PENGEMBANGAN *WEBSITE* UNTUK PEMBELAJARAN ANALISIS STRUKTUR RANGKA DENGAN METODE KEKAKUAN LANGSUNG

Stefani Virgin[1], Ferdiana Soekresno[2], Wong Foek Tjong[3], dan Liliana[4]

ABSTRAK : Seiring dengan perkembangan zaman, internet telah menjadi sarana yang tidak dapat dipisahkan dalam kehidupan sehari-hari, termasuk dalam bidang edukasi. Dewasa ini, telah terdapat beberapa *website* perhitungan analisa struktur yang tersedia. Namun *website* tersebut masih belum dapat mengakomodasi kebutuhan pembelajaran secara utuh. Oleh karena itu, dibutuhkan *website* edukatif dan interaktif yang dapat membantu pemahaman dalam mata kuliah Analisa Struktur III dan Metode Elemen Hingga.

Pemilihan metode kekakuan langsung dilakukan karena metode ini merupakan implementasi dasar dan praktis untuk metode elemen hingga berbasis perpindahan. Di samping itu, metode ini secara *de facto* telah menjadi metode standar pada *software* komersial untuk analisis struktur. Sementara itu, algoritma perhitungan akan diimplementasikan ke dalam bahasa pemrograman HTML, PHP, JavaScript, dan jQuery.

Dari hasil program, diketahui bahwa secara umum program sudah dapat membantu perhitungan analisis struktur rangka, termasuk pada struktur yang tidak stabil. Akan tetapi, pada analisa yang hanya memperhitungkan deformasi geser, perlu dilakukan modifikasi pada koefisien geser.

KATA KUNCI : metode kekakuan langsung, HTML, PHP, JavaScript

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Seiring dengan perkembangan zaman, internet telah menjadi sarana yang tidak dapat dipisahkan dalam kehidupan sehari-hari, termasuk bidang edukasi. Internet memiliki kebebasan yang tidak mengenal ruang dan waktu, yang dapat diartikan bahwa pengguna dapat mengakses internet kapanpun dan dimanapun.

Dengan kemajuan teknologi, telah terdapat beberapa *website* yang membantu proses perhitungan analisa struktur (Nikishov, 2010). Namun, proses perhitungan yang pada *website* tersebut tidak dilakukan secara global. Oleh karena itu, dibutuhkan *website* edukatif dan interaktif yang dapat membantu baik pelaku Teknik Sipil maupun masyarakat awam untuk memahami perhitungan analisa struktur. Pemilihan metode kekakuan langsung dilakukan karena metode ini merupakan implementasi dasar dan praktis untuk metode elemen hingga berbasis perpindahan, serta secara *de facto* telah menjadi metode standar pada *software* komersial untuk analisis struktur (Bathe, 1996). *Website* ini diharapkan dapat menjadi batu loncatan pada media *e-learning* dalam mata kuliah Analisa Struktur III dan Metode Elemen Hingga, serta dapat menjadi dasar untuk pengembangan program elemen hingga berbasis *website* secara umum.

---

[1] *Mahasiswa Program Studi Teknik Sipil Universitas Kristen Petra, m21410034@john.petra.ac.id*
[2] *Mahasiswa Program Studi Teknik Sipil Universitas Kristen Petra, m21410040@john.petra.ac.id*
[3] *Dosen Program Studi Teknik Sipil Universitas Kristen Petra, wftjong@petra.ac.id*
[4] *Dosen Program Studi Teknik Informatika Universitas Kristen Petra, lilian@peter.petra.ac.id*

1.2. Rumusan Masalah

1. Bagaimana mengaplikasikan algoritma perhitungan analisis struktur rangka dengan metode kekakuan langsung pada bahasa pemrograman yang berorientasi pada pengembangan *web*?
2. Bagaimana membuat *website* edukatif dan interaktif yang dapat dipelajari dan dikembangkan secara berkelanjutan?

