# DIAGRAM FASE SISTEM SPIN ISING ANTIFEROMAGNET PADA JARINGAN KOMPLEKS

#### **Tasrief Surungan**

Laboratorium Fisika Teoretik dan Komputasi, Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Hasanuddin, Makassar 90245 E-mail: tasrief@unhas.ac.id

#### ABSTRAK

Diagram fase dari sistem spin Ising antiferomagnet pada jaringan bebas skala yang rapat konektivitasnya bervariasi ditelaah dengan menggunakan metoda Monte Carlo algoritma pertukaran replika. Besaran fisis yang dihitung meliputi parameter pertindihan dan parameter Binder, keduanya bergantung pada temperatur. Jumlah simpul dalam jaringan bervariasi. Dengan menggunakan penyekalaan ukuran berhingga, temperatur peralihan fase untuk masing-masing rapat konektivitas dapat ditentukan, dan selanjutnya digambarkan diagram fasenya. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa hingga rapat konektivitas tertentu, fase gelas spin kuat akan tetapi melemah pada keadaan konektivitas yang mendekati batas medan rerata, yaitu sistem kisi terkoneksi sempurna.

Kata Kunci: Diagram fase, sistem spin ising antiferomagnet, jaringan kompleks, metoda Monte Carlo.

#### **ABSTRACTS**

The phase diagram of the antiferromagnetic Ising spins on the scale-free network with various connectivity densities is probed using the exchange replica Monte Carlo algorithm. The temperature dependence, the overlap and the Binder parameters were calculated. Several network sizes were taken into account. By using the finite size scaling, we estimate the critical temperature transition of each connectivity density and plot the phase diagram of the system. We found that the average connectivity up to certain value preserves the spin glass phase. Connectivity approaching the mean field limit structure may rule out the existing the spin glass phase, in accordance with the condition of the absence of randomness.

Keywords: Phase diagram, antiferromagnetic Ising spin, scale-free network, Monte Carlo algorithm.

### PENDAHULUAN

Kajian tentang jaringan kompleks memiliki relevansi dalam banyak bidang antara lain sosiologi, ekologi, biologi, ilmu ekonomi dan fisika [1]. Jaringan ini menjadi inti dalam sistem kompleks yang dicirikan oleh jumlah hubungan pada titik-titik simpulnya tidak seragam dan tidak acak. Salah satu contohnya adalah jaringan berskala bebas (*scale free network*) yaitu jaringan dengan derajat konektivitas simpulnya mengikuti fungsi distribusi berpangkat  $P(k) = k^{-\gamma}$ , dimana k sebagai jumlah hubungan dari simpul, sedangkan  $\gamma$  adalah tetapan.

Terdapat dua faktor penyebab distribusi berpangkat, yaitu pertumbuhan linear (*linear growth*) dan pengikutan berpihak (*preferential attachement*) [2]. Yang pertama menjamin bahwa jumlah simpul yang ditambahkan setiap saat tetap, sedangkan yang kedua mengharuskan bahwa simpul yang ditambahkan itu akan terhubung ke simpul sebelumnya dengan cara berpihak. Secara kuantitatif kebolehjadian keterhubungan dinyatakan oleh  $\prod (k_i) = k_i / \sum_j k_j$  dengan  $k_i$  merupakan jumlah hubungan dari simpul ke-*i*. Hubungan ini menyatakan bahwa simpul dengan konektivitas lebih besar memiliki kebolehjadian lebih tinggi dalam menarik 'pendatang baru'; simpul-simpul ini menjadi lebih 'populer'. Jaringan real di alam pada umumnya berstruktur bebas skala; contohnya jaringan sel [3], ruter internet [4], halaman Web [5], dan sitasi ilmuan [6].

Jaringan berskala bebas (JBB) dapat memiliki rapat konektivitas bervariasi, yaitu perbandingan antara jumlah keseluruhan konektivitas dengan jumlah simpul. Rapat konektivitas ini berperan sebagai bilangan koordinasi untuk kisi reguler. Sistem dengan bilangan koordinasi besar memiliki kestabilan lebih tinggi. Sebagai contoh, keteraturan magnetik untuk spin Ising feromagnetik (FM) lebih stabil untuk kasus tiga dimensi daripada kasus dua dimensi. Hal serupa juga teramati pada model spin planar untuk kisi dua dimensi dimana fase *Kosterlitz-Thouless* tetap hadir selama interaksi kopling terperkolasi [7].

