

KAJIAN MATERI VEKTOR ALJABAR LINEAR: SEBUAH ALTERNATIF DALAM MEMAHAMI ALAM SEMESTA DENGAN MATEMATIKA

Bambang Eko Susilo

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang

ABSTRAK

Proses pendidikan sewajarnya dilaksanakan dengan memusatkan perhatian pada tujuan pendidikan itu sendiri, sehingga masalah inti dalam pendidikan tidak dikesampingkan. Tujuan pendidikan nasional adalah untuk mengembangkan potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab, secara hirarki penempatan sasaran yang dituju menunjukkan target minimal yang seharusnya diperoleh dari suatu proses pendidikan atau dalam suatu jenjang pendidikan. Tujuan agar peserta didik menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa dan berakhlak mulia menjadi standar minimal di seluruh jenjang, karena merupakan faktor keselamatan manusia di dunia dan di akhirat, sehingga dalam setiap proses pembelajaran hendaknya selalu disentuh, tidak terkecuali dalam pembelajaran matematika sebagaimana materi vektor aljabar linear untuk menambah keyakinan terhadap kesempurnaan Tuhan dalam penciptaan alam semesta ini.

Kata kunci: tujuan pendidikan nasional, mendidik hati dan akal, ruang vektor, alam semesta

PENDAHULUAN

Pendidikan nasional yang berdasarkan Pancasila dan Undang-Undang Dasar Negara Republik Indonesia Tahun 1945 berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk watak serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa, bertujuan untuk mengembangkan potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab. Untuk mengemban fungsi tersebut pemerintah menyelenggarakan suatu sistem pendidikan nasional sebagaimana tercantum dalam Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional. Dari tiap

jenjang pendidikan yang ada memiliki struktur kurikulum yang diusahakan dapat dilaksanakan sehingga tercapai oleh peserta didik.

Jika kita cermati, usaha yang dilakukan memiliki kelebihan dan kekurangan. Di antara kelebihan yang ada adalah dari tiap jenjang pendidikan telah memiliki tugas dan fungsi serta tujuan yang jelas sehingga pembagian kerja telah tersusun dengan rapi dan tidak ada tumpang tindih tanggung jawab. Namun kekurangan yang muncul adalah jika pada jenjang pendidikan sebelumnya suatu tugas, fungsi atau tujuan belum tercapai maka akan menjadi beban pelaksana pada jenjang pendidikan selanjutnya, dan evaluasi yang berupa nilai-nilai dalam laporan hasil belajar (dalam raport atau ijazah) menurut penulis belum bisa dijadikan acuan untuk mengetahui dalam tugas, fungsi atau tujuan apa pada

jenjang sebelumnya yang belum dicapai oleh peserta didik.

Unsur-unsur dalam diri peserta didik yang diproses dalam pendidikan adalah hati, akal, nafsu, dan jasadnya, sebagaimana dalam Pendahuluan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 22 tahun 2006 tentang Standar Isi yaitu mengarahkan pendidikan untuk meningkatkan kualitas manusia Indonesia seutuhnya melalui olahhati, olahpikir, olahrasa, dan olahraga agar memiliki daya saing dalam menghadapi tantangan global. Dalam sebuah pertemuan pembelajaran akan lebih baik jika keempat unsur tersebut dapat sekaligus terdidik, karena jika pembelajaran hanya menyentuh salah satu unsur saja, contohnya akal, maka sama halnya kita telah memberikan sebuah pisau kepada peserta didik namun kita tidak memberitahu untuk apa pisau tersebut diberikan. Akibatnya kita dapat melihat berbagai kasus hukum seperti korupsi, kolusi, nepotisme, ataupun tindak kriminal lain yang merugikan negara ataupun masyarakat dengan jumlah miliaran rupiah bahkan lebih banyak dilakukan oleh orang yang mempunyai kemampuan akal cemerlang namun hatinya tidak kuat terhadap godaan dunia karena kurang dididik.

