

Analisis Performansi *Fiber Optic Ring Resonator (FORR)* sebagai *Head Sensing Angular Rotation*

Abdul Wachid Syamroni, Onny Setyawati dan M. Julius St

Abstrak—Performansi *fiber optic ring resonator (FORR)* sebagai *head sensing angular rotation* devais sangat dipengaruhi parameter-parameter penyusun sistemnya. Untuk mendapatkan performansi FORR yang optimum, beberapa metode dilakukan melalui modifikasi struktur dasar FORR, penggunaan material penyusun yang berbeda serta variasi besaran nilai parameter-parameter penyusunnya.

Pada tulisan ini, optimasi performansi FORR terfokus pada bentuk struktur *single ring single coupler (SRSC)* dan *single ring double coupler (SRDC)* FORR dan besaran nilai parameter penyusunnya. Analisis pemodelan SRSC dan SRDC FORR dilakukan dengan *double waveguide* dengan konfigurasi variasi nilai koefisien kopling daya $K=0,1;0,2;0,3;0,4;0,5;0,55$, panjang ring fiber $L_{Ring}=1-50$ m, lebar spektrum sumber input *super luminant diode (SLD)* 1 KHz-400 KHz dengan intensitas daya input optik (P_{IN}) 1 - 400mW.

Didapatkan hasil bahwa kedua konfigurasi struktur model mencapai tingkat sensitifitas maksimum dengan nilai K yang relatif kecil rentang (0,1-0,3) dan dengan P_{IN} yang besar.

Kata Kunci - *Fiber Optik Ring Resonator, Fiber Optic Gyro, Single Ring Single Coupler (SRSC), Single Ring Double Coupler (SRDC)*

I. PENDAHULUAN

FORR memiliki karakteristik resonansi dinamis yang memungkinkan untuk dipakai pada banyak aplikasi pendeteksi (*sensing*) berbasis fiber optik antara lain fiber optik gyro (FOG), filter *bandpass bandstop* optik, *inteleaver* optik, *add/drop multiplexer* optik dan saklar optik [11,12,18]

Menggunakan prinsip kerja efek *sagnac* yakni dua cahaya berpropagasi berlawanan arah (searah jarum jam, SJJ dan berlawanan jarum jam, BJJ) dalam satu lintasan tertutup (*close loop*), saat *loop* berotasi dengan tingkat rotasi tertentu (Ω) pada sumbu axis normal akan menyebabkan perbedaan waktu tempuh di kedua lintasan sehingga menghasilkan perbedaan fasa,

Abdul Wachid Syamroni, Mahasiswa Program Magister dan Doktor Teknik Elektro Universitas Brawijaya, Malang, Indonesia (email: abdul.wachid@bppt.go.id/awsyam@gmail.com).

Onny Setyawati adalah Teknik Elektro Universitas Brawijaya, Malang, Indonesia (Telp.0341-665144;email:losetyawati@ub.ac.id; mjulius.st@gmail.com).

M. Julius St. adalah Teknik Elektro Universitas Brawijaya, Malang, Indonesia (Telp.0341-665144;email: mjulius.st@gmail.com).

perbedaan fasa yang terjadi akan proporsional dengan tingkat rotasi. Sebuah FORR yang digunakan sebagai *head sensing fiber optic ring resonator gyro (FORRG)* untuk pendeteksi perputaran sudut (*angular rotation*) dengan pendekatan prinsip kerja efek *sagnac* akan diasumsikan dengan memberi dua sinyal input optik (*double waveguide*) pada kedua kutub inputnya. Dengan karakteristik resonansi dinamis yang dimiliki FORR, maka ketepatan dalam menentukan parameter-parameter penyusun sistem FORR menjadi sangat penting yang bertujuan optimasi performansi FORRG. Hal inilah yang menjadi pokok bahasan ilmiah untuk diteliti melalui media eksperimen maupun analisis matematis [10,11,12,13]

Kesederhanaan struktur desain FORR yang terdiri atas 2x2 kopler optik dengan salah satu kutub input terhubung dengan kutub outputnya sehingga membentuk suatu lintasan propagasi fiber tertutup (*close loop fiber*). Lintasan *loop* fiber dan semua parameter penyusun FORR diasumsikan terbuat dari jenis *single mode fiber (SMF)*.

II. LANDASAN TEORI

A. Teori Mode Tergandeng (*coupled-mode theory*)

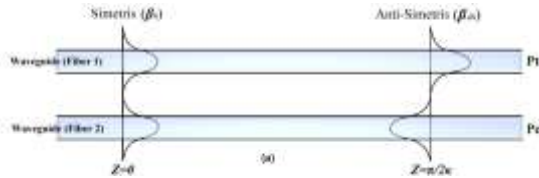
Teori mode-tergandeng (*couple mode theory*) dipakai untuk menjabarkan fenomena fisik yang terjadi antara dua keping lapisan *core* yang saling berdekatan dan tersusun paralel sejajar atau disebut sebagai kopler terarah (*directional kopler*). Dalam analisis teori mode-tergandeng pada fiber, diasumsikan kedua keping *waveguide* (lapisan *core*) yang saling berdekatan terbentuk dari struktur sejenis. Struktur gabungan tersebut akan dianggap sebagai satu struktur pandu gelombang (*waveguide*) dengan dua mode yaitu mode ganjil (anti-simetris) dan mode genap (simetris). Ketika sumber cahaya berpropagasi pada salah satu pandu gelombang (*waveguide*) fiber, maka akan terbentuk sebuah kombinasi linier mode simetris dan mode anti-simetris seperti ditunjukkan dalam Gambar 1.

Ketidaketimbangan konstanta propagasi (*constant propagation*) pada kedua mode menyebabkan beda fasa (*phase different*) relatif terhadap panjang daerah interaksi propagasi. Jika pada *waveguide* fiber pertama diberi intensitas daya optik $P_{IN}(0)$ pada $Z=0$, maka intensitas daya optik berpropagasi pada sembarang nilai Z dinotasikan [16]:

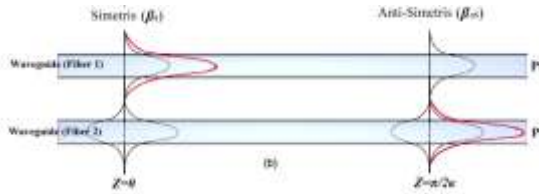
$$\frac{P_t(Z)}{P_{IN}(0)} = 1 - \frac{\kappa^2}{\gamma^2} \sin^2 \gamma Z \quad (1)$$

$$\frac{P_c(Z)}{P_{IN}(0)} = \frac{\kappa^2}{\gamma^2} \sin^2 \gamma Z \quad (2)$$

Sehingga distribusi daya optik kopler simetris terhadap fungsi panjang daerah interaksi kedua pandu gelombang (Z) didefinisikan:



Gambar 1. Mode Simetris dan Mode Anti-Simetris Pada Struktur Gabungan Dua Pandu Gelombang (waveguide) Mode Tunggal (Single Mode) Identik.