1.3. Tujuan Penelitian

1. Mempelajari algoritma perhitungan analisis struktur rangka dengan metode kekakuan langsung seperti pada *software* komersial.
2. Mengaplikasikan algoritma perhitungan ke dalam bahasa pemrograman berbasis *web*.
3. Menghasilkan *website* edukatif dan interaktif yang dapat diakses secara umum.

1.4. Manfaat Penelitian

1. Membantu memberikan pemahaman analisis perhitungan struktur rangka menggunakan metode kekakuan langsung melalui *website* edukatif dan interaktif.
2. Menjadi batu loncatan dalam pengembangan *e-learning* melalui *website* edukatif dan interaktif pada analisis struktur dan metode elemen hingga secara umum.
3. Menjadi awal pengembangan *website* untuk struktur dan metode lainnya.
4. Menjadi referensi dalam penelitian lainnya tanpa harus menggunakan program khusus.

2. LANDASAN TEORI

2.1. Metode Kekakuan Langsung

Metode kekakuan langsung merupakan implementasi dari metode elemen hingga, di mana dalam perhitungannya menggunakan aplikasi matriks yang didasarkan pada konsep kekakuan dan perpindahan (Logan, 2007).

2.1.1. Derajat Kebebasan

Pada elemen rangka dua dimensi, terdapat tiga buah derajat kebebasan untuk tiap nodal. Perpindahan aksial dilambangkan dengan $\hat{d}_{ix}$, sementara perpindahan geser dilambangkan dengan $\hat{d}_{iy}$ dan rotasi dengan $\widehat{\emptyset}_i$. Gaya yang bekerja pada tiap nodal adalah $\hat{f}_{ix}$, $\hat{f}_{iy}$, dan momen $\widehat{m}_i$. Perjanjian tanda yang digunakan adalah momen dan rotasi bernilai positif jika berlawanan arah jarum jam serta gaya dan perpindahan bernilai positif jika searah dengan sumbu x dan y positif.

2.1.2. Matriks Transformasi

Untuk menghubungkan antara perpindahan lokal sebuah elemen dan perpindahan global yang terjadi pada keseluruhan struktur, maka dibutuhkan matriks transformasi yaitu

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

dengan $C = \cos \Theta$ dan $S = \sin \Theta$

2.1.3. Matriks Kekakuan

Pada metode kekakuan langsung, hubungan gaya dalam dengan gaya luar pada suatu struktur dalam koordinat global (xyz) diwakilkan dengan persamaan,

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\,\mathbf{d} \qquad (2)$$

dengan **F** adalah gaya luar pada tiap nodal, **K** merupakan matriks kekakuan global, dan **d** adalah perpindahan pada tiap nodal. Sementara itu, untuk analisis suatu elemen pada digunakan persamaan yang sama dengan komponen koordinat lokal ($\hat{x}\hat{y}\hat{z}$).

Matriks kekakuan elemen rangka merupakan superposisi antara matriks kekakuan elemen batang dan elemen balok Timoshenko (Felippa, 2005), yaitu

$$\hat{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 12C_2 & 6C_2L & 0 & -12C_2 & 6C_2L \\ 0 & 6C_2L & (4+\varphi)C_2L^2 & 0 & -6C_2L & (2-\varphi)C_2L^2 \\ -C_1 & 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & -12C_2 & -6C_2L & 0 & 12C_2 & -6C_2L \\ 0 & 6C_2L & (2-\varphi)C_2L^2 & 0 & -6C_2L & (4+\varphi)C_2L^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

dengan $C_1 = \frac{EA}{L}$ dan $C_2 = \frac{EI}{L^3\,(1+\varphi)}$

Untuk mendapatkan matriks kekakuan global pada suatu elemen, dilakukan transformasi matriks dengan persamaan

$$\mathbf{k} = \mathbf{T}^T \hat{\mathbf{k}}\, \mathbf{T} \quad (4)$$

Setelah didapatkan matriks kekakuan global untuk tiap elemen, maka dapat diperoleh matriks kekakuan global dan matriks gaya nodal ekuivalen global suatu struktur berdasarkan persamaan