Masyarakat secara umum berpandangan bahwa jika seorang peserta didik telah lulus dari suatu jenjang pendidikan tertentu maka peserta didik tersebut dapat dikatakan telah berhasil dalam pendidikannya. Namun, jika kita sebagai pelaksana pendidikan dalam jenjang pendidikan tempat peserta didik tersebut

menimba ilmu apakah benar-benar dapat menilai atau minimal mengukur berapa persenkah keberhasilan peserta didik tersebut, dalam hal ini melihat hati, akal, nafsu, dan jasad peserta didik tersebut, atau secara singkat dibandingkan dengan tujuan pendidikan nasional, yaitu apakah peserta didik tersebut telah beriman dan bertaqwa, kemudian bagaimana mengukurnya, demikian pula dengan akhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab. Tentunya proses pengukuran ini akan sulit, dan selama ini yang berlaku dalam dunia pendidikan adalah dengan memberikan nilai-nilai dalam laporan hasil belajar (dalam raport atau ijazah) yang secara umum masih mengukur kemampuan akal peserta didik, walaupun itu merupakan mata pelajaran Agama dan Pendidikan Kewarganegaraan.

Tujuan pendidikan nasional memang tidak dapat dibebankan sepenuhnya kepada pelaksana pendidikan di sekolah saja. Oleh karena itu, komunikasi pihak sekolah dengan orang tua, dan masyarakat sangat diperlukan. Orang tua dan masyarakat adalah pihak yang paling merasakan bagaimana *output* pendidikan. Dalam realitas pelaksanaan pendidikan pihak sekolah lebih banyak memberikan ilmu yang akan diterima oleh peserta didik dengan potensi akalnya, dan melatihkannya dengan harapan peserta didik memahaminya sehingga menjadi manusia yang baik dan cerdas pandai. Walaupun demikian, kita semua dapat melihat kenyataan pada saat

ini, bagaimanakah figur *output* pendidikan kita dengan berbagai masalah yang muncul ke permukaan.

Sebagaimana latar belakang di atas, dapat kita ambil sebuah ukuran minimal atau standar minimal, bahwa pendidikan yang dilakukan dari berbagai jenjang minimal harus dapat mendidik hati dari peserta didik agar mempunyai prinsip yang kuat berupa iman dan takwa terhadap Tuhan Yang Maha Esa sehingga walaupun potensi yang lain kurang berhasil, misalnya kurang pandai ataupun sakit *output* pendidikan yang diperoleh tidak membuat kerusakan di muka Bumi ini. Dalam mendidik hati agar memperoleh iman dan takwa yang kuat, sudah sewajarnya para pendidik juga harus sudah memilikinya terlebih dahulu sebelum peserta didik.

Dalam tulisan ini akan dibahas bagaimanakah para pendidik agar dapat mempunyai keyakinan yang kuat sehingga terdidik hatinya sampai melahirkan iman dan takwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, khususnya dalam ilmu matematika sehingga guru matematika mempunyai nilai lebih untuk mendidik peserta didik dalam hal iman dan takwa, bukan hanya mengajarkan ilmu matematika.