Dalam penelitian sebelumnya telah ditelaah model Ising antiferromagnet pada JBB dengan  $\gamma = 3$  dan rapat konektivitas m = 5 [8]. Sistem ini menunjukkan sifat gelas spin (GS), yaitu suatu fase magnetik beku dengan orientasi spin dalam keadaan acak. Oleh karena rapat konektivitas berpengaruh pada keteraturan sistem maka dalam penelitian ini ditelaah sistem dengan rapat konektivitas bervariasi, yaitu m = 2, 3, 4; dengan demikian diagram fasa sistem diharapkan dapat diperoleh. Pada Gambar 1 disajikan salah satu contoh jaringan bebas skala dengan 500 simpul untuk  $m_0 = m = 2$ . Jumlah simpul sengaja dibuat kecil agar gambar yang dihasilkan jelas. Pembuatan gambar ini menggunakan perangkat lunak Pajek [9]. Paper ini ditulis dengan sistematika berurut yaitu penjelasan tentang model dan metoda, hasil yang diperoleh serta simpulan.

### MODEL DAN METODA

### Model

Untuk menghasilkan topologi JBB, digunakan model Barabási-Albert; yaitu didasarkan pada dua faktor: (i) pertumbuhan linear dan (ii) penangkapan berpihak. Praktisnya, jaringan diawali oleh  $m_0$  simpul yang tidak saling berhubungan. Setiap simpul baru yang ditambahkan dihubungkan dengan m simpul yang telah ada sebelumnya. Kebolehjadian terhubung ke simpul ke-*i* yang telah ada sebelumnya dinyatakan oleh  $\prod (k_i) = k_i / \sum_j k_j$ . Melalui proses pertumbuhan yang berpihak ini akan dihasilkan suatu JBB, yakni dengan distribusi keterhubungan  $P(k) \sim k^{-\gamma}$ , dengan  $\gamma = 3$ .



Gambar 1. Salah satu contoh jaringan bebas skala dengan 500 simpul untuk  $m_0 = m$ = 2. Jumlah simpul sengaja dibuat kecil agar gambar yang dihasilkan jelas. Pembuatan gambar ini menggunakan perangkat lunak Pajek [9].

Penting diperhatikan bahwa jaringan yang dihasilkan memiliki koefisien kluster *C* yang kecil bahkan lenyap pada batas termodinamika. Nilai rata-rata parameter ini untuk setiap ukuran jaringan diupayakan tetap, sehingga diperkenalkan satu langkah pada proses pertumbuhan jaringan [10]. Dalam hal ini, jika simpul yang ditambahkan terhubung ke simpul *i*, maka hubungan berikutnya cenderung ke 'kawan' dari simpul *i*. Metoda 'memperkenalkan kawan ke kawan lain' ini di samping menjaga sifat bebas skala, juga menghasilkan jaringan dengan parameter kluster yang tinggi.

Paper ini menelaah jaringan dengan ukuran bervariasi dimana masing-masing ukuran diambil banyak realisasi. Sifat penyekalaan dari berbagai besaran fisis dianalisis. Tetapan kluster sebagaimana disebutkan sebelumnya adalah 0,39, yakni mendekati nilai tetapan dalam banyak sistem nyata [11]. Selanjutnya, pada masing-masing jaringan bebas skala ditempatkan spin Ising yang berinteraksi secara antiferomagnetik. Sistem ini dinyatakan oleh Hamiltonian berikut

$$H = -\sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} s_i s_j \tag{1}$$

dimana penjumlahan meliputi semua spin pada simpul *i* dan *j* yang terhubung. Tetapan kopling  $J_{ij} = J$ = -1 adalah untuk kasus antiferromagnetik. Seperti disebutkan sebelumnya, akibat interaksi antiferromagnetik, maka setiap spin dalam unit segitiga mengalami frustrasi. Koefisien cluster  $C_i$ berkaitan dengan tingkat frustrasi masing-masing spin. Variasi nilainya menjadi sumber keacakan; frustrasi dan keacakan merupakan unsur GS.