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}] = \sum_{e=1}^{N} \mathbf{k}^{(e)} \quad (5)$$

$$\mathbf{F} = [\mathbf{F}] = \sum_{e=1}^{N} \mathbf{f}^{(e)} \quad (6)$$

2.1.4. Kondisi Perletakan

Nilai **F** dan **d** tergantung pada kondisi perletakan yang mempunyai dua tipe umum, yaitu tipe homogen dan non-homogen. Kondisi homogen terjadi pada lokasi yang tidak mengalami pergerakan sama sekali, tergantung pada perletakan suatu nodal (jepit, sendi, rol). Dengan demikian, defleksi atau rotasi pada nodal tertentu bernilai nol sesuai dengan kondisi perletakannya. Sedangkan kondisi non-homogen terjadi ketika nilai defleksi atau rotasi suatu nodal sudah ditentukan sebelumnya.

2.1.5. Beban Merata

Pengaruh beban merata pada struktur rangka diperhitungkan sebagai gaya nodal ekuivalen. Dengan kata lain, beban merata pada struktur ditransformasikan menjadi beban terpusat dan momen pada tiap nodal yang ekuivalen. Secara umum, formulasi umum pada perhitungan beban merata adalah,

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{Kd} - \boldsymbol{F_0} \quad (7)$$

dimana $\boldsymbol{F_0}$ merupakan gaya ekuivalen pada tiap nodal. Formula ini juga dapat diterapkan pada koordinat lokal untuk mendapatkan gaya dalam $\boldsymbol{f}$ pada setiap elemen.

2.1.6. Gaya Dalam

Perjanjian tanda yang digunakan pada diagram N, D, M sesuai dengan persamaan keseimbangan pada statika (Witjaksono, 2010) adalah sebagai berikut :

1. Diagram N bernilai positif apabila membentuk gaya tarik pada kedua ujungnya
2. .Diagram D bernilai positif apabila membentuk arah jarum jam.
3. Diagram M bernilai positif apabila menarik kedua ujung elemen ke atas.

Besarnya gaya normal N, gaya lintang D, dan momen M adalah konstan, jika pada elemen bekerja beban terpusat. Bila pada elemen bekerja beban merata, maka dibutuhkan persamaan gaya-gaya dalam.

2.2 Penyelesaian Matriks

Untuk menyelesaikan persamaan **F = K d**, maka matriks perlu dimodifikasi terlebih dahulu agar menjadi bentuk yang lebih sederhana menggunakan :

2.2.1. Metode Matriks Partisi

Pada persamaan **F = K d** harus disederhanakan lebih dahulu menjadi beberapa sub-matriks sebelum didapatkan hasil akhir. Karena matriks K merupakan matriks yang simetris dengan nilai diagonal yang selalu positif, maka urutan baris dan kolom variabel dapat diubah selama tidak mempengaruhi persamaan individu lainnya (Welch, 2002). Sehingga secara umum, persamaan matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} Kaa & Kap \\ Kpa & Kpp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ dp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fa \\ Fp \end{bmatrix} \tag{8}$$

da dapat diperoleh dengan persamaan

$$[\boldsymbol{da}] = [\boldsymbol{Kaa}]^{-1}\boldsymbol{x}[\boldsymbol{Fa}] - [\boldsymbol{Kap}]\boldsymbol{x}\,[\boldsymbol{dp}] \tag{9}$$

Substitusi **da** pada baris kedua persamaan (8), sehingga

$$[\boldsymbol{Fp}] = [\boldsymbol{Kpa}]\boldsymbol{x}\,[\boldsymbol{da}] + [\boldsymbol{Kpp}]\boldsymbol{x}\,[\boldsymbol{dp}]$$