PEMIKIRAN DAN PEMBAHASAN

Manusia yang Beriman dan Bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa

Jika kita memahami tentang iman dan takwa terhadap Tuhan Yang Maha Esa, pondasi

utamanya adalah seseorang itu telah mengenal Tuhannya, bahwa Tuhan Maha Kuasa, Pencipta, Melihat, Mendengar, dan Mengetahui seluruh makhluk-Nya. Tidak terkecuali adalah alam dan seluruh isinya. Manusia yang beriman dan bertakwa pada Tuhan Yang Maha Esa menyakini bahwa Tuhan adalah pencipta alam semesta dengan sempurna, dan juga menciptakan Syurga dan Neraka sebagai balasan terhadap perbuatan manusia selama hidup di dunia ini. Bangsa Indonesia pada dasarnya adalah bangsa yang beriman dengan mengakui adanya Tuhan Yang Maha Esa, sehingga menjadi sila pertama dalam Dasar Negara Indonesia, Pancasila. Barangkali yang masih mengganjal pada manusia yang selalu berpikir itu adalah keyakinannya yang kuat atau lemah terhadap hidup setelah ia mati yang tempatnya tidak di alam dunia ini lagi tetapi di alam akhirat yang hanya terdapat dua tempat yaitu Syurga dan Neraka. Selama ini keberadaan Syurga dan Neraka belum dapat dibuktikan secara ilmiah karena pemberitaan tentang adanya Tuhan, Syurga, dan Neraka selama ini diperoleh dari utusan Tuhan yang dikenal sebagai Nabi ataupun Rasul. Keyakinan terhadap Tuhan, Syurga, dan Neraka adalah masalah hati manusia, karena akal manusia belum dapat membuktikannya melalui panca indera, akal sampai saat ini hanya dapat menerima keberadaan Tuhan dari berbagai macam ciptaan-Nya.

Dalam ilmu sains seperti Biologi, Fisika, dan Kimia, berbagai kesempurnaan penciptaan alam semesta dan isinya telah dibuktikan secara

ilmiah, namun tidak dapat diingkari bahwa sebagian ilmuwan ada yang tidak mengakui adanya Tuhan Sang Pencipta, seakan-akan alam semesta beserta isinya seperti planet, bintang, dan sebagainya ada dengan sendirinya tanpa adanya Pencipta. Padahal jika kita pahami dengan analogi, adakah sebuah rumah bertingkat dengan berbagai perabotnya ada dengan sendirinya tanpa ada yang membuat/menciptakan, tentu jawabnya pasti ada yang membuatnya, dan bahan-bahan bangunannya pasti ada yang menciptakan. Kesempurnaan alam semesta ini seharusnya semakin menambah keyakinan bahwa Tuhan Yang Maha Pencipta telah membuat alam semesta ini dengan sangat teliti untuk dapat diketahui dan dipelihara oleh manusia.

Tuhan Pencipta Alam Semesta yang Memiliki Ruang Berdimensi Tak Hingga

Dalam matematika bidang Aljabar, kita mengenal mata kuliah Aljabar Linear yang di dalamnya terdapat materi vektor yang dapat dikaji secara geometrik, analitik, ataupun numerik. Salah satu bagian materi vektor membahas tentang ruang vektor, secara ringkas diuraikan sebagai berikut.

Ruang-ruang Vektor

1. Ruang- n Euclidis

Gagasan penggunaan pasangan bilangan untuk meletakkan titik-titik pada bidang dan penggunaan triple bilangan untuk meletakkan titik-titik di ruang-3 pada mulanya diungkapkan secara jelas dalam pertengahan abad ke-17.

Menjelang akhir abad ke-19 para ahli matematika dan para ahli fisika mulai menyadari bahwa tidak perlu berhenti dengan triple. Pada waktu itu dikenal bahwa kuadruple bilangan (a_1, a_2, a_3, a_4) dapat ditinjau sebagai titik pada ruang “berdimensi 4”, kuintuple $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ sebagai titik di ruang “berdimensi 5”, dan seterusnya. Walaupun visualisasi geometrik kita tidak melebihi ruang-3, namun kita mungkin memperluas banyak gagasan yang sudah dikenal hingga melebihi ruang-3 dengan bekerja bagi sifat analitik atau sifat numeris titik dan vektor serta bukan bekerja dengan sifat geometrik.

Definisi:

Jika n adalah sebuah bilangan bulat positif, maka *tupel- n -terorde* (*ordered- n -tuple*) adalah sebuah urutan n bilangan riil $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$. Himpunan semua *tupelo- n -terorde* dinamakan ruang- n dan dinyatakan dengan R^n .