Sebagai sistem acak, jaringan berukuran N dapat terwujud dalam banyak struktur konektivitas. Karena itu diperlukan perata-rataan agar hasil yang diperoleh secara statistik dapat dipercaya. Ukuran jaringan yang ditelaah masing-masing adalah N = 1024, 2048, 4096 dan 8192. Secara umum, peratarataan dilakukan dengan mengambil lebih banyak realisasi untuk jaringan kecil sedangkan untuk jaringan besar jumlah realisasi yang dirata-ratakan lebih sedikit. Alasannya, jaringan berukuran besar memiliki sifat '*self-averaging*'. Akan tetapi, sifat ini terganggu oleh pertambahan degenerasi keadaan dasar; sehingga perata-rataan diambil seragam, baik jaringan besar maupun jaringan kecil, yakni 1000 realisasi untuk setiap ukuran.

#### Metoda

Perata-rataan termal besaran fisis dilakukan dengan menggunakan metoda Monte Carlo pertukaran replika (MCPR) [12]. Metoda ini pada dasarnya melipat-gandakan replika tunggal pada metoda Monte Carlo biasa (algoritma Metropolis). Jumlah replika, misalnya *M*, bersesuaian dengan jumlah temperatur. Masing-masing replika berada dalam kesetimbangan termal dengan kolam kalor; replika disimulasikan secara paralel. Jika himpunan *invers* temperatur adalah { $\beta$ }, maka distribusi kebolehjadian menemukan sistem gabungan dalam suatu keadaan {X} = { $X_1, X_2, ..., X_M$ } adalah [13]:

$$P(\{X,\beta\}) = \prod_{m=1}^{M} \widetilde{P}(X_m,\beta_m), \qquad (2)$$

dimana

$$\widetilde{P}(X_m, \beta_m) = Z(\beta_m)^{-1} \exp(-\beta_m H(X_m))$$
(3)

dan  $Z(\beta_m)$  merupakan fungsi partisi pada temperatur ke-*m*. Selanjutnya dapat didefinisikan suatu matriks pertukaran antar replika dalam rantai Markov  $W(X_m, \beta_m | X_n, \beta_n)$ , yaitu kebolehjadian mempertukarkan konfigurasi  $X_m$  pada temperatur  $\beta_m$  dengan konfigurasi  $X_n$  pada  $\beta_n$ . Dengan menggunakan syarat kesetimbangan rinci (*detailed balance*), yang diperlukan agar sistem gabungan tetap dalam kesetimbangan, pada matriks peralihan:

$$P(..., \{X_{m}, \beta_{m}\}, ..., \{X_{n}, \beta_{n}\}, ...) . W(X_{m}, \beta_{m} | X_{n}, \beta_{n})$$
  
=  $P(..., \{X_{n}, \beta_{m}\}, ..., \{X_{m}, \beta_{n}\}, ...) . W(X_{n}, \beta_{m} | X_{m}, \beta_{n})$  (4)

juga pada Persamaan (3), diperoleh bahwa:

$$\frac{W(X_m, \beta_m \mid X_n, \beta_n)}{W(X_n, \beta_m \mid X_m, \beta_n)} = \exp(-\Delta),$$
(5)

dengan  $\Delta = (\beta_n - \beta_m)(H(X_m) - H(X_n))$ . Melalui batasan-batasan di atas, koefisien-koefisien matriks dapat dipilih sesuai algoritma Metropolis, dan karena itu diperoleh:

$$W(X_m, \beta_m | X_n, \beta_n) = \begin{cases} 1 & \text{jika } \Delta < 0\\ \exp(-\Delta) & \text{jika } \Delta > 0 \end{cases}$$
(6)

Dalam simulasi ini pertukaran temperatur dibatasi pada temperatur berdekatan, yaitu melibatkan sukusuku  $W(X_m, \beta_m | X_n, \beta_n)$ . Pilihan ini berdasar pada kenyataan bahwa perbandingan penerimaan (acceptance ratio) meluruh secara exponensial ( $\beta_n - \beta_m$ ).