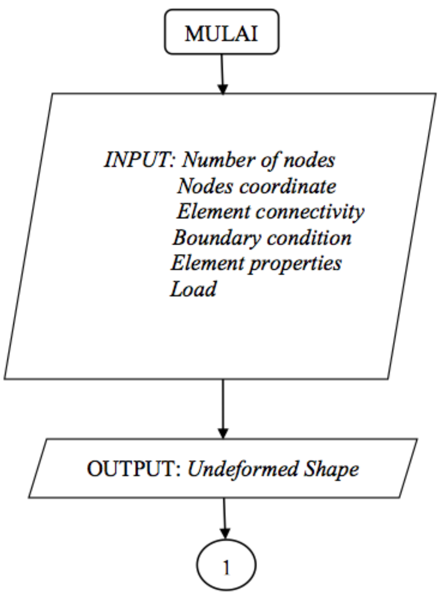
(10)

2.2.2. Eliminasi Gauss

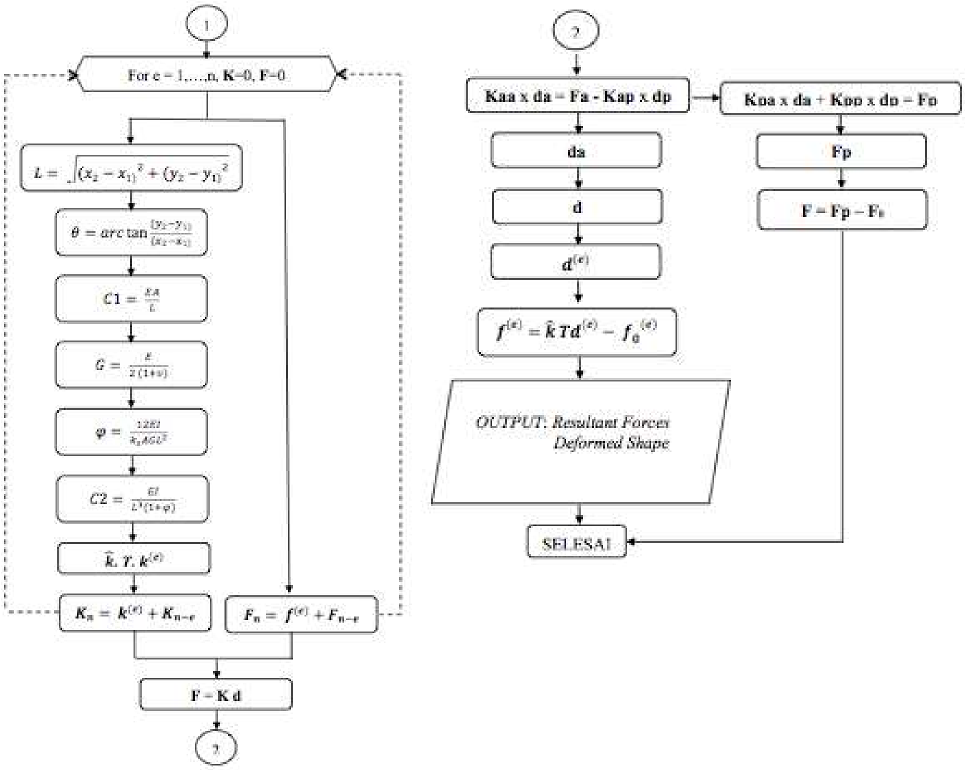
Prosedur penyelesaian matriks menggunakan Eliminasi Gauss adalah dengan mengurangi koefisien baris ke $i+1,\ i+2, \ldots., n$ dengan kelipatan koefisien dari baris ke-i, dimana $i = 1,2, \ldots, n-1$ dan n adalah banyaknya baris, sedemikian sehingga koefisien persamaan dari matriks **K** dapat direduksi menjadi bentuk matriks segitiga atas, dimana koefisien matriks **K** dibawah diagonal utama adalah nol. Dengan demikian, pada baris terakhir dapat dilakukan penyelesaian untuk semua variabel di atasnya. Pada akhir dari setiap langkah proses eliminasi, diperoleh submatriks segitiga bagian bawah $n - i$ yang simetri dengan matriks diagonal yang selalu bernilai positif (Bathe, 1996).

