhirnya siswa diharapkan mampu berpikir deduktif, namun dalam proses pembelajaran matematika dapat digunakan pola pikir induktif. Pembelajaran matematika terutama di jenjang SD/MI dan SMP/MTs masih sangat diperlukan penggunaan pola pikir induktif. Ini berarti dalam penyajian matematika di kedua jenjang pendidikan tersebut perlu dimulai dari hal-hal yang khusus, misalnya contoh-contoh, secara bertahap menuju suatu simpulan atau sifat yang umum. Simpulan dapat berupa suatu definisi atau teorema-teorema yang diangkat dari hal-hal khusus tersebut [22].

Dalam pembelajaran matematika, pola pikir induktif digunakan oleh guru jika dalam menyampaikan materi pembelajaran dimulai dari hal-hal yang khusus menuju ke hal yang lebih umum. Dalam mengenalkan konsep bangun datar, misalnya persegi, guru dapat menunjukkan berbagai bangun geometri atau gambar datar kepada para siswa, dan mengatakan ini namanya persegi. Selanjutnya menunjuk bangun lain yang bukan persegi dengan mengatakan ini bukan persegi. Dengan demikian siswa dapat menangkap pengertian secara intuitif sehingga siswa dapat membedakan mana bangun yang berupa persegi dan mana yang bukan. Ini merupakan langkah induktif atau mengikuti pola pikir induktif [22].

Setelah guru memberikan kasus khusus misalnya contoh-contoh, siswa mengamati, membandingkan, mengenal karakteristik, dan berusaha menyerap berbagai informasi yang terkandung dalam kasus khusus tersebut untuk digunakan memperoleh kesimpulan atau sifat yang umum. Ini merupakan bagian kegiatan yang penting dalam pembelajaran matematika beracuan konstruktivisme yang melibatkan penggunaan pola pikir induktif-deduktif. Melalui pengamatan pada kasus-kasus khusus tersebut, siswa memperoleh pengalaman yang diserap di benak siswa. Dengan demikian terjadi aktivitas aktif siswa dalam mengkonstruksi matematika menggunakan pola pikir induktif.

Pembelajaran dengan melibatkan pola pikir induktif efektif untuk mengajarkan suatu konsep matematika, dan memberi peluang kepada siswa untuk memahami konsep atau memperoleh generalisasi dengan cara yang lebih bermakna. Siswa memperoleh pengalaman ketika melakukan pengamatan secara cermat pada kasus-kasus khusus yang diberikan guru. Berdasarkan pada hasil pengamatannya, siswa membangun pengetahuan yang berupa konsep atau memperoleh generalisasi secara mandiri berdasar pengalaman siswa sendiri. Dalam mengkonstruksi matematika ini siswa terlibat dengan proses adaptasi dan organisasi, sehingga mempelajari konsep matematika dengan cara seperti ini dipandang lebih bermakna dari sekedar menghapalkannya [13].

Dalam rangka merancang pembelajaran matematika yang bermakna guru perlu memikirkan kegiatan yang melibatkan siswa menggunakan pola pikir deduktif. Hal ini untuk membiasakan siswa berpikir deduktif dalam belajarnya. Hal ini dikarenakan matematika merupakan ilmu yang bersifat abstrak dan penalarannya deduktif [8]. Guru dapat mendesain kegiatan pembelajaran yang mampu mengungkap penggunaan pola pikir deduktif. Namun bagi siswa SMP/MTs penggunaan pola pikir deduktif ini sering dipandang berat, misalnya pembuktian dengan pola pikir deduktif. Di SMP/MTs, penggunaan pola pikir deduktif dapat diperkenalkan melalui penggunaan definisi atau teorema dalam pemecahan masalah [22].

Polya [18] menyatakan pemecahan masalah sebagai usaha jalan keluar dari suatu kesulitan, mencapai suatu tujuan yang tidak segera dapat dicapai. Terdiri dari masalah untuk menemukan (*problem to find*) dan masalah untuk membuktikan (*problem to prove*). Hudojo [7] menyatakan suatu pertanyaan akan merupakan masalah hanya jika seseorang tidak mempunyai aturan/hukum tertentu



yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban pertanyaan tersebut. Pertanyaan itu dapat juga terselinap dalam suatu situasi sedemikian hingga situasi itu sendiri perlu mendapat penyelesaian. Disinyalir dalam pemecahan masalah siswa sulit memisahkan dalam menggunakan pola pikir induktif atau deduktif.