MCPR sangat efisien bagi sistem semacam GS sedangkan metoda Monte Carlo biasa mengalami keterbatasan akibat kemungkinan sistem tetap berada pada konfigurasi tertentu atau terjebak pada keadaan suatu energi minimum lokal. Jika sistem terjebak dalam suatu minimum lokal, syarat ergodisitas tidak terpenuhi; proses pengukuran/perhitungan besaran fisis menjadi bias. Melalui metoda MCPR, terjadi pertukaran replika secara kontinu sehingga secara prinsip semua konfigurasi dapat dijangkau. Selain itu MCPR mengurangi secara drastis korelasi temporal hasil pengukuran. Karena itu, sample yang diambil dijamin saling bebas satu dengan yang lain.

Penting dikemukakan bahwa himpunan temperatur yang digunakan dalam simulasi harus dipilih dengan bagus sehingga metoda yang digunakan lebih efisien. Pilihan yang optimum dapat diperoleh melalui pemetaan sbb [12]:

$$\widetilde{\beta}_{1} = \beta_{1}$$

$$\widetilde{\beta}_{m} = \widetilde{\beta}_{m-1} + (\beta_{m} - \beta_{m-1}) p_{m} / c,$$
(7)

dimana  $p_m$  merupakan rasio penerimaan bagi pertukaran antara konfigurasi pada temperatur ke-*m* dan  $c = \sum_{m=1}^{M} p_m / (M-1)$  sebagai faktor normalisasi. Nilai awal dari himpunan { $\beta$ } diambil seragam dimana  $\beta_1$  bersesuaian dengan temperatur tinggi. Untuk setiap iterasi, diambil beberapa ribu langkah Monte Carlo guna perhitungan ratio penerimaan,  $p_m$ , yang kemudian dimasukkan ke Pers. (7) untuk memperoleh himpunan temperatur invers yang baru.

Dalam metoda ini didefinisikan 1 langkah MC lokal yaitu satu langkah MC bagi setiap spin pada masing-masing replika. Oleh karena temperatur invers dapat dikelompokkan atas pasangan ganjil atau genap, ( $\beta_m$ ,  $\beta_{m+1}$ ), maka usaha pertukaran konfigurasi dipergilirkan dari satu temperatur ke yang berikutnya. Berdasarkan prosedur ini, satu langkah Monte Carlo didefinisikan sebagai sebuah MC lokal ditambah setengah (*m* ganjil atau genap) upaya pertukaran.

Untuk setiap realisasi jaringan, simulasi diawali dari konfigurasi spin random kemudian dilakukan  $10^3$  MCL untuk mencapai kesetimbangan termal. Setelah itu, dilanjutkan sebanyak  $3 \times 10^5$  iterasi MC dan mengambil  $6 \times 10^4$  pengukuran bagi rerata termal. Rerata termal yang diperoleh untuk setiap jaringan selanjutnya dirata-ratakan guna perolehan rerata majelis. Peninjauan hingga temperatur rendah dilakukan sebagai upaya pencarian kemungkinan adanya transisi fase. Notasi  $\langle ... \rangle$  menunjukkan rerata termal dan  $[...]_{av}$  sebagai rerata majelis. Kesalahan statistik dalam plot dihitung menggunakan metoda *butstrap*.

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Akibat frustrasi acak pada sistem JBB, interaksi antiferomagnetik menimbulkan fase gelas spin (GS). Peralihan fase dari tak-teratur ke teratur secara temporal dapat diamati. Sifat ini tidak

dijumpai pada sistem frustrasi reguler, misalnya sistem frustrasi penuh [13]. Parameter yang digunakan untuk karakterisasi peralihan fase adalah parameter pertindihan q yang didefinisikan sebagai berikut [14]:

$$q = \frac{1}{N} \sum_{i} s_{i}^{(\alpha)} s_{i}^{(\beta)}$$
(8)

dimana index atas  $\alpha$  dan  $\beta$  menunjukkan dua realisasi dengan konfigurasi keterhubungan yang sama. Nilai sebenarnya dari q diperoleh dari rerata termal dan rerata ketak-teraturan  $[\langle ... \rangle]_{av}$ .