Gambar 2. Beda Fasa Relatif Pada Dua Mode Propagasi Sepanjang Jarak Interaksi (Z) Dan Kondisi Superposisi $Z=\pi/2$ Berupa Penghentian Pada Pandu Gelombang Kesatu Dan Penambahan Pada Pandu Gelombang Kedua [16]

$$P_i(Z) = \cos^2 \kappa Z \quad (3)$$

$$P_c(Z) = \sin^2 \kappa Z \quad (4)$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa setiap panjang daerah interaksi ($Z = L_c$) tertentu akan mengubah nilai P_i dan P_c secara berkebalikan. Kondisi pertama, jika $P_i = P_{IN} = 1$, maka $P_c = 0$, kondisi ini tidak terjadi perpindahan intensitas daya optik sehingga input daya optik akan diteruskan ke output *waveguide* fiber satu (*transferred state*). Kondisi kedua, jika $P_i = 0 \rightarrow P_c = P_{IN} = 1$, maka terjadi perpindahan daya optik (*coupled state*) sehingga input daya optik berpindah ke *waveguide* fiber kedua. Intensitas input daya optik tetap pada *waveguide* fiber satu jika kondisi nilai,

$Z = \frac{m\pi}{\kappa} \rightarrow m = 0, 1, 2, 3, n...$ sedangkan intensitas daya optik akan berpindah ke *waveguide* fiber dua jika nilai,

$$Z = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{\kappa} \rightarrow m = 0, 1, 2, 3, n...$$

misal pemindahan daya optik antara kedua *waveguide* fiber di inginkan 50% (0,5) yang selanjutnya akan

disebut dengan *coupling ratio* K_R , maka dengan perhitungan didapatkan nilai $Z = L_c$ sebesar:

$$P_i(Z) = \cos^2 \kappa Z = 0,5$$

$$\kappa Z = \pi / 4$$

$$Z = L_c = \pi / 4\kappa = 0,7854\kappa$$

Sedangkan,

$$P_c(Z) = \sin^2 \kappa Z = 0,5$$

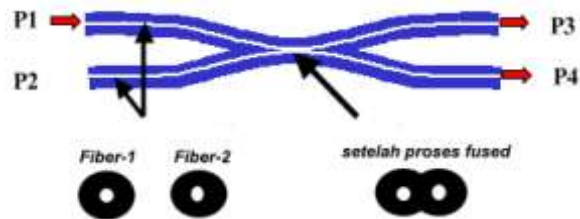
$$\kappa Z = \pi / 4$$

$$Z = L_c = \pi / 4\kappa = 0,7854\kappa$$

B. Kopler Optik dan Teori Kopler Single-Mode

Kopler fiber (fiber coupler) atau lazim disebut kopler terarah fiber (directional fiber coupler) dikarenakan kopler mengarahkan output (directed) pada dua arah berbeda, merupakan komponen pasif esensial dalam teknologi gelombang cahaya. Kopler terarah fiber telah digunakan secara meluas pada devais fiber optik sebagai pemisahan daya optik menjadi dua bagian yang koheren namun dua bagian tersebut terpisah secara fisik.

Gambar struktur teknologi kopler fiber optik dengan teknologi peleburan (*fused*) ditunjukkan dalam Gambar 3 dengan kutub P_{IN-1} , P_{IN-2} sebagai input dan P_{OUT-3} ,



Gambar 3. Struktur Teknologi Kopler Fiber Optik Jenis FBT[9]

P_{OUT-4} sebagai output.

Seperti telah dibahas sebelumnya pada bagian A, bahwa jika pada port input P1 diberikan sumber input intensitas daya optik maka dengan menggunakan prinsip kerja mode-tergandeng maka intensitas output daya optik Persamaan (3) dan (4) pada port P3 dan P4 didefinisikan:

$$P_3(Z) = P_1 \cos^2 \kappa Z \quad (5)$$

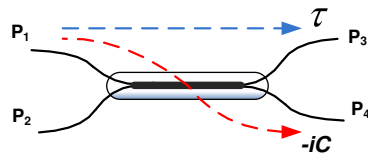
$$P_4(Z) = P_1 \sin^2 \kappa Z \quad (6)$$

C.K. Madsen dan J.Zhao [6] menyatakan bahwa hubungan amplituda output intensitas daya optik terhadap amplituda inputnya dinyatakan dengan matrik 2x2 seperti ditunjukkan dalam Gambar 4, sehingga bentuk sub-komponen matriknya didefinisikan:

$$\begin{bmatrix} P_3^{OUT} \\ P_4^{OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau & -iC \\ -iC & \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^{IN} \\ P_2^{IN} \end{bmatrix} \quad (7)$$

dengan $\tau = \cos(\kappa Z) = \sqrt{1 - \kappa^2}$ sebagai kondisi mode arah maju (*transferred state*) sedangkan untuk

$C = -i \cdot \sin(\kappa Z) = -i\sqrt{\kappa}$ sebagai kondisi mode arah silang (*coupled state*).



Gambar 4. Matrik Representasi Kopler Optik 2x2 [6]

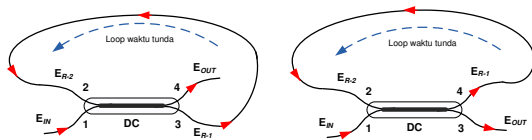
Representasi matrik kopler 2x2 diatas diasumsikan bahwa pada kopler tidak terjadi rugi-rugi eksc (*excess loss*) sehingga jumlah output daya optik $P_3^{OUT} + P_4^{OUT}$ akan sama dengan input daya P_1^{IN} ,

$$P_1^{IN}(Z) = \cos^2 \kappa Z + \sin^2 \kappa Z = 1 \quad (8)$$

dengan demikian perbandingan daya kopling (*coupling ratio*) pada kopler tidak dipengaruhi panjang gelombang (*wavelength*) sehingga elemen matrik akan selalu konstan.

C. Fiber Optic Ring Resonator (FORR)

D.G. Rabus [8] pada penelitiannya di tahun 1992 menyatakan bahwa *ring-resonator* tergabung secara seri atau paralel pada awal perkembangannya pada tahun 1988 digunakan sebagai tapis (*filter*) menggunakan bahan fiber optik FORR. Tujuan penggunaan FORR adalah realisasi kotak pentapis (*box-like filter shape*) yang memiliki perbandingan *on-off ratio* tinggi dan nilai *finesse* tinggi, hal inilah yang kemudian menjadi pembahasan sains tentang kemungkinan penggunaan FORR sebagai sensor optik dengan karakteristik resonansi dinamis yang dimiliki. Struktur minimum FORR seperti ditunjukkan dalam Gambar 5, sehingga



Gambar 5. Skema Sederhana Fiber Optik Ring-Resonator (FORR) terdiri atas 2x2 Directional Coupler [15]

akan terbentuk fungsi kerja seperti *fabry-perot* interferometer. Respon karakteristik dari sebuah FORR ditentukan oleh parameter-parameter yaitu panjang *loop* fiber (L_{Ring}), waktu tunda (*delay time*), koefisien kopling daya kopler, parameter transmisi *loop* fiber, sudut fasa pada medan putar, *finesse*, waktu tunda gabungan (*group delay*) dan frekuensi modulasi tingkat rotasinya (*rotation rate*) [12].

