

Математична модель виходу з ладу пунктів управління перспективної автоматизованої системи управління військами та їх відновлення

Mathematical model of failure of control points of perspective automated control system of troops and their restoration

Сергій Кірсанов * 1 A

*Corresponding author: к.т.н. с.н.с. докторант науково-організаційного відділу, e-mail: ksacndi@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9696-0369

Юзеф Добровольський 2 B

к.т.н., доцент, с.н.с., e-mail: kataza@i.ua, ORCID: 0000-0002-1077-1402

Володимир Мусієнко 3 C

Старший науковий співробітник, e-mail: poberezhec79@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4909-6045

Тетяна Побережець 4 C

старший науковий співробітник, e-mail: poberezhec79@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8007-8614

Serhii Kirsanov * 1 A

*Corresponding author: Candidate of Technical Sciences Senior Research Doctoral student of scientific and organizational Branch, e-mail: ksacndi@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9696-0369

Yuzef Dobrovolskyi 2 B

Candidate of technical sciences, associate professor, Deputy Head of the Department, e-mail: kataza@i.ua, ORCID: 0000-0002-1077-1402

Volodimir Musienko 3 C

Senior Research Fellow, poberezhec79@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4909-6045

Tetiana Poberezhec 4 C

Senior Research Fellow, e-mail: poberezhec79@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8007-8614

^A Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, м. Київ, Україна

^B Військова кафедра Національного авіаційного університету, м. Київ, Україна

^C Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації імені Героїв Крут, м. Київ, Україна

^A Central Research Institute of the Armed Forces of Ukraine, Kyiv, Ukraine

^B Department of military training National Aviation University, Kyiv, Ukraine

^C Military Institute of Telecommunications and Informatization named after Heroes of Kruty, Kyiv, Ukraine

Received: June 11, 2022 | Revised: June 25, 2022 | Accepted: June 30, 2022

JEL Classification: C15.

DOI: 10.33445/sds.2022.12.3.9

Мета роботи: розроблення математичної моделі виходу з ладу пунктів управління та їх відновлення для обґрунтування вимог до живучості перспективної автоматизованої системи управління військами.

Дизайн/Метод/Підхід дослідження: основними методами досліджень є методи теорії марковських процесів, теорії графів.

Результати дослідження: розроблено математичну модель виходу з ладу пунктів управління перспективної автоматизованої системи управління військами та їх відновлення.

Теоретична цінність дослідження: розроблена математична модель дозволяє, на відміну від існуючих моделей, визначати у часі зміни стану системи управління під впливом противника та відновлення її пунктів управління силами та засобами наших військ.

Тип статті: описовий.

Ключові слова: автоматизація, управління, війська, живучість, марковський ланцюг, граф, імовірність.

Purpose: development of a mathematical model of failure of control points and their restoration to substantiate the requirements for the survivability of a promising automated control system of troops.

Design/Method/Approach: the main research methods are the methods of the theory of Markov processes, the theory of graphs.

Findings: developed a mathematical model of failure of control points and their restoration of a promising automated control system for troops.

Theoretical implications: the developed mathematical model allows, in contrast to existing models, to determine in time the state of the control system under the influence of the enemy and the restoration of its control points of the forces and means of our troops.

Paper type: descriptive.

Key words: automation, management, troops, survivability, Markov chain, graph, probability.

1. Вступ

Як відомо, для реалізації положень Стратегії воєнної безпеки України у Стратегічному оборонному бюлетені України визначено цілі, основні завдання оборонної реформи та очікувані результати їх виконання з урахуванням існуючих воєнно-політичних загроз та викликів [1, 2]. Одним із пріоритетних завдань оборонної реформи є створення на основі

сучасних інформаційних технологій єдиної автоматизованої системи управління Збройних Сил України (ЄАСУ ЗС України) як основи системи управління силами оборони держави [3].