3. METODOLOGI PENELITIAN

Secara garis besar alur program yang dibuat untuk melakukan analisis struktur rangka menggunakan metode kekakuan langsung meliputi proses masukan (*input*), proses perhitungan, serta proses penyajian hasil perhitungan (*output*) dalam bentuk matriks dan diagram seperti dapat dilihat pada **Gambar 1.**



Gambar 1. Diagram Alir Algoritma Program

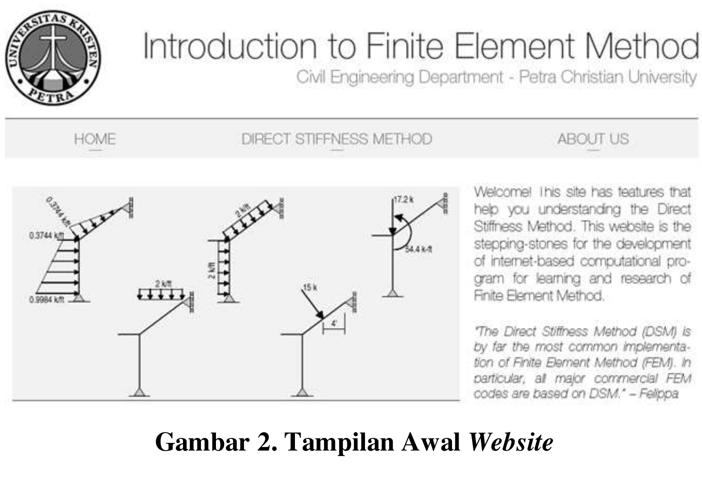


Gambar 1. Diagram Alir Algoritma Program (sambungan)

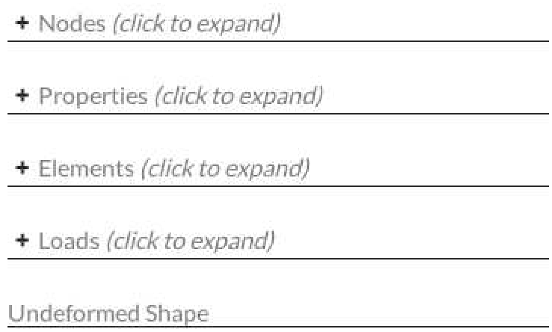
4. HASIL DAN DISKUSI

4.1. Prosedur Penggunaan Program

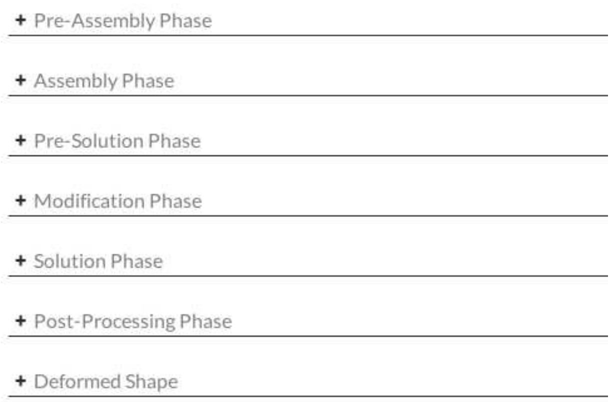
Untuk memulai akses ke dalam *website,* buka *web browser* lalu ketikan alamat : http://ta29.petra.ac.id. Pada halaman *web* akan muncul tampilan seperti pada **Gambar 2, Gambar 3, dan Gambar 4.**



Gambar 2. Tampilan Awal *Website*



Gambar 3. Tampilan *Input* pada *Web*



Gambar 4. Tampilan *Output* pada *Web*

4.2. Verifikasi Program

Verifikasi program dilakukan dengan membandingkan hasil perpindahan, reaksi perletakan, maupun gaya dalam yang dihasilkan program dengan hasil dari program SAP2000.