Propagasi cahaya di sepanjang *loop* FORR didefinisikan sebagai jumlah koefisien rugi-rugi propagasi $Ring_{Loss}$ dan parameter transformasi Z , didefinisikan [7]:

$$Ring_{Loss} = \exp\left(-\frac{\alpha}{2}L_{Ring}\right) \leftrightarrow Z^{-1} = \exp(-j\beta L_{Ring}) \quad (10)$$

Sehingga waktu tunda di sepanjang lintasan ring *loop* tertutup (*single delay line*) didefinisikan:

$$Z = \exp\left(-\frac{\alpha}{2}L_{Ring} - j\beta L_{Ring}\right) \quad (11)$$

dengan sub-parameter penyusun α sebagai pelemahan atau atenuasi fiber, $\beta(\lambda) = k_0 \cdot n_{eff,\lambda} \approx \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_{eff,\lambda}$ sebagai

konstanta propagasi, $L_{Ring} = 2\pi r$ sebagai panjang ring *loop* dan $n_{eff,\lambda}$ sebagai indeks bias efektif fiber terhadap panjang gelombang (λ). Saat terjadi resonansi pada panjang gelombang (*wavelength*) tertentu maka akan terbentuk daerah antara puncak resonansi yang disebut *free spectral range* (FSR) didefinisikan:

$$FSR = \frac{c}{n_G \cdot L_{Ring}} \quad (12)$$

dengan n_G sebagai indeks bias grup fiber.

Sebuah FORR tersusun dan terkoneksi dari satu titik percabangan (*node*) ke titik percabangan yang lain sepanjang arah propagasi cahaya. Untuk mendapatkan penguatan dan persamaan matematis dalam menentukan fungsi transfer intensitas daya optik, maka digunakan aturan Mason (*mason rule*).

Aturan Mason mendefinisikan bahwa fungsi transfer antara input-output masing-masing titik percabangan (*node*) didefinisikan [7]:

$$H = \frac{1}{\Delta} \sum_{n=1}^X T_n \Delta_n \quad (13)$$

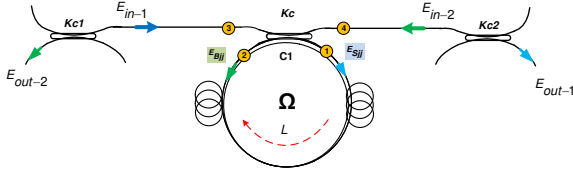
H sebagai fungsi sebuah rangkaian optik terhubung dengan fungsi perbandingan output terhadap input jaringan, T_n sebagai penguatan (*gain*) lintasan arah maju dari input menuju output pada lintasan ke- n , X sebagai jumlah arah lintasan maju dari input menuju output, dan Δ_n sebagai determinan keseluruhan setelah determinan Δ yang terhubung dengan penguatan T_n pada masing-masing *loop* dihilangkan (*eliminate*). Determinan Δ sebuah ring *loop* didefinisikan dalam rangkaian *signal flow graph* (SFG) didefinisikan:

$$\Delta = 1 - \sum_n T_n + \sum_{n,m} T_n T_m + \sum_{n,m,o} T_n T_m T_o + \dots \quad (14)$$

T_n, T_m, T_o sebagai penguatan (*gain*) lintasan arah maju dari input menuju output pada masing-masing *loop*. Tanda minus (-) digunakan sebagai penjumlahan dari penguatan *loop* ganjil, sedangkan tanda plus (+) digunakan sebagai penjumlahan penguatan *loop* genap.

III. PEMODELAN SISTEM

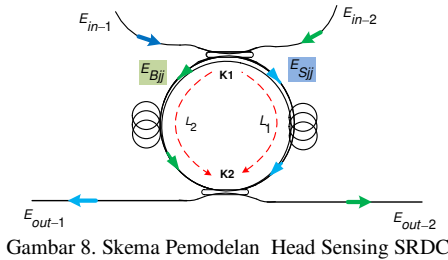
Pada tulisan ini dilakukan analisis pemodelan FORR dengan *double waveguide*. analisis pemodelan FORR sebagai *head sensing* dengan *double waveguide* dilakukan dengan komputasi matematis sebagai pendekatan efek sagnac (*sagnac effect*) sebagai prinsip dasar kerja FOG.



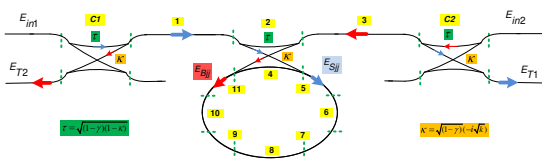
Gambar 7. Skema Pemodelan Head Sensing SRSC

Pemodelan *head sensing* yang pertama yaitu FORR SRSC yang tersusun atas sebuah ring loop fiber dengan satu kopler sebagai kopling pusat (Kc). Skema pandu gelombang SRSC ditunjukkan dalam Gambar 7. Sedangkan Pemodelan *head sensing* SRDC tersusun atas sebuah loop fiber dengan dua kopler sebagai kopling input-outputnya dengan asumsi kedua kopler memiliki nilai koefisien kopling daya simetris $K1=K2$ ditunjukkan dalam Gambar 8.

Untuk memudahkan komputasi matematis fungsi transfer intensitas daya optik pada kedua pemodelan FORR dilakukan pembagian segmen pada tiap-tiap lintasan propagasi seperti ditunjukkan dalam Gambar 9 dan Gambar 10.



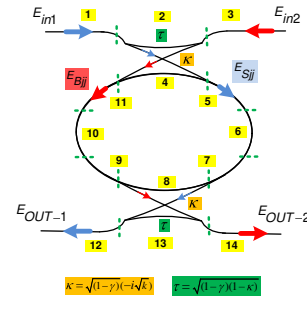
Gambar 8. Skema Pemodelan Head Sensing SRDC



Gambar 9. Segmentasi Segmentasi Waveguide Optik Model FORR SRSC

Dengan menggunakan metode transfer matrik pada masing-masing segmen dengan *double waveguide*, sehingga pada konfigurasi SRSC untuk *waveguide* searah jarum jam (S_{JJ}) didefinisikan [1,2]:

$$S_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} = e^{-\frac{\alpha}{2} \frac{L}{SEGMENT ke-n}} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} n_{eff}(\lambda) \frac{L}{SEGMENT ke-n}} \quad (15)$$