Завдання поступово реалізується шляхом упровадження у діяльність органів управління (ОУ) та військ (сил) комплексної автоматизації процесів оперативного (бойового) управління, зв'язку, розвідки та спостереження з урахуванням проектних рішень, стандартів країн – членів НАТО C4ISR. Але, незважаючи на це, стан ЄАСУ ЗС України не відповідає вимогам, які до неї висувуються [3]:

- автоматизовано окремі функції (процеси) ОУ (10–30 % від потреби), що практично не впливає на підвищення оперативності їх роботи;

- наявне спеціальне програмне забезпечення відповідає потребам пунктів управління (ПУ) лише на 12–15 %, що не дозволяє командувачам якісно обґрунтовувати рішення;

- інформаційні ресурси ЗС України не упорядковані, частково класифіковані, не об'єднані у відповідне інформаційне середовище, що не забезпечує оперативне управління військами;

- складові ЄАСУ ЗС України системи, засоби автоматизованого управління переважно технічно та інформаційно несумісні, що в майбутньому призведе до проблем з їхньою інтеграцією та забезпеченням оперативного та стійкого управління військами тощо.

Такий стан ЄАСУ ЗС України спричинено недосконалістю наявного методичного апарату з обґрунтування вимог до АСУВ, який не передбачає дотримання єдиних підходів під час їх обґрунтування. Математичні моделі зі складу наявного методичного апарату містять значні припущення та обмеження. Це призводить до зменшення (узагальнення) кількості показників вимог до АСУВ та зниження точності їх розрахунків, оскільки виникає можливість отримати лише їх орієнтовні (прогнозовані) значення.

Як відомо, процес управління військами має бути стійким, особливо під час бойових дій. Але стійкість СУВ теж характеризується такими властивостями, як оперативність та живучість. Розробленню математичної моделі як основи для обґрунтування вимог до останньої властивості перспективної АСУВ і присвячено статтю.

2. Теоретичні основи дослідження

Відомі на цей час математичні моделі, які застосовуються для обґрунтування вимог до живучості перспективних АСУВ, не мають єдиної ідеології побудови.

Одні з них як основний показник живучості СУВ використовують імовірність того, що СУВ залишиться працездатною навіть у разі виходу з ладу декількох РПУ, але за збереження працездатності хоча б одного. Цей показник за своїм змістом має загальний характер і не дозволяє оцінити вплив на живучість СУВ особливостей розташування ПУ, характеристик їх маскування, інженерного обладнання, оперативно-тактичної важливості, міцності тощо. Крім того, як часткові показники, наприклад, потрібний (наявний) ступінь прихованості ПУ, коефіцієнт, що враховує вплив початкового співвідношення сторін, прогнозоване середньодобове напруження рухомих засобів (засобів зв'язку) тощо, використовуються коефіцієнти, отримані емпіричним шляхом.

Показники живучості СУВ стаціонарних ПУ в таких математичних моделях не розглядаються [4].

Інші математичні моделі для обґрунтування вимог до живучості СУВ [5], навпаки, обмежуються описом тільки системи стаціонарних захищених ПУ ЗС України, поклавши в основу розрахунків значення часткових показників, наприклад, міцності ПУ, рівня їх маскування та інженерного обладнання, рівня зенітно-ракетного прикриття, охорони і оборони ПУ тощо, які отримано методом експертного оцінювання.

Існують також моделі, що використовують математичні співвідношення, які дають

зможу оцінити за різними слабо пов'язаними частковими показниками, такими як, наприклад, імовірність розкриття засобами розвідки ПУ, імовірність ураження ПУ, ступінь стійкості та захищеності від уражаючих чинників звичайної зброї і засобів масового ураження тощо, живучість окремих РПУ, які функціонують в обмежених умовах, без урахування їх взаємозв'язку у СУВ, у складі якої вони є [6].