Pada metoda pertukaran replika terdapat dua duplikat  $\alpha$  dan  $\beta$ , di setiap titik temperatur. Hal ini berarti jika pengukuran dilakukan di M titik, terdapat M pasang replika. Algoritma Metropolis dilakukan pada setiap titik temperatur untuk setiap langkah MC, lalu diikuti oleh pertukaran antara dua replika  $\alpha$  (dan  $\beta$ ) dari dua temperatur tetangga, dengan kebolehjadian tertentu. Selanjutnya, untuk masing-masing temperatur dalam setiap 5 langkah MC replika  $\alpha$  dan  $\beta$  dipertindihkan guna pengukuran parameter pertindihan sebagaimana didefinisikan dalam Persamaan (8).

Khusus untuk model Ising, akibat simetri  $Z_2$ , parameter keteraturan di atas diambil nilai mutlaknya:

$$q = \left[ \langle | \frac{1}{N} \sum_{i} s_{i}^{(\alpha)} s_{i}^{(\beta)} | \rangle \right]_{av}.$$
(9)

Keberadaan fase GS ditunjukkan oleh konvergensi |q| ke suatu nilai berhingga sedangkan konvegensi ke nol menunjukkan fase paramagnetik.

Kebergantungan |q| terhadap temperatur dari hasil simulasi ditunjukkan dalam Gambar 2. Fase GS ditunjukkan oleh nilai berhingga dari |q| pada temperatur rendah, sedangkan |q| mendekati nol pada temperatur tinggi bersesuaian dengan fase paramagnetik. Pada temperatur tinggi dan jaringan besar |q| mendekati nol, sesuai dengan batas termodinamik dimana |q| = 0 [15].

Keberadaan dua fase di atas juga dapat diamati melalui distribusi q, seperti dalam Gambar 3. Pada temperatur tinggi q berfluktuasi sekitar nol, sehingga distribusinya berupa puncak tunggal, menandakan fase paramagnetik. Dengan mengecilnya temperatur, distribusi melebar menandakan keadaan agak stabil yang bersesuaian dengan frustrasi. Pada temperatur rendah distribusi memiliki puncak ganda, menandakan simetri  $Z_2$  dan nilai berhingga dari |q|, sebagai representasi fase GS.



Gambar 2. Parameter pertindihan q bergantung temperatur untuk ukuran jaringan N bervariasi. Pembesaran nilai q pada temperatur rendah menandakan fase GS. Setiap besar jaringan diambil perata-rataan hingga 1000 realisasi.

Bentuk distribusi ini berbeda dengan sistem Ising FM dimana pada temperatur rendah puncak ganda menyerupai fungsi delta, refleksi dari keadaan dasar dengan degenerasi ganda.



Gambar 3. Distribusi q pada berbagai temperatur untuk ukuran jaringan yang berbeda-beda: (a) N = 1024, (b) N = 2048, (c) N = 4096 and (d) N = 8192.

Perhitungan akurat temperatur kritis fase peralihan dilakukan melalui parameter Binder yang didefinisikan sbb:

$$g_{L} = \frac{1}{2} \left( 3 - \frac{\left| \langle q^{4} \rangle \right|_{av}}{\left| \langle q^{2} \rangle \right|_{av}^{2}} \right)$$
(10)

Disini  $\langle q^2 \rangle$  dan  $\langle q^4 \rangle$  secara berurutan merupakan kumulan kedua dan keempat dari momen q. Dalam perhitungan guna menghidari *error* korelasi sistematik yang dapat memberi hasil menyimpang jika dilakukan perata-rataan terhadap  $g_L$  secara langsung [16], kumulan kedua dan keempat direratakan sebelum dihitung rationya. Paramater Binder memiliki harga  $0 \le g_L \le 1$ .

Pada temperatur tinggi, dimana fluktuasi termal mengatasi semua interaksi kooperatif, sistem akan berada dalam fase paramagnetik dimana tidak terdapat korelasi spasial. Akibatnya, distribusi q berbentuk Gaussian dengan pusat pada q = 0. Dalam hal ini rasio kumulant,  $\langle q^4 \rangle / \langle q^2 \rangle^2 \rightarrow 3$ , yang berarti  $g_L \rightarrow 0$ . Pada temperatur rendah, interaksi kooperatif menjadi dominan dan ratio kumulant mendekati satu sehingga  $g_L \rightarrow 1$ .