Gambar 10. Segmentasi Segmentasi Waveguide Optik Model FORR SRDC

dan berlawanan jarum jam (B_{JJ}),

$$B_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} = e^{-\frac{\alpha}{2} \frac{L}{SEGMENT ke-n}} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} n_{eff}(\lambda) \frac{L}{SEGMENT ke-n}} \quad (16)$$

Dengan matrik sub-komponen kopler (K) ke- n (C_n)

$$\tau C_n = \sqrt{(1-\gamma_n) \cdot (1-K_n)} \quad (17)$$

$$\kappa C_n = \sqrt{(1-\gamma_n) \cdot (-i\sqrt{K_n})} \quad (18)$$

dan matrik sub-komponen kopler tengah (C_{Cen})

$$\tau C_{Cen} = \sqrt{(1-\gamma) \cdot (1-K_{Cen})} \quad (19)$$

$$\kappa C_{Cen} = \sqrt{(1-\gamma) \cdot (-i\sqrt{K_{Cen}})} \quad (20)$$

Kedua *waveguide* akan saling bertemu pada segmen ke-5 dan segmen ke-11 sehingga input medan listrik (E_{SJJ}) dan (E_{BJJ}) dinotasikan:

$$E_{SJJ}(\lambda) = \frac{\left[\tau C_1 \cdot S_{JJ}(\lambda)_{C_1} \cdot \kappa C_{Cen} \cdot \prod_{n=1}^2 S_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \right]}{\left[1 - \tau C_{Cen} \cdot \prod_{n=4}^{11} S_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \right]} \cdot E_{IN-1} \quad (21)$$

$$E_{BJJ}(\lambda) = \frac{\left[\tau C_2 \cdot B_{JJ}(\lambda)_{C_2} \cdot \kappa C_{Cen} \cdot \prod_{n=2}^3 B_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \right]}{\left[1 - \tau C_{Cen} \cdot \prod_{n=4}^{11} B_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \right]} \cdot E_{IN-2} \quad (22)$$

Sehingga didapatkan untuk konfigurasi dua pandu gelombang tunggal (*double waveguide*) didefinisikan:

$$E_{OUT-1}^2(\lambda) = E_{IN-1} \cdot \tau C_1 \cdot S_{JJ}(\lambda)_{C_1} \cdot \tau C_{Cen} \cdot \prod_{n=1}^3 S_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \cdot \kappa C_2 + \kappa_{Cen}^2 \cdot S_{JJ}(\lambda)_3 \cdot \left(\prod_{n=4}^{11} S_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \cdot E_{SJJ}(\lambda) + \prod_{n=4}^{11} B_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \cdot E_{BJJ}(\lambda) \right) \quad (23)$$

$$E_{OUT-2}^2(\lambda) = E_{IN-2} \cdot \tau C_2 \cdot B_{JJ}(\lambda)_{C_2} \cdot \tau C_{Cen} \cdot \prod_{n=1}^3 B_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \cdot \kappa C_1 + \kappa_{Cen}^2 \cdot B_{JJ}(\lambda)_1 \cdot \left(\prod_{n=4}^{11} S_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \cdot E_{SJJ}(\lambda) + \prod_{n=4}^{11} B_{JJ}(\lambda)_{SEGMENT ke-n} \cdot E_{BJJ}(\lambda) \right) \quad (24)$$

dengan substitusi Persamaan (21) dan (22) ke Persamaan (23) didapatkan:

$$E^2_{OUT-1}(\lambda) = \left[\begin{array}{c} \tau_{C_1} \cdot S_{jj}(\lambda)_{C_1} \cdot \tau_{C_{2n}} \cdot \kappa_{C_2} \cdot S_{jj}(\lambda)_1 \cdot S_{jj}(\lambda)_2 \cdot S_{jj}(\lambda)_3 \\ - \left(\frac{S_{jj}(\lambda)_{C_1} \cdot \kappa_{C_{2n}}^3 \cdot \tau_{C_1} \cdot \prod_{n=1}^{11} S_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n}}{\left(\tau_{C_{2n}} \cdot \prod_{n=4}^{11} S_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \right) - 1} \right) \end{array} \right] \cdot E_{IN-1} \\ + \left[\begin{array}{c} S_{jj}(\lambda)_{C_2} \cdot \kappa_{C_{2n}}^3 \cdot \tau_{C_2} \cdot \prod_{n=2}^{11} B_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \cdot S_{jj}(\lambda)_3 \\ - \left(\frac{S_{jj}(\lambda)_{C_2} \cdot \kappa_{C_{2n}}^3 \cdot \tau_{C_2} \cdot \prod_{n=1}^{11} B_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n}}{\left(\tau_{C_{2n}} \cdot \prod_{n=4}^{11} B_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \right) - 1} \right) \end{array} \right] \cdot E_{IN-2} \quad (25)$$

Dengan cara yang sama substitusi Persamaan (21) dan (22) ke Persamaan (24) didapatkan:

$$E^2_{OUT-2}(\lambda) = \left[\begin{array}{c} S_{jj}(\lambda)_{C_1} \cdot \kappa_{C_{2n}}^3 \cdot \tau_{C_1} \cdot \prod_{n=1}^{11} S_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \cdot B_{jj}(\lambda)_1 \\ - \left(\frac{S_{jj}(\lambda)_{C_1} \cdot \kappa_{C_{2n}}^3 \cdot \tau_{C_1} \cdot \prod_{n=1}^{11} S_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n}}{\left(\tau_{C_{2n}} \cdot \prod_{n=4}^{11} S_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \right) - 1} \right) \end{array} \right] \cdot E_{IN-1} \\ + \left[\begin{array}{c} \tau_{C_2} \cdot S_{jj}(\lambda)_{C_2} \cdot \tau_{C_{2n}} \cdot \kappa_{C_1} \cdot B_{jj}(\lambda)_1 \cdot B_{jj}(\lambda)_2 \cdot B_{jj}(\lambda)_3 \\ - \left(\frac{S_{jj}(\lambda)_{C_2} \cdot \kappa_{C_{2n}}^3 \cdot \tau_{C_2} \cdot \prod_{n=1}^{11} B_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n}}{\left(\tau_{C_{2n}} \cdot \prod_{n=4}^{11} B_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \right) - 1} \right) \end{array} \right] \cdot E_{IN-2} \quad (26)$$

Untuk output $E^2_{OUT-1}(\lambda)$ pada Persamaan (25) dapat dituliskan:

$$E^2_{OUT-1}(\lambda) = A_X \cdot E_{IN-1} + B_X \cdot E_{IN-2} \quad (27)$$

Sedangkan output $E^2_{OUT-2}(\lambda)$ pada Persamaan (26) dapat dituliskan:

$$E^2_{OUT-2}(\lambda) = C_X \cdot E_{IN-1} + D_X \cdot E_{IN-2} \quad (28)$$

Hubungan E_{IN-1} ; E_{IN-2} dan E^2_{OUT-1} ; E^2_{OUT-2} dalam bentuk matrik dapat didefinisikan:

$$\begin{pmatrix} E^2_{OUT-1}(\lambda) \\ E^2_{OUT-2}(\lambda) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_X & B_X \\ C_X & D_X \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{IN-1} \\ E_{IN-2} \end{pmatrix} \quad (29)$$