Узагальнюючий показник живучості кожного РПУ – імовірність живучості РПУ у таких математичних моделях представлено мультиплікативною згортокою низки неоднорідних часткових показників. Таке математичне співвідношення передбачає через добуток значної кількості співмножників, які менше одиниці, наперед відомий результат – набагато менше одиниці. Крім того, призводить через компенсацію одних показників за рахунок інших до отримання значної похибки в розрахунках.

3. Постановка проблеми

Відповідно до зазначеного необхідно констатувати, що в основу розроблення відомих математичних моделей обґрунтування вимог до живучості перспективної АСУВ покладено методи: системного аналізу [7–10], експертного оцінювання, аналогій [11], емпіричні методи, що застосовуються під час випробувань окремих програмно-технічних рішень АСУВ, які створюються у ЗС України [12].

Застосовуючи ці методи у моделях, можна обґрунтувати перелік та орієнтовні (прогнозовані) для певних умов функціонування значення показників вимог до АСУВ, але неможливо дослідити комплексно у часі в єдиній СУВ процес виведення з ладу її ПУ внаслідок впливу противника на стаціонарні і РПУ та відновлення їх силами та засобами наших військ.

Крім того, система показників, які використовуються нині у розроблених математичних моделях для обґрунтування вимог до живучості СУВ, не повністю охоплює важливі характеристики ПУ, на яких наголошено вище.

4. Результати

Як відомо [13], перспективна АСУВ є ієрархічною, розгалуженою, багаторівневою системою ОУ та ПУ, взаємопов'язаних відносинами підпорядкованості та взаємодії, що функціонують за єдиними принципами управління та оснащені сучасними комплексами засобів автоматизованого управління військами (КЗАУВ).

Забезпечення необхідного значення показника живучості перспективної АСУВ є одним із найважливіших завдань побудови ефективної СУВ ЗС України.

Відповідно до [13, 14] під живучістю перспективної АСУВ доцільно розуміти її властивість зберігати (підтримувати) або вчасно відновлювати здатність виконувати завдання в умовах негативного впливу на неї з боку різних факторів (зовнішніх і внутрішніх).

До основних зовнішніх негативних факторів впливу належать: вогневе ураження ПУ та їх елементів і радіоподавлення (РП) каналів радіозв'язку з ПУ.

Основними внутрішніми негативними факторами вважають: потоки відмов у часі обладнання автоматизованих робочих місць КЗАУВ, розгорнутих на ПУ.

Живучість перспективної АСУВ може бути забезпечено шляхом створення запасних (передових, допоміжних, резервних) ПУ (у тому числі, на рухомій базі), їх розосередження, ретельного маскування, розташування у захисних фортифікаційних спорудах; застосування в обладнанні КЗАУВ високонадійної елементної бази; розгортання додаткових видів зв'язку з організацією прямих, обхідних і резервних каналів між ПУ, вживання ефективних заходів для їхнього радіоелектронного захисту; створення резервних рухомих засобів; організації охорони і оборони ПУ засобами протиповітряної оборони; обладнання системи хибних ПУ та їх елементів тощо.

Вирішальне значення для забезпечення живучості перспективної АСУВ мають кількість та склад ПУ. За наявності декількох ПУ, які ешелоновані по фронту та у глибину, імовірність одночасного їх виходу з ладу зменшується.

Необхідно зазначити, що наявний стан елементної бази, яка використовується, за досвідом експлуатації КЗАУВ, у цілому забезпечує необхідний рівень технічної надійності АСУВ. Тому під час обґрунтування вимог до живучості перспективної АСУВ додаткове обґрунтування вимог до показників її технічної надійності може не розглядатися.

Таким чином, функціонування перспективної АСУВ в умовах активного впливу противника є складним процесом, а вимоги щодо забезпечення її живучості з розвитком озброєння та військової техніки, інформаційних технологій постійно потребують уточнення.