Gambar 4 (*inset*) menunjukkan plot parameter Binder terhadap temperatur untuk besar jaringan yang bervariasi. Keadaan GS teramati pada temperatur rendah dimana parameter Binder tidak lagi berharga nol, membesar seiring dengan ukuran jaringan dan mendekati 1.



Gambar 4. Sifat penyekalaan kumulant Binder,  $g_L$ , sebagai fungsi temperatur T, bagi sistem dengan berbagai ukuran. Setiap ukuran sistem dirataratakan atas 1000 realisasi.

Pada batas termodinamik, diharapkan  $g_L \rightarrow 1$  di atas temperatur kritis. Titik perpotongan pada plot  $g_L$  yang bergantung pada besar jaringan menunjukkan bahwa temperatur kritis berkisar  $T \sim$ 4.0. Gambar 4 menunjukkan bahwa untuk temperatur di atas  $T \sim 4.0$  parameter Binder senantiasa di atas nol dan secara meyakinkan menunjukkan fase transisi GS, dimana kurva-kurva bersilangan secara sistematik. Sifat ini tidak dijumpai pada model Ising dengan distribusi AF dan FM yang seragam, dimana  $T_c = \infty$  pada batas termodinamik [17]. Akan tetapi, temperatur peralihan ditentukan secara lebih akurat melalui persilangan parameter Binder. Pada gambar terlihat pengaruh ukuran berhingga yang cenderung menyimpang untuk jaringan berukuran kecil, N = 1024. Pada saat yang sama kesalahan statistik pada fase paramagnetik untuk jaringan besar N = 8192, terlihat cukup signifikan dimana beberapa titik tersebar.

Penentuan secara lebih akurat temperatur kritis  $T_c$  untuk sistem ukuran berhingga dapat diperoleh melalui argumentasi penyekalaan. Untuk GS parameter Binder bergantung pada ukuran sistem L sebagai:

$$g_L = \widetilde{g}_L \left[ (T - T_c) L^{1/\nu} \right]$$
(11)

dengan  $\nu > 0$  merupakan eksponen panjang korelasi GS, yang menyatakan bahwa parameter Binder bebas dari ukuran L pada  $T_c$ . Untuk jaringan bebas skala, ukuran sistem memiliki penyekalaan logaritmik terhadap jumlah simpul N dan karena itu diambil  $L = \log(N)$ .

Pertambahan diameter sistem secara perlahan ini dan juga rata-rata lintasan antara sistem merupakan manifestasi dari sifat 'dunia kecil' yang muncul akibat kehadiran *hub* dalam jumlah besar. *Hub* ini menjadi jalan pintas bagi simpul-simpul yang berjauhan. Implikasi dari sifat ini adalah bahwa jaringan bebas skala bersesuian dengan kisi reguler berdimensi tinggi. Nilai dari panjang korelasi mendekati nilai kisi dengan simpul berhubungan lengkap (*fully connected lattice*). Parameter T<sub>c</sub> dan v diperoleh melalui prosedur penyekalaan ukuran berhingga (*finite size scaling*).

Plot penyekalaan dari data yang digambarkan dalam Gambar 4 kemudian di-*fitting* sesuai Persamaan 11, sebagai parameter Binder untuk masing-masing besar jaringan sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 5. Plot penyekalaan dari data yang digambarkan dalam Gambar 4 kemudian di-*fitting* sesuai Persamaan 11.

Dari sini, nilai estimasi temperatur kritis dan eksponen panjang korelasi masing-masing adalah  $T_c \sim 4.0(1)$  dan v ~ 1.10(2). Perlu dikemukakan bahwa sifat GS tidak dijumpai pada sistem AF spin Ising dengan tingkat frustrasi menyeluruh (*fully frustrated*), seperti pada kisi segitiga.

Perhitungan dua parameter serupa untuk kasus m = 2, 3, 4, 5 menghasilkan temperatur kritis dan eksponen panjang korelasi, yang secara berurutan dituliskan dalam Tabel 1.