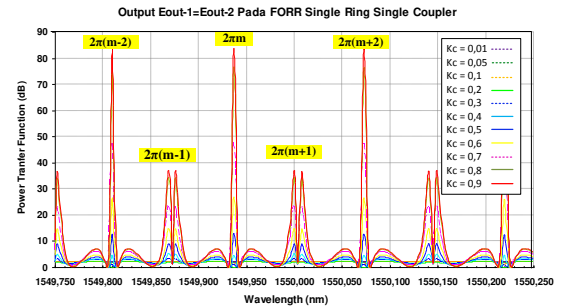
Dengan asumsi *head sensing* dalam kondisi tidak berotasi (*steady*), $E_{IN-1} = E_{IN-2} = E_{IN}$ maka fungsi transfer intensitas daya output $E^2_{OUT-1}(\lambda)$ dan $E^2_{OUT-2}(\lambda)$ didefinisikan:

$$\left| \frac{E^2_{OUT-1}(\lambda)}{E_{IN}(\lambda)} \right|^2 = |A_X + B_X|^2 \quad (30)$$

$$\left| \frac{E^2_{OUT-2}(\lambda)}{E_{IN}(\lambda)} \right|^2 = |C_X + D_X|^2 \quad (31)$$

Hasil *ploting* grafik fungsi transfer intensitas daya output E^2_{OUT-1} dan E^2_{OUT-2} Persamaan (30) dan (31) pada

FORR SRSC *double waveguide* dengan kondisi $E_{IN-1} = E_{IN-2}$, $\Omega_{Rotasi} \propto \Delta f_\phi = 0$, dengan variasi nilai K ditunjukkan dalam Gambar 11.



Gambar 11. Fungsi Transfer Intensitas Daya Output $E^2_{OUT-1}(\lambda) = E^2_{OUT-2}(\lambda)$ FORR SRSC Dengan Variasi Koefisien Kopling Daya (K); LRING=9,88; Rentang sweeping Panjang Gelombang (wavelength) 1549,75-1550,25nm

Dengan cara yang sama, dengan asumsi koefisien daya kopling $K=K1=K2$, maka matrik sub-komponen kopler ke-n (C_n) FORR SRDC pada Gambar 10 didefinisikan,

$$\tau = \sqrt{(1-\gamma) \cdot (1-K)} \quad (31)$$

$$\kappa = \sqrt{(1-\gamma) \cdot (-i\sqrt{K})} \quad (33)$$

Dengan cara yang sama pada Persamaan (21) dan (22), Input medan listrik (E_{Sjj}) dan (E_{Bjj}) pada pertemuan segmen ke-5 dan segmen ke-11 dinotasikan:

$$E_{Sjj}(\lambda) = \left[\begin{array}{c} \kappa \cdot \prod_{n=1}^2 S_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \\ 1 - \tau^2 \cdot \prod_{n=4}^{11} S_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \end{array} \right] \cdot E_{IN-1} \quad (34)$$

$$E_{Bjj}(\lambda) = \left[\begin{array}{c} \kappa \cdot \prod_{n=2}^3 B_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \\ 1 - \tau^2 \cdot \prod_{n=4}^{11} B_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \end{array} \right] \cdot E_{IN-2} \quad (35)$$

maka didapatkan fungsi transfer intensitas daya optik $E^2_{OUT-1}(\lambda)$ pada FORR SRDC didefinisikan:

$$E^2_{OUT-1}(\lambda) = \left[\begin{array}{c} \kappa^2 \cdot S_{jj}(\lambda)_1 \cdot S_{jj}(\lambda)_2 \cdot S_{jj}(\lambda)_5 \cdot S_{jj}(\lambda)_6 \cdot S_{jj}(\lambda)_7 \cdot S_{jj}(\lambda)_8 \cdot S_{jj}(\lambda)_{12} \\ - \left(\frac{\kappa^2 \cdot S_{jj}(\lambda)_1 \cdot S_{jj}(\lambda)_2 \cdot S_{jj}(\lambda)_5 \cdot S_{jj}(\lambda)_6 \cdot S_{jj}(\lambda)_7 \cdot S_{jj}(\lambda)_8 \cdot S_{jj}(\lambda)_{12}}{\left(\tau^2 \cdot \prod_{n=4}^{11} S_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \right) - 1} \right) \end{array} \right] \cdot E_{IN-1} \\ + \left[\begin{array}{c} \kappa^2 \cdot B_{jj}(\lambda)_3 \cdot B_{jj}(\lambda)_8 \cdot B_{jj}(\lambda)_9 \cdot B_{jj}(\lambda)_{10} \cdot B_{jj}(\lambda)_{11} \cdot S_{jj}(\lambda)_{12} \\ - \left(\frac{\kappa^2 \cdot B_{jj}(\lambda)_3 \cdot B_{jj}(\lambda)_8 \cdot B_{jj}(\lambda)_9 \cdot B_{jj}(\lambda)_{10} \cdot B_{jj}(\lambda)_{11} \cdot S_{jj}(\lambda)_{12}}{\left(\tau^2 \cdot \prod_{n=4}^{11} B_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \right) - 1} \right) \end{array} \right] \cdot E_{IN-2} \quad (36)$$

Sedangkan untuk $E^2_{OUT-2}(\lambda)$,

$$E^2_{OUT-2}(\lambda) = \left[\begin{array}{c} \kappa^2 \cdot B_{jj}(\lambda)_{14} \cdot S_{jj}(\lambda)_1 \cdot S_{jj}(\lambda)_2 \cdot S_{jj}(\lambda)_5 \cdot S_{jj}(\lambda)_6 \cdot S_{jj}(\lambda)_7 \cdot S_{jj}(\lambda)_8 \\ - \left(\frac{\kappa^2 \cdot B_{jj}(\lambda)_{14} \cdot S_{jj}(\lambda)_1 \cdot S_{jj}(\lambda)_2 \cdot S_{jj}(\lambda)_5 \cdot S_{jj}(\lambda)_6 \cdot S_{jj}(\lambda)_7 \cdot S_{jj}(\lambda)_8}{\left(\tau^2 \cdot \prod_{n=4}^{11} S_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \right) - 1} \right) \end{array} \right] \cdot E_{IN-1} \\ + \left[\begin{array}{c} \kappa^2 \cdot B_{jj}(\lambda)_2 \cdot B_{jj}(\lambda)_3 \cdot B_{jj}(\lambda)_8 \cdot B_{jj}(\lambda)_9 \cdot B_{jj}(\lambda)_{10} \cdot B_{jj}(\lambda)_{11} \cdot B_{jj}(\lambda)_{14} \\ - \left(\frac{\kappa^2 \cdot B_{jj}(\lambda)_2 \cdot B_{jj}(\lambda)_3 \cdot B_{jj}(\lambda)_8 \cdot B_{jj}(\lambda)_9 \cdot B_{jj}(\lambda)_{10} \cdot B_{jj}(\lambda)_{11} \cdot B_{jj}(\lambda)_{14}}{\left(\tau^2 \cdot \prod_{n=4}^{11} B_{jj}(\lambda)_{Segmen\ ke-n} \right) - 1} \right) \end{array} \right] \cdot E_{IN-2} \quad (37)$$

dengan cara yang sama $E^2_{OUT-1}(\lambda)$ dan $E^2_{OUT-2}(\lambda)$ dapat dituliskan:

$$E^2_{OUT-1}(\lambda) = A_Z \cdot E_{IN-1} + B_Z \cdot E_{IN-2} \quad (38)$$

$$E^2_{OUT-2}(\lambda) = (C_Z) \cdot E_{IN-1} + (D_Z) \cdot E_{IN-2} \quad (39)$$