Під час проведення операції виходу з ладу того чи іншого ПУ перспективної АСУВ унаслідок його вогневого ураження противником є незалежними випадковими подіями, які відбуваються у довільні заздалегідь не передбачувані моменти часу та призводять до порушення управління військами. Виникнення кожної наступної події не залежить від того, чи мала місце вже подібна подія. Це дозволяє для математичного моделювання процесу виходу з ладу ПУ перспективної АСУВ застосувати теорію марковських процесів з дискретними станами та безперервним часом.

З огляду на це, узявши до уваги той факт, що, за досвідом застосування військ, одночасне виведення з ладу двох та більше ПУ одного угруповання військ є подією малоімовірною, представимо у вигляді розміченого графа станів за "схемою загибелі та розмноження" вихід з ладу ПУ перспективної АСУВ під впливом зовнішніх негативних факторів та їх відновлення як процес S .

Таку гіпотезу може бути застосовано, оскільки більш імовірно, що ПУ перспективної АСУВ будуть виходити з ладу послідовно, по мірі їх виявлення розвідкою противника та витраченого часу на вогневе ураження засобами різного типу.

Цей процес у часі може перебувати в одному із n станів (див. рис. 1). Даний граф побудовано на основі використання теорії марковських процесів із дискретними станами та безперервним часом з відповідними потоками подій. За таких умов потоки подій, що відбуваються у процесі S – найпростіші, які, як відомо [13–15], відповідають трьом основним вимогам: стаціонарності, відсутності післядії та ординарності, мають показниковий (експоненціальний) закон розподілу часу t між виникненням подій з параметром λ .

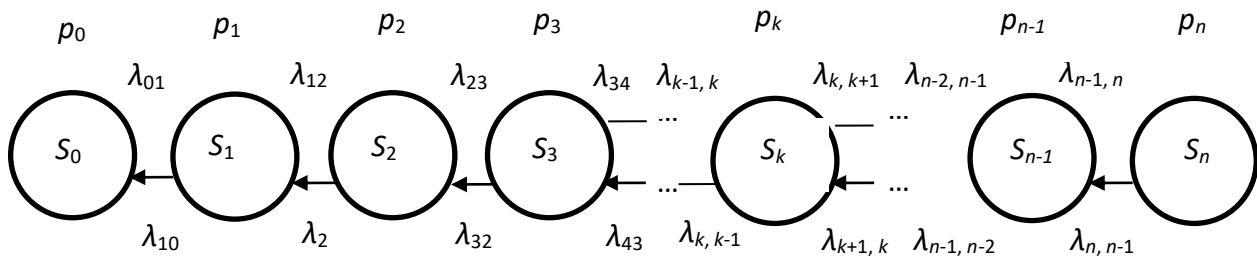


Рисунок 1 – Розмічений граф станів процесу S виходу з ладу ПУ перспективної АСУВ та їх відновлення

На рисунку позначено: $S_0 - S_n$ – стани процесу S виходу з ладу ПУ перспективної АСУВ та їх відновлення: S_0 – усі ПУ готові до виконання завдань з управління військами, управління ведеться з командного пункту (КП); S_1 – КП виведено з ладу, управління передано, наприклад, на запасний командний пункт (ЗКП); S_2 – ЗКП виведено з ладу, управління передано, наприклад, на тилловий ПУ (ТПУ); S_3 – ТПУ виведено з ладу, управління передано на k -й ПУ; S_k – виведено з ладу k -й ПУ, управління передано на S_{k+1} -й ПУ; S_n – виведено з ладу n -й (останній) ПУ угруповання військ, управління втрачено на час відновлення n -го ПУ; $p_0 - p_n$ – ймовірності станів процесу S ; $\sum_{k=0}^n p_k = 1$ – оскільки події несумісні

та складають повну групу; $\lambda_{k-1, k}$ ($k - 1, k = \overline{0, n}$) – інтенсивність переходу із $k-1$ -го стану в k -й процесу S під вогневим впливом противника на ПУ угруповання військ; $\lambda_{k, k-1}$ ($k, k - 1 = \overline{0, n}$) – інтенсивність переходу із k -го стану в $k-1$ -й процесу S під впливом потоку відновлення k -го ПУ угруповання військ після його вогневого ураження.