Menurut Miyazaki [14] bahwa dalam matematika di sekolah menengah rendah pembuktian memuat penalaran logika misalnya penalaran induktif, deduktif dan analogi. Oleh karena itu isi pembuktian memerlukan penalaran logika berdasar pada asumsi-asumsi benar bagi siswa sendiri. Kegiatan deduktif termuat dalam pemecahan masalah sebagaimana tersinyalir dari pada pendapat Soedjadi [23] yang menyatakan bahwa pola pikir deduktif dapat diperkenalkan melalui penggunaan definisi atau teorema dalam pemecahan masalah.

Menurut penelitian yang dilakukan Recio dan Godino [11] dapat disinyalir bahwa masih banyak mahasiswa di tingkat pertama perguruan tinggi yang berpikir sebagaimana pada tahap operasi konkret dengan penalaran induktif. Masih banyak mahasiswa yang kurang mampu belajar matematika dengan proses deduktif.

Dalam penalaran matematis, siswa terlibat bukan hanya sekedar mengaplikasikan rumus dan aturan-aturan matematika, tetapi juga mengandung pengertian tentang abstraksi dan generalisasi matematika. Kadang siswa memecahkan masalah bergerak dari induktif menuju deduktif. Siswa dalam memecahkan masalah dalam berpikir menggunakan pola pikir induktif dan deduktif secara bergantian [7]. Senada dengan Hudojo, Major [12] menyatakan bahwa dalam pelaksanaan pembelajaran lebih baik memuat keduanya kegiatan induktif dan deduktif meskipun tak dapat dihindari mana yang lebih dominan.

Berdasarkan pendapat Miyazaki, Soedjadi, Hudojo dan Major ini dapat disimpulkan bahwa dalam memecahkan masalah siswa menggunakan pola pikir induktif-deduktif dalam arti dalam memecahkan masalah siswa menggunakan pola pikir induktif dan deduktif secara bergantian. Meskipun istilah yang digunakan adalah pola pikir induktif-deduktif, dalam kegiatan pembelajaran matematika untuk siswa SMP/MTs penulis berpendapat yang lebih dominan seyogyanya adalah kegiatan induktif. Dalam kegiatan induktif ini siswa diajak belajar menggunakan pola pikir induktif mengkonstruksi pengetahuan matematika berdasar pengalaman siswa sendiri.

## Kesimpulan

Berdasarkan paparan sebelumnya dapat dibuat suatu pemahaman bahwa: (1) dalam menanamkan karakter penalaran matematis, pembelajaran matematika terutama di jenjang SD/MI dan SMP/MTs masih sangat diperlukan penggunaan pola pikir induktif. Ini berarti dalam penyajian matematika di kedua jenjang pendidikan tersebut perlu dimulai dari hal-hal yang khusus, misalnya contoh-contoh, secara bertahap menuju suatu simpulan atau sifat yang umum. Simpulan dapat berupa suatu definisi atau teorema-teorema yang diangkat dari hal-hal khusus tersebut, dan (2) pembelajaran matematika dengan pola pikir deduktif dapat diperkenalkan pada jenjang sekolah melalui penggunaan definisi atau teorema dalam menanamkan penalaran matematis.

## Referensi

- [1] Davis, R.B. 1990. *Discovery Learning and Constructivism. Constructivist View on the Teaching and Learning of Mathematics.*
- [2] Depdiknas. 2006. *Kurikulum Standar Kompetensi Matematika Sekolah Menengah Atas dan Madrasah Aliyah.* Jakarta: Depdiknas.
- [3] Doolittle, P.E dan Camp, W.G. 1999. *Constructivism: The Career and Technical Education Perspective.* Kirk Swortsel (Ed.): *Journal of Vocational and Technical Education.* Volume 16, Number 1.
- [4] Doolittle, P.E. 2001. *Integrating Constructivism and Cognitivim. [Comment & Suggestions Welcome].* Blackburgs: Virginia Polytechnic Institute & State University.
- [5] English, L.D dan Halford, G.S. 1995. *Mathematics Educations Model and Process.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- [6] Herbs, Patricio G., 2006. *Teaching Geometry with Problems: Negotiating Instructional Situations and Mathematical Task.* *Journal for Research in Mathematics Education (JRME)*, Vol. 39 No. 3, 2006.
- [7] Hudojo, H. 2003. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika.* JICA. Jakarta: IMSTEP.