(Anton, 1992: 131)

2. Ruang Vektor Umum

Definisi:

Misalkan V sebarang himpunan benda yang dua operasinya kita definisikan, yakni penambahan dan perkalian dengan skalar (bilangan riil). Penambahan tersebut kita pahami untuk mengasosiasikan sebuah aturan dengan setiap pasang benda \underline{u} dan \underline{v} dalam V , yang mengandung elemen $\underline{u} + \underline{v}$, yang kita namakan jumlah \underline{u} dan \underline{v} ; dengan perkalian skalar kita artikan aturan untuk mengasosiasikannya baik untuk setiap skalar k maupun setiap benda u pada V yang mengandung elemen $k\underline{u}$, yang dinamakan

perkalian skalar (*scalar multiple*) \underline{u} oleh k . Jika aksioma-aksioma berikut dipenuhi oleh semua benda \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} pada V dan oleh semua skalar k dan l , maka kita namakan V sebuah ruang vektor (*vector space*) dan benda-benda pada V kita namakan vektor. Sifat-sifat yang dipenuhi adalah sebagai berikut.

- a. jika \underline{u} dan \underline{v} adalah benda-benda pada V , maka $\underline{u} + \underline{v}$ berada di V ;
- b. $\underline{u} + \underline{v} = \underline{v} + \underline{u}$;
- c. $\underline{u} + (\underline{v} + \underline{w}) = (\underline{u} + \underline{v}) + \underline{w}$;
- d. ada sebuah benda $\underline{0}$ di V sehingga $\underline{0} + \underline{u} = \underline{u} + \underline{0} = \underline{u}$ untuk semua \underline{u} di V ;
- e. untuk setiap \underline{u} di V , ada sebuah benda $-\underline{u}$ di V yang kita namakan negatif \underline{u} sehingga $\underline{u} + (-\underline{u}) = (-\underline{u}) + \underline{u} = \underline{0}$;
- f. jika k adalah sebarang skalar dan \underline{u} adalah sebarang benda di V , maka $k\underline{u}$ berada di V ;
- g. $k(\underline{u} + \underline{v}) = k\underline{u} + k\underline{v}$;
- h. $(k + l)\underline{u} = k\underline{u} + l\underline{u}$;
- i. $k(l\underline{u}) = (kl)\underline{u}$;
- j. $1\underline{u} = \underline{u}$.

(Anton, 1992: 137)

Melalui pemahaman ruang vektor yang sederhananya dalam ruang- n Euclidis, kita dapat memahami bahwa terdapat n ruang vektor, sebagaimana terdapat ruang berdimensi n yaitu \mathbb{R}^n dengan n bilangan bulat positif. Secara geometrik keberadaan ruang vektor dapat divisualisasikan sampai dengan ruang-3 dan secara analitik banyaknya ruang vektor ini bisa mencapai tak hingga.

Benda-benda dalam Ruang Vektor

Benda-benda yang terdapat dalam suatu ruang vektor dengan dimensi tertentu dapat diuraikan secara ringkas seperti berikut ini.

1. Dalam ruang berdimensi 1 atau \mathbb{R} , sebuah benda dapat diwakili oleh sebuah titik dengan posisi a , sehingga akan terdapat tak hingga titik sebagaimana adanya $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$.
2. Dalam ruang berdimensi 2 atau \mathbb{R}^2 , sebuah benda misalnya titik dapat diketahui posisinya dalam notasi pasangan bilangan (a_1, a_2) . Selain itu kita memahami bahwa \mathbb{R}^2 ini merupakan tempat yang berbentuk bidang datar, yang benda-benda dalam bidang datar tersebut dapat berupa titik dan garis.
3. Dalam ruang berdimensi 3 atau \mathbb{R}^3 , sebuah benda yang berupa titik dapat diketahui posisinya dengan memberikan notasi triple bilangan (a_1, a_2, a_3) . Kita memahami bahwa \mathbb{R}^3 merupakan tempat yang berbentuk ruangan, yang benda-benda di dalamnya dapat berupa titik, garis, bidang ataupun benda/bangun ruang seperti bola, kerucut, balok, dan lain-lain.
4. Melalui analogi yang sama kita dapat memperkirakan bahwa benda berupa titik, garis, bidang, benda/bangun ruang pasti termuat dalam ruang berdimensi 4, 5, 6, ..., sehingga dapat disimpulkan bahwa ruang berdimensi lebih tinggi memuat atau melingkupi ruang berdimensi yang lebih rendah, seperti sebuah bidang yang memuat