Відповідно до цього, зі стану $k-1$ у стан k процес S переводить потік вогневого впливу противника з відповідними інтенсивністю $\lambda_{k-1, k}$.

При цьому, враховуючи стохастичність процесу управління військами, ці переходи відбуваються у випадкові моменти часу, які заздалегідь передбачити неможливо.

У зворотному напрямку зі стану k у стан $k-1$ процес S переводить потік відновленню ПУ, який виведено з ладу, з відповідними інтенсивністю $\lambda_{k, k-1}$.

Опишемо представлений на рисунку 1 граф системою диференціальних рівнянь Колмогорова для ймовірностей станів:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_0}{dt} &= -\lambda_{01}p_0 + \lambda_{10}p_1, \\ \frac{dp_1}{dt} &= -(\lambda_{12} + \lambda_{10})p_1 + \lambda_{01}p_0 + \lambda_{21}p_2, \\ \frac{dp_2}{dt} &= -(\lambda_{23} + \lambda_{21})p_2 + \lambda_{12}p_1 + \lambda_{32}p_3, \\ \frac{dp_3}{dt} &= -(\lambda_{34} + \lambda_{32})p_3 + \lambda_{23}p_2 + \lambda_{43}p_4, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dp_k}{dt} &= -(\lambda_{k, k+1} + \lambda_{k, k-1})p_k + \lambda_{k-1, k}p_{k-1} + \lambda_{k+1, k}p_{k+1}, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dp_n}{dt} &= \lambda_{n-1, n}p_{n-1} - \lambda_{n, n-1}p_n, \end{aligned} \right\} (1)$$

- де $k = \overline{0, n, n}$ – стани процесу S виходу з ладу ПУ угруповання військ та їх відновлення;
- $p_0 - p_n$ – ймовірності станів процесу S ;
- $\sum_{k=0}^n p_k = 1$ – оскільки події несумісні та складають повну групу;
- $\lambda_{k-1, k}$ ($k - 1, k = \overline{0, n}$) – інтенсивність переходу із $k-1$ -го стану в k -й процесу S під впливом противника;
- $\lambda_{k, k-1}$ ($k, k - 1 = \overline{0, n}$) – інтенсивність переходу із k -го стану в $k-1$ -й процесу S під впливом потоку відновлення ПУ угруповання військ після їх ураження.

Звернемо увагу на те, що під час обґрунтування вимог до перспективних СУВ передбачається тривале ($t \rightarrow \infty$), систематичне і багатократне використання їхніх елементів, до яких належать, у першу чергу, ПУ, як під час підготовки, так і у процесі застосування угруповань військ до повного досягнення поставленої мети операції.

За таких умов доцільно прийняти гіпотезу про встановлення у процесі S при $t \rightarrow \infty$ стаціонарного режиму, який полягає у тому, що цей процес випадковим чином змінює свій стан, але граничні ймовірності p_0, p_2, \dots, p_n кожного зі станів уже не залежать від часу: перехід у кожен стан здійснюється з деякою постійною ймовірністю [15]–[18]. Ці ймовірності є середнім відносним часом перебування процесу S у станах S_0, S_1, \dots, S_n відповідно. Цей час у перспективній АСУВ визначається інтенсивністю $\lambda_{k-1, k}$ вогневого впливу противника на ПУ перспективної АСУВ та інтенсивністю $\lambda_{k, k-1}$ потоку відновлення ПУ після їх ураження.