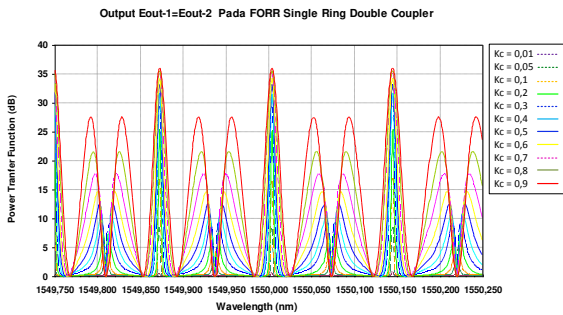
Persamaan (38) dan (39) dituliskan dalam bentuk matrik, didefinisikan:

$$\begin{pmatrix} E^2_{OUT-1}(\lambda) \\ E^2_{OUT-2}(\lambda) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_Z & B_Z \\ C_Z & D_Z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{IN-1} \\ E_{IN-2} \end{pmatrix} \quad (40)$$

Kondisi *head sensing* dalam keadaan tidak bergerak (*steady state*) maka $E_{IN-1} = E_{IN-2} = E_{IN}$ dengan demikian fungsi transfer intensitas daya output $E^2_{OUT-1}(\lambda)$ dan $E^2_{OUT-2}(\lambda)$ didefinisikan:

$$\left| \frac{E^2_{OUT-1}(\lambda)}{E_{IN}(\lambda)} \right|^2 = |A_Z + B_Z|^2 \quad (41)$$

$$\left| \frac{E^2_{OUT-2}(\lambda)}{E_{IN}(\lambda)} \right|^2 = |C_Z + D_Z|^2 \quad (42)$$



Gambar 12. Fungsi Transfer Intensitas Daya Output $E^2_{OUT-1}(\lambda) = E^2_{OUT-2}(\lambda)$ FORR SRDC Dengan Variasi Koefisien Kopling Daya (K); LRING=9,88; Rentang sweeping Panjang Gelombang (wavelength) 1549,75-1550,25nm

Hasil *ploting* grafik fungsi transfer intensitas daya output E^2_{OUT-1} dan E^2_{OUT-2} pada FORR SRDC *double waveguide* dengan kondisi $E_{IN-1} = E_{IN-2}$, $\Omega_{Rotasi} \propto \Delta f_\phi = 0$, terhadap variasi nilai K ditunjukkan dalam Gambar 12.

IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Performansi sebuah FORR sebagai *head sensing* menjadi faktor penting dalam performansi FORRG. Karakteristik resonansi FORR hasil fungsi transfer intensitas daya output pada kedua pemodelan seperti ditunjukkan Gambar 11 dan 12 menjadi acuan dalam menentukan tingkat sensitifitas kedua model FORR[2,11].

Pada bagian ini akan dibahas tingkat sensitifitas dari pemodelan *head sensing* FORR SRSC dan SRDC yang telah dibahas sebelumnya. Analisis sensitifitas *head sensing* yang akan dibahas merupakan turunan analisis matematis sebagai pendekatan proses eksperimen. Tingkat sensitifitas $\delta\Omega_{Sen}$ dinotasikan dengan [11],

$$\delta\Omega_{Sen} = \frac{\lambda_0 \cdot L_{Ring} \cdot \sqrt{2} \cdot FWHM}{4 \cdot A_{LUAS} \cdot SNR} \quad (43)$$

dengan *wavelength* sumber input SLD (λ_0), L_{Ring} adalah panjang *loop ring*, *full width at half max* (FWHM), A_{LUAS} adalah luas daerah *loop* dan *signal-to-noise-ratio* (SNR) didefinisikan [2,11]:

$$SNR = \frac{\eta I_0 \cdot P_{IN}}{\sqrt{2 \cdot h \cdot f r_0}} \left(\frac{T_{FORR-MAX} - T_{FORR-MIN}}{\sqrt{T_{FORR-MAX}}} \right) \quad (44)$$

Untuk mendapatkan tingkat sensitifitas $\delta\Omega_{Sen}$ masing-masing konfigurasi FORR maka dengan menggunakan asumsi parameter riil photodioda, *super luminant diode* (SLD), kopler dan material penyusun FORR, sehingga dengan menggunakan Persamaan (43) dan (44), maka

Waktu Resonansi (T_R) = $\frac{neff \cdot L_{Ring}}{c}$;

Indeks Bias Efektif Resonansi ($neff_{Fr}$) = 1,44402 ;

Daya Input SLD (P_{IN}) = 10 mW ;

Lebar Spektrum SLD (Δf_{SLD}) = 60 KHz

Efisiensi Kuantum Photodetektor (η) = 80% ;

$f r_0 = (f r_{SRDC}^{K1=K2=0,1}) = (f r_{SRDC}^{K1=K2=0,5}) = 193,414$ THz;

$(f r_{SRSC}^{Kc=0,1}) = (f r_{SRSC}^{Kc=0,5}) = 193,422$ THz

Diameter Gulungan Fiber (D) = 0,1 m

Panjang Fiber $L_{Ring} = 2\pi r = \pi DN$;

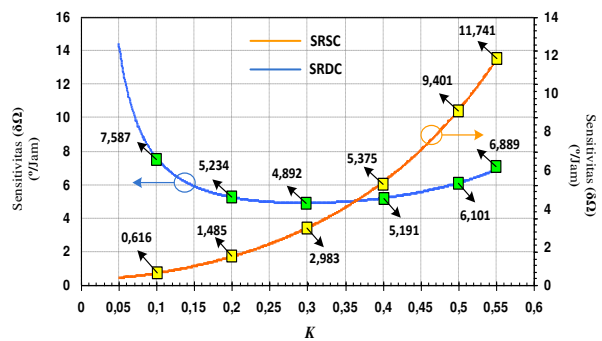
Waktu Integrasi Photodioda (t_0) = 1 detik