Rapat Konektivitas	Temperatur Kritis	Eksponen Korelasi
т	$T_c$	ν
5	4.0(1)	1.10(2)
4	4.5(3)	1.1(3)
3	4.0(4)	1.1(2)
2	3.5(4)	1.1(3)

Tabel 1. Temperatur kritis  $T_c$  untuk berbagai rapat konektivitas.

Selanjutnya hasil estimasi  $T_c$  diplot terhadap rapat konektivitas, yang menggambarkan diagram fase sistem sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 6. Pada diagram tersebut terlihat bahwa ada peningkatan  $T_c$  secara monotonik hingga m = 4, tetapi kemudian menurun pada m = 5. Penurunan  $T_c$  pada rapat konektivitas yang lebih besar berkaitan dengan menurunnya tingkat keacakan, sistem mendekati batas medan rerata.



Gambar 6. Plot parameter Binder,  $g_L$ , sebagai fungsi temperatur T, untuk berbagai rapat konektivitas (m).

### KESIMPULAN

Penelitian ini meninjau sistem antiferomagnetik (AF) spin Ising pada jaringan berskala bebas dengan menggunakan algoritma pertukaran replika metoda Monte Carlo. Dengan menghitung parameter pertindihan, sifat gelas spin (GS) pada temperatur rendah teramati. Melalui sifat penyekalaan parameter Binder, temperatur peralihan antara fase paramagnetik dan fase antiferomagnetik untuk berbagai rapat konektivitas m dapat ditentukan. Sifat GS dari sistem AF spin Ising pada kisi reguler tidak dijumpai. Fase diagram sistem menunjukkan bahwa rapat konektivitas hingga nilai tertentu (m = 4) menguatkan fase GS. Sebaliknya rapat konektivitas yang lebih tinggi cenderung mengurangi kestabilan fase GS. Hal ini diakibatkan oleh berkurangnya faktor keacakan, yaitu sistem menunju ke keadaan seragam, mendekati sistem dengan konektivitas penuh.

# UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis berterima kasih atas jasa dari *Center for the Subatomic Structure of Matter* (CSSM) di Universitas Adelaide, Australia. Perhitungan dilakukan menggunakan fasilitas supercomputer teraflop Hydra di *South Australian Partnership for Advanced Computing* (SAPAC).

# DAFTAR PUSTAKA

- 1. Dorogovtsev, S.N. and J.F.F. Mendes. *Evolution of Networks*, Oxford: Oxford University Press, 2003.
- 2. Barab\_asi, A.L. and R. Albert. Science 286 (1999): 509.
- 3. Jeong, H., B. Tombor, R. Albert, Z.N. Oltvai and A.L. Barab\_asi. Nature 407 (2000): 651.
- 4. Pastor-Satorras, R., A. Vazquez, A. Vespignani. Phys. Rev. Lett. 87 (2001): 258701.
- 5. Albert, R, H. Jeong, and A.L. Barab\_asi. Nature 401 (1999): 130.
- 6. Redner, S. Eur. Phys. J. B, 4 (1998): 131.
- 7. Surungan, T. and Y. Okabe. Phys. Rev. B71 (2005): 184438.
- 8. Bartolozzi, M., T. Surungan, D.B. Leinweber, A.G. Williams. Phys. Rev. B73 (2006): 224419.
- 9. Kawashima, N. and A.P. Young. Phys. Rev. B 53 (1996): R484.
- 10. Holme, P. and B. J. Kim. Phys. Rev. E 65 (2002): 026107.
- 11. Albert, R. and A.L. Barab\_asi. Rev. Mod. Phys. 74 (2002): 47.
- 12. Hukushima, K. and K. Nemoto. J. Phys. Soc. Japan 65 (1996): 1863.
- 13. Andrade, R.F.S. and H.J. Herrmann. Phys. Rev. E 71 (2005): 056131.
- 14. Edwards, S.F. and P.W. Anderson. J. Phys. F: Metal Phys. 5 (1975): 965.

- 15. Parisi, G. Phys. Rev. Lett. 50 (1983): 1946.
- 16. Ogielski, A.T. Phys. Rev. B 32 (1985): 7384.
- 17. Kim, D.H., G.J. Rodgers, B. Kahng and D. Kim. Phys. Rev. E 71 (2005): 056115.