Оскільки всі ймовірності станів постійні, то їхні похідні дорівнюють нулю. На підставі цього прирівняємо всі ліві частини (1) до нуля та напишемо для процесу S у стаціонарному режимі з урахуванням нескладних математичних перетворень відповідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення граничних імовірностей станів:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{01}P_0 &= \lambda_{10}P_1, \\ \lambda_{12}P_1 &= \lambda_{21}P_2, \\ \lambda_{23}P_2 &= \lambda_{32}P_3, \\ \lambda_{34}P_3 &= \lambda_{43}P_4, \\ \dots\dots\dots \\ \lambda_{k-1,k}P_{k-1} &= \lambda_{k,k-1}P_k, \\ \dots\dots\dots \\ \lambda_{n-1,n}P_{n-1} &= \lambda_{n,n-1}P_n. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Виразимо із системи рівнянь (2) імовірності p_1, \dots, p_n через p_0 :

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0, \\ p_2 &= \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0, \\ p_3 &= \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0, \\ p_4 &= \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{43}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0, \\ \dots\dots\dots \\ p_k &= \frac{\lambda_{k-1,k} \lambda_{k-2,k-1} \dots \lambda_{12}}{\lambda_{k,k-1} \lambda_{k-1,k-2} \dots \lambda_{21}} p_0, \\ \dots\dots\dots \\ p_n &= \frac{\lambda_{n-1,n} \lambda_{n-2,n-1} \dots \lambda_{12}}{\lambda_{n,n-1} \lambda_{n-1,n-2} \dots \lambda_{21}} p_0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Урахувавши нормуючу умову $\sum_{k=0}^n p_k = 1$ та підставивши у неї вирази (3), отримаємо:

$$\begin{aligned} p_0 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0 + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0 + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{43}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} p_0 + \\ + \dots + \frac{\lambda_{k-1,k} \lambda_{k-2,k-1} \dots \lambda_{12}}{\lambda_{k,k-1} \lambda_{k-1,k-2} \dots \lambda_{21}} p_0 + \dots + \frac{\lambda_{n-1,n} \lambda_{n-2,n-1} \dots \lambda_{12}}{\lambda_{n,n-1} \lambda_{n-1,n-2} \dots \lambda_{21}} p_0 = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Звідки отримаємо:

$$p_0 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{43}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{k-1,k} \lambda_{k-2,k-1} \dots \lambda_{12}}{\lambda_{k,k-1} \lambda_{k-1,k-2} \dots \lambda_{21}} + \dots + \frac{\lambda_{n-1,n} \lambda_{n-2,n-1} \dots \lambda_{12}}{\lambda_{n,n-1} \lambda_{n-1,n-2} \dots \lambda_{21}}}. \quad (5)$$