Sebuah struktur portal seperti pada **Gambar 5** diberi beban merata. Pada perhitungan ini, terdapat empat model analisis, yaitu :

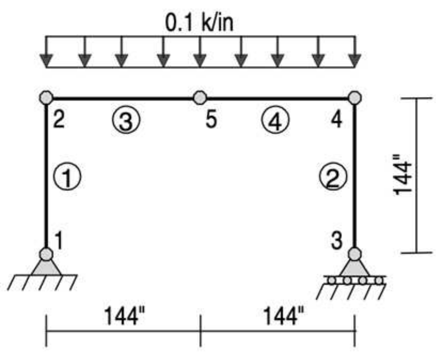
Model A : deformasi lentur, geser, dan aksial diperhitungkan

Model B : deformasi lentur saja

Model C : deformasi geser saja

Model D : deformasi aksial saja

Jika deformasi lentur diabaikan maka nilai faktor pengali I = 10,000,000. Apabila deformasi geser diabaikan, nilai φ=0 sehingga faktor pengali k_s=1,000,000. Sedangkan jika deformasi aksial diabaikan, maka faktor pengali A=100,000. Perbandingan hasil perhitungan program dengan SAP2000 dapat dilihat pada **Tabel 1.**



Material Properties :
E = 29,900 k/in^2
v = 0.3
G = 11,500 k/in^2

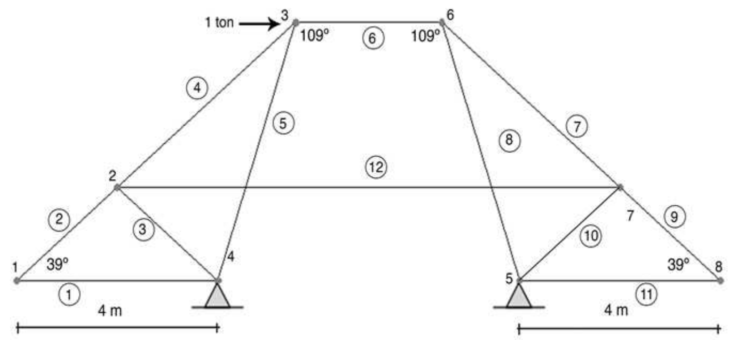
Section Properties :
A = 9.12 in^2
I = 110 in^4
A_v = 2.28 in^2

Gambar 5. Struktur dengan Beban Merata (SAP Verification Manual, 2007)

Tabel 1. Perbandingan Hasil Program dan SAP2000 pada Struktur dengan Beban Merata

Model	Parameter (in)	SAP2000	Program	Perbedaan
A	d_{5y}	-2.77076	-2.77076	0 %
B	d_{5y}	-2.72361	-2.72361	0 %
C	d_{5y}	-0.03954	-0.03954	0%
D	d_{5y}	-0.00760	-0.00760	0%

Tabel 1 menunjukkan bahwa hasil perhitungan Model A, B, C dan D pada program secara umum sudah sama dengan hasil dari SAP2000. Namun, untuk Model C, dibutuhkan *element properties* yang berbeda antara elemen yang menahan gaya aksial dan gaya geser. Hal ini dikarenakan program tidak dapat mendeteksi *properties* yang digunakan untuk kekakuan aksial dan kekakuan geser. Oleh sebab itu, pada elemen balok koefisien geser (*ks*) dimodifikasi sedemikian rupa sehingga menghasilkan luasan geser (*As*) yang mendekati luas area (*A*) sesungguhnya.
Sementara itu, untuk sebuah struktur rangka batang stabil tidak stabil seperti pada **Gambar 6** terdiri atas elemen yang hanya dapat menerima gaya tarik atau tekan, Karena hanya deformasi aksial yang diperhitungkan, maka nilai ks=1,000,000 dan I=0.