- [8] Hudojo, H. 2005. Kapita Selekta Pembelajaran Matematika. Malang: Penerbit Universitas Negeri Malang (UM Press).
- [9] Ibrahim dan Suparni. 2008. *Strategi Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Bidang Akademik UIN Sunan Kalijaga.
- [10] Jihad, Asep. 2008. *Pengembangan Kurikulum Matematika (Tinjauan Teoritis dan Historis)*. Bandung. MultiPressindo
- [11] Kusaeri & Mustangin, 2008. *Analisis Kecerdasan Majemuk Siswa Madrasah Tsanawiyah sebagai Dasar Pengembangan Model Pembelajaran Matematika*. Jurnal NIZAMIA Fakultas Tarbiyah IAIN Sunan Ampel Surabaya (terakreditasi), Vol. 11 Nomor 1, Juni 2008.
- [12] Major, F.T. 2006. The Squencing of Content Inductive and Deductive Approach. Inductive-Deductive Approach. htm. <http://educ2.hku.hk/> Download: 24 Agustus 2008.
- [13] Marpaung, Y. 2003. Perubahan Paradigma Pembelajaran Matematika di Sekolah. Makalah disajikan dalam Seminar Nasional Pendidikan Matematika di Universitas Sanata Darma. Tanggal 27-28 Maret 2003. Yogyakarta: Universitas Sanata Darma.
- [14] Miyazaki, M. 2000. Levels of Proof in Lower Secondary School Mathematics. Educational Studies in Mathematics 41: 47 - 68, 2000. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- [15] Moll, Luis C., 1993. Vygotsky and Education (Instructional Implications and Applications of Sociohistorical Psychlogy. USA: Cambridge University Press.
- [16] Murphy, E. 1997. Constructivist Epistemology. Constructivism: Philosophical & Epistemological Foundation. Download. 24 Agustus 2006.
- [17] NCTM. 2000. Principle and Standard for School Mathematics. Reston: The National Council of Teacher Mathematics, Inc.
- [18] Polya, G. 1973. How To Solve It. Princeton: Princeton University Press.
- [19] Ratumanan, T.G. 2003. Pengembangan Model Pembelajaran Interaktif dengan Setting Kooperatif (Model PISK) dan Pengaruhnya Terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa SLTP di Kota Ambon. Disertasi. Tidak dipublikasikan. Surabaya: Program Pascasarjana UNESA.
- [20] Shadiq, F. 2003. Penalaran, Pemecahan Masalah, dan Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika. Yogyakarta: PPPG Matematika
- [21] Slavin, R.E. 2000. Educational Psychology: Theory and Practice. Boston: Allyn & Bacon.
- [22] Soedjadi, R. 2000. Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan. Jakarta: Depdiknas.
- [23] Soedjadi, R. 2000b. Rancangan Pembelajaran Nilai dalam Matematika Sekolah. Makalah Disajikan dalam Seminar Nasional Matematika, Pengajaran dan Problematikanya Memasuki Milenium III, di FMIPA UNNES Semarang, 12 Agustus 2000.
- [24] Soedjadi, R. 2003. Pemanfaatan Realitas dan Lingkungan dalam Pembelajaran Matematika.
- [25] Sumarmo, Utari. 2003. *Berpikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan pada Siswa Sekolah dasar dan Menengah*. Makalah disajikan pada Seminar Sehari di Jurusan Matematika ITB, Oktober 2003.
- [26] Suwarsono. 1999. Problematika Pendidikan Matematika di Indonesia. Tulisan dimaksudkan sebagai sebuah pengantar untuk matakuliah Penelitian Lanjut pada Program S3 Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Surabaya, September 1999.
- [27] Taylor, L. 1993. Vygotskian Influence in Mathematics Education, with Particular Reference to Attitude Development. Focus on Learning Problems in Mathematics. Spring & Summer Edition. Volume 15, Numbers 2 & 3. (halaman 3-16). Center for Teaching/Learning of Mathematics.
- [28] Von. Glassersfeld, E. 1984. An Introduction to Radical Constructivism. Authors translation in P. Watzwalick (Ed), The Invented Reality. Newyork: Norton, 1984. Originally published P. Watzlawick (Ed), Die Erfundene Wirklichkeit. Munich: Piper, 1981. Erns von Glasersfeld, on line paper, html. Download, 24 Agustus 2008.
- [29] Von Glaserfeld, E. 2006. An Exposition of Constructivism: Why Some Like it Radical. Internet on line. Massachusetts: Scientific Reasoning Research InstituteUniversity of Massachusetts
- [30] Wilson, B., Teslow, J.L., Taylor, L. 1993. Instructional Design Perspectives on Mathematics Education With Reference to Vygotskys Theory of Social Cognition. Focus on Learning Problems in Mathematics. Spring & Summer Editions. Volume 15, Numbers 2 & 3. (halaman 65 - 85). Center for Teaching/Learning of Mathematics.
- [31] Yackel, E. Cobb, P. Wood, T. Merkel, G. 2002. Experience, Problem Solving, and Discourse as central Aspect of Constructivism. Cambers, D (Eds). Putting research into Practice in the Elementary Grades. Reading from Journals of the National Council of Teacher.