tak hingga titik dan tak hingga garis, dan garis memuat tak hingga titik.

Analogi Ruang Vektor dan Alam Semesta

Dari uraian di atas, dapat diketahui bahwa sebuah titik dalam ruang vektor berdimensi 3 belum tentu mengetahui bahwa dirinya menempati posisi tertentu dalam sebuah garis, beberapa garis atau tak hingga garis, demikian pula sebuah garis yang dapat menempati sebuah bidang, beberapa bidang, atau tak hingga bidang, dan seterusnya. Dari beberapa fakta ini kita mengetahui bahwa benda-benda dalam matematika ini memiliki keterkaitan dalam sebuah ruang dimensi dengan ruang dimensi yang lain padahal benda-benda tersebut bersifat abstrak atau bisa dikatakan benda ghaib. Kita tidak dapat memegang titik, garis, balok, ataupun yang lain. Saat ini yang dapat kita lihat dan kita pegang adalah alat peraganya, tetapi kita sangat yakin terhadap benda matematika ini, bahkan memanfaatkannya dalam pengembangan ilmu teknologi.

Demikian pula halnya dengan keberadaan alam semesta ini, dalam jangkauan panca indera manusia, manusia dapat mengetahui keberadaan benda-benda di alam ini seperti batu, pohon, binatang, air, manusia, dan lainnya yang semuanya berada dalam sebuah ruangan alam nyata/alam *syahadah* (dapat diindera). Analoginya sebagaimana dalam ruang berdimensi 3 bahwa didalamnya terdapat titik, garis, bidang, dan benda-benda ruang, sedangkan masih terdapat banyak ruang dimensi lain yang melingkupi ruang berdimensi

3 ini. Jadi alam nyata yang kita tempati inipun yang begitu luas sampai dengan ruang luar angkasa dengan benda-benda langit masih terdapat banyak alam lain yang melingkupi alam nyata kita ini. Dalam hal ini utusan Tuhan yang kita kenal sebagai Nabi atau Rasul telah memberitahukan bahwa masih ada alam *ghaib* (tidak dapat diindera) selain alam nyata ini. Sebagaimana diberitahukan para Nabi dan Rasul sehingga menjadi keyakinan dalam iman kita bahwa ada alam jin, alam ruh/arwah, alam malaikat, dan lain-lain. Selama ini kita belum dapat menjangkaunya kecuali orang-orang yang telah mengalami proses perhubungan dengan alam ini seperti para Nabi dan Rasul, karena banyak manusia juga yang telah dapat berhubungan dengan bangsa jin dan juga para ruh/arwah.

Taharem (2006: 85) menyampaikan bahwa rasio/perbandingan atau nisbah jumlah antara manusia dan jin adalah 1: 10, dan rasio antara jin dan malaikat adalah 1: 10, jadi alam *ghaib* di luar penginderaan manusia lebih luas lagi, sebagaimana ruang vektor yang berdimensi lebih tinggi melingkupi ruang berdimensi lebih rendah. Peristiwa-peristiwa di luar alam nyata terjadi namun tidak banyak manusia yang dapat menginderanya. Informasi yang kita ketahuipun baru yang diberitakan oleh para Nabi dan Rasul ini ataupun orang yang sudah pernah memasuki alam *ghaib* ini, dan masih banyak rahasia-rahasia di alam semesta ini yang belum kita ketahui.