Тоді на підставі (3) та (5) отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{43}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{k-1,k} \lambda_{k-2,k-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{k,k-1} \lambda_{k-1,k-2} \dots \lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{n-1,n} \lambda_{n-2,n-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1} \lambda_{n-1,n-2} \dots \lambda_{10}}}, \\ p_1 &= \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} \times \\ &\times \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{43}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{k-1,k} \lambda_{k-2,k-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{k,k-1} \lambda_{k-1,k-2} \dots \lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{n-1,n} \lambda_{n-2,n-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1} \lambda_{n-1,n-2} \dots \lambda_{10}}}, \\ p_2 &= \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} \times \\ &\times \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{43}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{k-1,k} \lambda_{k-2,k-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{k,k-1} \lambda_{k-1,k-2} \dots \lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{n-1,n} \lambda_{n-2,n-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1} \lambda_{n-1,n-2} \dots \lambda_{10}}}, \\ &\dots \\ p_k &= \frac{\lambda_{k-1,k} \lambda_{k-2,k-1} \dots \lambda_{12}}{\lambda_{k,k-1} \lambda_{k-1,k-2} \dots \lambda_{21}} \times \\ &\times \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{43}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{k-1,k} \lambda_{k-2,k-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{k,k-1} \lambda_{k-1,k-2} \dots \lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{n-1,n} \lambda_{n-2,n-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1} \lambda_{n-1,n-2} \dots \lambda_{10}}}, \\ &\dots \\ p_n &= \frac{\lambda_{n-1,n} \lambda_{n-2,n-1} \dots \lambda_{12}}{\lambda_{n,n-1} \lambda_{n-1,n-2} \dots \lambda_{21}} \times \\ &\times \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{43}} \cdot \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} \cdot \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{k-1,k} \lambda_{k-2,k-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{k,k-1} \lambda_{k-1,k-2} \dots \lambda_{10}} + \dots + \frac{\lambda_{n-1,n} \lambda_{n-2,n-1} \dots \lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1} \lambda_{n-1,n-2} \dots \lambda_{10}}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Ця система рівнянь дозволяє визначити ймовірності станів S_i процесу S виходу з ладу ПУ перспективної АСУВ під впливом негативних факторів та їх відновлення, що еквівалентно відносній частці часу перебування даного процесу у тому чи іншому стані S_i під час управління військами в операції, про що зазначалось раніше. Іншими словами, цей час визначає тривалість здійснення управління з того чи іншого з n наявних ПУ. Під час проведення розрахунків аналіз цього часу дає можливість встановити причини та виробити практичні

рекомендації щодо підвищення живучості ПУ, які, як прогнозується, швидше за інші можуть вийти з ладу, тобто ті, де імовірності p_i станів процесу S найменші.

Із (6) видно, що для розрахунку p_i потрібно знати інтенсивності вогневого ураження противником ПУ перспективної АСУВ $\lambda_{k-1,k}$, а також інтенсивності їх відновлення після ураження силами та засобами наших військ $\lambda_{k,k-1}$. Ці інтенсивності визначаються завданям збитком, наявним резервом людського ресурсу, резервом рухомих засобів, техніки зв'язку та АУВ, що утворюється для усунення завданого збитку, кількістю та навченістю особового складу, який залучається до відновлення ПУ, тощо.

Як відомо [15]–[18], залежно від типу ПУ мають різну будову (стаціонарний чи рухомий, захищений, розташований у спеціальних спорудах чи відкрито на місцевості, обладнаний у фортифікаційному відношенні чи ні, рухома база на автомобілях, повітряних чи броньованих засобах та ін.). Тому як на виведення з ладу противником кожного з n ПУ, так і на їхнє відновлення буде витрачено різний час, тривалість якого є величиною випадковою.

Відповідно до [15]–[18] готовність ПУ перспективної АСУВ до роботи в новому районі визначається з часу доукомплектування його за рахунок резерву і зайняття оперативним складом, відновлення на ньому можливості виконання повного переліку функцій за призначенням зі встановленням стійкого зв'язку за повною схемою. Тобто відповідним командувачем угруповання військ визначається час на відновлення ПУ. При цьому необхідно звернути увагу на те, що, залежно від типу ПУ та завданого йому збитку, відновлюватися будуть автоматизовані робочі місця ОУ як разом із рухомою базою, на якій вони розташовані (як єдиний зразок озброєння і військової техніки), так і окремо, у разі розташування їх у обладнаних спорудах, разом зі зруйнованими елементами цієї споруди, шляхами під'їзду, водопостачання (за необхідності) та ін. Це свідчить про різноманітність робіт, які потрібно буде виконати для відновлення ПУ.

З огляду на це, для здійснення розрахунків більш доцільне використання у системі рівнянь (6) замість інтенсивності $\lambda_{k-1,k}$ та $\lambda_{k,k-1}$ середнього часу, що витрачається на вихід з ладу ПУ через вплив противника $\bar{t}_{k-1,k}$, та, відповідно, середнього часу, що витрачається на відновлення кожного з n ПУ силами та засобами наших військ після їх ураження $\bar{t}_{k-1,k}$.