Material Properties :
E = 2x107 ton/m2

Section Properties :
A = 5x10-4 m2

Gambar 6. Rangka Batang Tidak Stabil (Dewobroto, 2013)

Tabel 2. Hasil Program dan SAP2000 pada Rangka Batang Tidak Stabil

Parameter (m)	SAP2000	Program
d_{3x}	-1.3010×10^{12}	2.7726×10^{12}
d_{3y}	4.4800×10^{11}	-9.5473×10^{11}

Tabel 2 menunjukkan bahwa hasil perhitungan pada program dan SAP2000 keduanya menghasilkan nilai yang salah. Rangka batang yang tidak stabil dapat terdeteksi oleh kedua program tersebut, yaitu dengan hasil *displacement* yang sangat besar serta nilai diagonal utama pada Eliminasi Gauss yang mendekati nol. Hasil akhir antara kedua program berbeda karena adanya perbedaan algoritma perhitungan yang digunakan.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan analisa yang didapat dari *website* yang telah dibuat, secara umum dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Program pada *website* ini pada sudah dapat membantu dalam perhitungan analisis struktur rangka pada ruang lingkupnya.
2. Untuk menggunakan program ini, pengguna tidak perlu mempunyai program khusus, cukup dengan koneksi internet dan kemampuan pengguna dalam mengidentifikasi soal.
3. Hasil perhitungan program yang dibuat telah menunjukkan hasil yang sama dengan hasil program SAP2000, dengan memperhitungkan deformasi aksial, geser, dan lentur. Namun, pada kasus dimana hanya deformasi geser yang diperhitungkan, dibutuhkan modifikasi koefisien

geser pada *element properties*. Sementara itu, pada rangka batang tidak stabil dapat dideteksi dengan hasil *displacement* yang sangat besar dan nilai diagonal utama Eliminasi Gauss yang mendekati nol.
4. Penggunaan *website* ini akan sangat membantu proses pembelajaran materi Analisa Struktur III dan Metode Elemen Hingga, karena terdapat langkah-langkah yang perhitungan yang jelas yang tidak dimiliki *website* lainnya, seperti perhitungan matriks, diagram gaya, serta fitur *Theory, How to Use,* dan *Verification.*

5.2. Saran

Karena keterbatasan waktu, program ini hanya mencakup struktur rangka dua dimensi yang sederhana. Beberapa saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya mengenai pembuatan *website* sebagai media *e-learning* mata kuliah Metode Elemen Hingga adalah :

1. Untuk selanjutnya, bentuk pembebanan dan kondisi perletakan dapat dibuat lebih bervariasi lagi, seperti beban segitiga maupun kurva, serta perletakan dengan rotasi sudut. Selain itu, fitur-fitur program juga bertambah, seperi adanya *constraints* untuk *rigid floor*.
2. Diharapkan peneliti selanjutnya dapat mengembangkan proses *input* menjadi bentuk gambar.
3. Diharapkan para peneliti selanjutnya dapat menambah materi *website* ini dengan topik Metode Elemen Hingga yang lainnya, baik dalam bentuk dua ataupun tiga dimensi.

6. DAFTAR REFERENSI

Bathe, K. J. (1996). *Finite Element Procedures,* Prentice Hall, New Jersey, USA.

Dewobroto, Wiryanto. (2013). *Komputer Rekayasa Struktur dengan SAP2000,* Lumina Press, Jakarta, Indonesia.

Felippa, Carlos A. (2005). *The Amuzing History of Shear Flexible Beam Element.* <http://www.colorado.edu/engineering/CAS/Felippa.d/FelippaHome.d/Publications.d/Report.CU-CAS-05-01.pdf > (August 1, 2013)

Habibullah, Ashraf. (2007). SAP2000 (Version 11) Verification Manual, CSI, California, USA.

Logan, Daryl L. (2007). *A First Course in the Finite Element Method* (4th ed.). Canada: Thomson Canada Limited, Toronto, Canada.

Nikiskhov, Gennadiy. (2010). *Java Applets.* <http://web-ext.u-aizu.ac.jp/~niki/javaappl/index.html> (August 1, 2013)

Welch, Ronald W, & Ressler, Stephen J. (2002). Opening the Black Box:The Direct Stiffness Method Uncovered. *American Society for Engineering Education*. <http://search.asee.org> (October 1, 2013)

Witjaksono, Yuda Endro, et. al. (2010). *Statika.* (TS 4211). Unpublished undergraduate course, Universitas Kristen Petra, Surabaya, Indonesia.