Konstanta *Planck* (h) = $6,626068 \times 10^{-34} m^2 kg/s$

Atenuasi Fiber (α) 0,22 dB/Km $\approx 6.10^{-5}/m$;

Rugi Inseri Kopler $K=K1=K2$ (γ) 0,2 dB $\approx 0,045$

didapatkan tingkat sensitifitas ($^\circ/\text{Jam}$) pada masing-

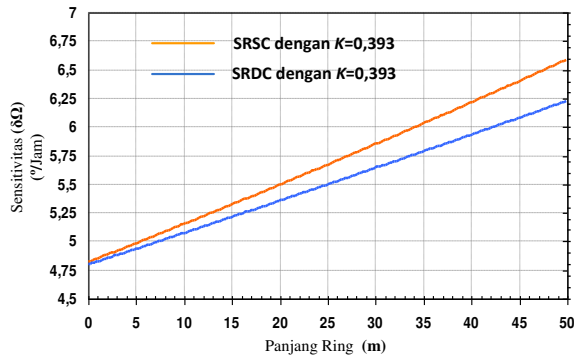


Gambar 13. Tingkat Sensitivitas ($\delta\Omega$) Terhadap Nilai Koefisien Kopling Daya (K)

masing konfigurasi FORR terhadap nilai koefisien kopling daya K seperti ditunjukkan dalam Gambar 13.

Seperti ditunjukkan dalam Gambar 13 bahwa konfigurasi FORR SRSC *double waveguide* lebih sensitif dibandingkan FORR SRDC dengan sarat nilai maksimum kopler tengah $Kc \leq 0,37$. Sedangkan, kondisi ideal nilai Kc untuk konfigurasi SRSC *double waveguide* adalah $0,05 \geq Kc \leq 0,15$. Pada rentang nilai

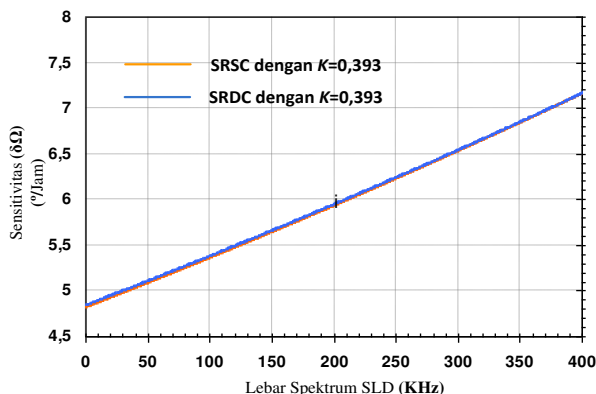
K_c tersebut, tingkat sensitifitas ($\delta\Omega$) konfigurasi SRSC masuk kategori tingkat menengah (*intermediate grade*) FOG. Sedangkan untuk konfigurasi SRDC, tingkat sensitifitas maksimum didapatkan pada kondisi nilai $K=K1=K2 \approx 0,29 - 0,3$ sehingga didapatkan tingkat $\delta\Omega_{Sen}^{SRSC}(K_{max}) = 4,891$ ($^{\circ}/Jam$). Dengan demikian konfigurasi SRDC dikategorikan tingkat sedang (*moderate grade*) FOG.



Gambar 14 Tingkat Sensitifitas ($\delta\Omega$) Terhadap Panjang Ring Fiber (L_{Ring})

Kedua model FORR SRSC dan SRDC akan mempunyai tingkat sensitifitas ($\delta\Omega$) sama saat nilai $K1=K2=Kc \approx 0,393$ sebesar $4,81$ ($^{\circ}/Jam$). Dengan menggunakan nilai K inilah dilakukan variasi panjang *loop* fiber dengan rentang 1m-50m. Dengan analisis dan perhitungan matematis didapatkan hasil bahwa tingkat sensitifitas ($\delta\Omega$) mengalami penurunan sensitifitas secara linier terhadap perubahan panjang *ring loop* FORR sebesar $-1,25\%$ per 5 meter kenaikan panjang *ring loop* (L_{Ring}) seperti ditunjukkan dalam Gambar grafik 14.

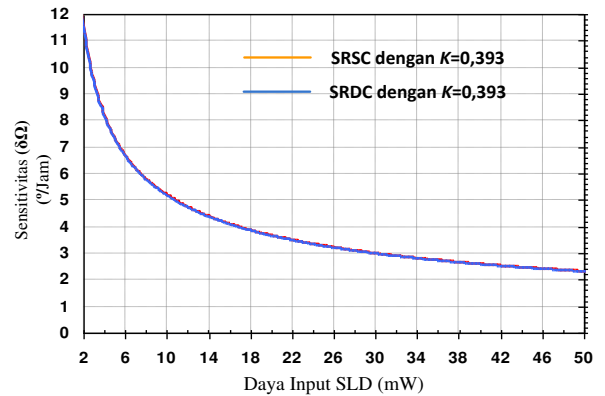
Dengan cara yang sama pula dilakukan variasi Δf_{SLD} dengan rentang 1 KHz – 400 KHz. Didapatkan hasil bahwa tingkat sensitifitas ($\delta\Omega$) kedua model FORR mengalami penurunan sensitifitas secara linier terhadap perubahan Δf_{SLD} FORR sebesar $-2,5\%$ per 50 KHz kenaikan Δf_{SLD} seperti ditunjukkan dalam Gambar grafik 15.



Gambar 15. Tingkat Sensitifitas ($\delta\Omega$) Terhadap Lebar Spektrum SLD (Δf_{SLD})

Selanjutnya dengan cara yang sama, dilakukan variasi P_{IN} dengan rentang 2 mW – 50mW. Didapatkan hasil bahwa tingkat sensitifitas ($\delta\Omega$) kedua model FORR mengalami kenaikan sensitifitas signifikan terhadap perubahan kenaikan P_{IN} saat 2mW-14mW. Sedangkan perubahan kenaikan P_{IN} saat 15mW secara linier

sebesar $+14,29\%$ per 5 mW kenaikan P_{IN} SLD seperti ditunjukkan dalam Gambar grafik 16.