Jadi jika manusia tidak dibimbing atau didampingi oleh Nabi atau Rasul utusan Tuhan

ini, manusia tidak dapat mengetahui jati dirinya yang merupakan ciptaan Tuhannya. Sampai pada keyakinan dalam iman dan takwanya bahwa Tuhan, Syurga, dan Neraka ada adalah dari informasi yang disampaikan oleh Nabi atau Rasul itu. Manusia juga baru mengetahui bahwa faktor penentu yang menjadikan manusia menjadi baik atau jahat adalah hatinya. Dari hatilah manusia akan menentukan ia akan berlaku jujur atau berbohong, sedangkan akal akan menimbang-nimbang apa untug dan apa ruginya, sehingga pendidikan sudah semestinya mendidik hati-hati peserta didik agar dapat menjadi manusia yang bertanggung jawab, bertanggungjawab kepada diri sendiri, kepada sesame manusia, dan kepada Tuhan. Dari hati manusia inilah jika berhasil mendidiknya akan menjamin keselamatan manusia itu di dunia ini dan di akhirat. Oleh karena itu, hendaknya dalam setiap proses pembelajaran, potensi hati peserta didik hendaknya selalu disentuh, tidak terkecuali dalam pembelajaran matematika sebagaimana materi vektor ini untuk menambah keyakinan terhadap kesempurnaan Tuhan dalam penciptaan alam semesta ini. Sama halnya benda matematika, sebuah titik tidak dengan sendirinya tahu bahwa titik tersebut menempati suatu garis ataupun bidang tertentu, maka perlu didefinisikan posisinya, kita atau manusialah yang mendefinisikan titik itu. Namun sebuah titik dalam ruang vektor tidak akan bertindak jahat, karena sebuah titik tidak memiliki unsur yang dimiliki manusia seperti hati, akal, nafsu, dan jasad. Sebuah titik dalam

ruang vektor dapat diibaratkan sebagai sebuah batu dalam alam nyata yang ditempati manusia.

PENUTUP

Simpulan

Proses pendidikan sewajarnya dilaksanakan dengan memusatkan perhatian pada tujuan pendidikan itu sendiri, sehingga masalah inti dalam pendidikan tidak dikesampingkan. Tujuan pendidikan nasional adalah untuk mengembangkan potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab, secara hirarki penempatan sasaran yang dituju menunjukkan target minimal yang seharusnya diperoleh dari suatu proses pendidikan atau dalam suatu jenjang pendidikan. Tujuan agar peserta didik menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa dan berakhlak mulia menjadi standar minimal di seluruh jenjang, karena merupakan faktor keselamatan manusia di dunia dan di akhirat, sehingga dalam setiap proses pembelajaran hendaknya selalu disentuh, tidak terkecuali dalam pembelajaran matematika sebagaimana materi vektor untuk menambah keyakinan terhadap kesempurnaan Tuhan dalam penciptaan alam semesta ini.

Saran

Dalam proses pendidikan peserta didik memerlukan guru sebagai figur teladannya.

Teladan yang diperlukan dapat berupa sosok guru dalam berakhlak mulia, juga dalam berpikir dan keyakinannya. Dalam usaha mendidik peserta didik menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, seorang guru perlu memberikan contoh-contohnya baik dalam realitas kehidupan nyata ataupun materi pelajaran, dan akan lebih tertanam mendalam jika contoh teladannya adalah dirinya sendiri, sehingga harapan peserta didik yang akan menjadi output pendidikan minimal dapat menjadi manusia

yang baik sekaligus menyelamatkannya di dunia dan di akhirat.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, Howard. 1992. *Aljabar Linear Elementer Edisi Kelima*. Jakarta: Erlangga
- Menteri Pendidikan Nasional, 2006. *Lampiran Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 22 tahun 2006 tentang Standar Isi*. Jakarta: Mendiknas
- Taharem, Mejar Abu Dzarim, 2006. *Siraman Minda*. Selangor: Minda Ikhwan