Gambar 16. Tingkat Sensitifitas ($\delta\Omega$) Terhadap Daya Input Optik (P_{IN})

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Tingkat sensitifitas kedua pemodelan FORR berbasis *single mode fiber* (SMF) telah dilakukan dan dibandingkan dengan perhitungan matematis. Didapatkan kesimpulan bahwa tingkat sensitifitas model FORR SRSC akan lebih sensitif dibandingkan dengan model FORR SRDC dengan sarat nilai $Kc \leq 0,37$, akan tetapi saat nilai $Kc \geq 0,37$ maka sensitifitas FORR SRDC lebih baik. Hal ini disebabkan pada rentang nilai $Kc \leq 0,37$ lebar FSR pada SRSC dua kali lebih besar daripada FSR SRDC yang sehingga nilai FWHM SRSC akan semakin sempit. Nilai FWHM semakin sempit akan menaikkan performansi SRSC dan juga tingkat sensitifitasnya. Kondisi ideal nilai Kc untuk konfigurasi SRSC *double waveguide* adalah $0,05 \geq Kc \leq 0,15$. Sedangkan untuk konfigurasi SRDC, tingkat sensitifitas maksimum didapatkan pada kondisi nilai $K=K1=K2 \approx 0,29 - 0,3$. Didapatkan pula dengan kenaikan panjang *loop* fiber pada kedua konfigurasi model FORR mengalami penurunan sensitifitas secara linier. Penentuan panjang *loop* fiber yang pendek akan menghasilkan tingkat sensitifitas lebih baik pada kedua model konfigurasi. Parameter lain yang dihasilkan adalah penentuan lebar spektrum SLD sebagai sumber input intensitas daya pada FORR juga menentukan tingkat sensitifitas. Semakin lebar spektrum SLD, maka sensitifitas kedua model akan mengalami penurunan. Pada umumnya pada sistem FOG lebar spektrum sumber input maksimum ≤ 100 KHz. Selanjutnya parameter besarnya intensitas daya input SLD juga mempengaruhi tingkat sensitifitas pada kedua model FORR. Dengan memakai SLD dengan daya input semakin besar akan menaikkan sensitifitas pada kedua model FORR. Hal ini disebabkan dengan pemakainya intensitas daya input yang besar maka nilai SNR akan semakin besar pula sehingga akan menurunkan *noise* pada *loop*.

Hasil penelitian ini diharapkan bisa menjadi acuan dalam menentukan parameter-parameter dalam proses eksperimen dan fabrikasi FORR sebagai *head sensing* FORRG maupun aplikasi pensensoran pada aplikasi

bidang yang lain. Dengan penggunaan model konfigurasi struktur FORR lebih dari satu *loop* juga dimungkinkan dapat menaikkan tingkat sensitifitas FORR dengan sarat penentuan nilai K dengan tepat melalui analisis lebih spesifik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. C.Ciminelli, C.E. Campanella, M.N. Armenise, 2009 "Design of passive ring resonators to be used for sensing applications" *Journal of the European Optical Society*, Rapid Publication 4.
- [2]. C.Ciminelli, C.E. Campanella, M.N. Armenise, 2009 "Optimized Design of Integrated Optical Angular Velocity Sensors Based on a Passive Ring Resonator" *Journal of Lightwave Technology*, vol. 27, no. 14, July 15
- [3]. Casimer M. DeCusatis, Carolyn J. Sher DeCusatis, 2006 "Fiber Optic Essentials" Copyright © Elsevier Inc.
- [4]. Chang-Bong Kim, Chin B Su, 2004 "Measurement of the refractive index of liquids at 1.3 and 1.5 micron using a fibre optic Fresnel ratio meter" *Institute of Physics Publishing Measurement Science and Technology meas. Sci. Technol.* 15, pp. 1683–1686
- [5]. Chenjun Fan, 1992 "Fiber Optic Sensor Based On Dual Ring Resonator System" M.Sc. Thesis of Center Imaging Science, Rochester Institute of Technology, New York
- [6]. Christi K. Madsen, Jianh. Zhao, 1999 "Optical Filter Design and Analysis: A Signal Processing Approach" Copyright © John Wiley & Sons, Inc
- [7]. Chinda Shaichuay, P.P. Yupapin, Prajak Saeung, 2009 "The serially coupled multiple ring resonator filters and Vernier effect" *Optica Applicata*, Vol. XXXIX, No. 1
- [8]. Dominik G. Rabus, 2002 "Realization of Optical Filters using Ring Resonators with Integrated Semiconductor Optical Amplifiers in GaInAsP/ InP", Dr.-Ing. genehmigte Dissertation, Berlin
- [9]. David Salazar, Marco Antonio Félix, Jessica Angel-Valenzuela, Heriberto Márquez, 2001 "A Simple Technique To Obtain Fused Fiber Optics Couplers" *Instrumentation and Development* Vol. 5 Nr.3 December, Mexico
- [10]. Diqing Ying, Huilian Ma, Zhonghe Jin, 2009 "Dynamic resonance characteristic analysis of fiber ring resonator" *Optical Fiber Technology* 15, 15–20
- [11]. Diqing Ying, M.S. Demokan, Xinlu Zhang, Wei Jin, 2010 "Sensitivity analysis of a fiber ring resonator based on an air-core photonic bandgap fiber" *Optical Fiber Technology* 16, 217–221
- [12]. Faramarz E.Seraji, 2009 "Steady-state performance analysis of fiber-optic ring resonator" *Progress in Quantum Electronics* 33 (2009)1–16, Elsevier Ltd
- [13]. Faramarz E. Seraji, Fatemeh Asghari, 2010 "Tunable optical filter based on Sagnac phase-shift using single optical ring resonator" *Optics & Laser Technology* 42. 115–119.
- [14]. G. A. Sanders, M. G. Prentiss, and S. Ezekiel, 1981 "Passive ring resonator method for sensitive inertial rotation measurements in geophysics and relativity" *Optics Letters*, Vol. 6, No. 11
- [15]. J.P. Goure dan I.Verrier, 2002. *Series in Optics and Optoelectronics; Optical Fibre Devices*. Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, USA
- [16]. K. Thyagarajan, Ajoy Ghatak, 1997. "Introduction to Fiber Optics", Cambridge University Press, [17]Kazuo Hotate, 1997 "Fiber-optic gyros," in "Optical Fiber Sensors Vol. IV" ed by J. Dakin and B. Culshaw, Artech House, 1997 167206.
- [17]. Kazuo Hotate, 1997. *Fiber Sensor Technology Today: Optical Fiber Technology* 3, 356402 1997 ARTICLE NO. OF970230
- [18]. S. Mandal, K. Dasgupta, T.K. Basak, S.K. Ghosh, 2006 "A generalized approach for modeling and analysis of ring-resonator performance as optical filter" *Opt. Commun.*, 264, pp. 97–104 [SD-008]
- [19]. Sanjoy Mandal, Kamal Dasgupta, T.K. Basak, S.K. Ghosh et al, 2006 "Optics Communications" 264 (2006) 97–104.
- [20]. Suryadhi, 2007, "Path planning system navigasi autonomos mobile robot menggunakan ant system algorithm". Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, Indonesia
- [21]. Xijing Wang, 2008. *Digitalized Optical Ring Resonator Gyroscope Using Photonic Bandgap Fiber*. University Of Tokyo, Japan
- [22]. Yao Yi, Shi Kun, Lu Weidong, Jian Shuisheng, 1994. "All-Fiber Ring Resonator Gyroscope", *China Physical Letter* Vol 12. No.4(1995) 213, China
- [23]. Z.Hu, X.Ma, F.Li, Q.Tang, 1999 "Experimental study of a fiber optic gyro utilizing a ring resonator and a low-coherence length light source" *SPIE* Vol. 3860