Зважаючи на те, що інтенсивність потоку подій, які переводять систему із одного стану в інший, обернена до величини часу, що на це витрачається [15–18], середній час виведення з ладу ПУ перспективної АСУВ під впливом противника дорівнює $\bar{t}_{k-1,k} = \frac{1}{\lambda_{k-1,k}}$, тобто: $\bar{t}_{01} = \frac{1}{\lambda_{01}}$, $\bar{t}_{12} = \frac{1}{\lambda_{12}}$, $\bar{t}_{23} = \frac{1}{\lambda_{23}}$, $\bar{t}_{34} = \frac{1}{\lambda_{34}}$, $\bar{t}_{45} = \frac{1}{\lambda_{45}}$, ..., $\bar{t}_{n-1,n} = \frac{1}{\lambda_{n-1,n}}$, а середній час відновлення кожного з n ПУ після їх ураження дорівнює: $\bar{t}_{k,k-1} = \frac{1}{\lambda_{k,k-1}}$, тобто: $\bar{t}_{10} = \frac{1}{\lambda_{10}}$, $\bar{t}_{21} = \frac{1}{\lambda_{21}}$, $\bar{t}_{32} = \frac{1}{\lambda_{32}}$, $\bar{t}_{43} = \frac{1}{\lambda_{43}}$, $\bar{t}_{54} = \frac{1}{\lambda_{54}}$, ..., $\bar{t}_{n,n-1} = \frac{1}{\lambda_{n,n-1}}$.

Беручи до уваги зазначене, підставимо ці вирази у (6) і після нескладних перетворень отримаємо таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned}
 p_0 &= \frac{1}{1 + \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{43}}{t_{34}} \cdot \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \dots + \frac{t_{k,k-1}t_{k-1,k-2} \dots t_{10}}{t_{k-1,k}t_{k-2,k-1} \dots t_{01}} + \dots + \frac{t_{n,n-1}t_{n-1,n-2} \dots t_{10}}{t_{n-1,n}t_{n-2,n-1} \dots t_{01}}}, \\
 p_1 &= \frac{t_{10}}{t_{01}} \times \\
 &\times \frac{1}{1 + \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{43}}{t_{34}} \cdot \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \dots + \frac{t_{k,k-1}t_{k-1,k-2} \dots t_{10}}{t_{k-1,k}t_{k-2,k-1} \dots t_{01}} + \dots + \frac{t_{n,n-1}t_{n-1,n-2} \dots t_{10}}{t_{n-1,n}t_{n-2,n-1} \dots t_{01}}}, \\
 p_2 &= \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} \times \\
 &\times \frac{1}{1 + \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{43}}{t_{34}} \cdot \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \dots + \frac{t_{k,k-1}t_{k-1,k-2} \dots t_{10}}{t_{k-1,k}t_{k-2,k-1} \dots t_{01}} + \dots + \frac{t_{n,n-1}t_{n-1,n-2} \dots t_{10}}{t_{n-1,n}t_{n-2,n-1} \dots t_{01}}}, \\
 p_3 &= \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} \times \\
 &\times \frac{1}{1 + \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{43}}{t_{34}} \cdot \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \dots + \frac{t_{k,k-1}t_{k-1,k-2} \dots t_{10}}{t_{k-1,k}t_{k-2,k-1} \dots t_{01}} + \dots + \frac{t_{n,n-1}t_{n-1,n-2} \dots t_{10}}{t_{n-1,n}t_{n-2,n-1} \dots t_{01}}}, \\
 p_4 &= \frac{t_{43}}{t_{34}} \cdot \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} \times \\
 &\times \frac{1}{1 + \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{43}}{t_{34}} \cdot \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \dots + \frac{t_{k,k-1}t_{k-1,k-2} \dots t_{10}}{t_{k-1,k}t_{k-2,k-1} \dots t_{01}} + \dots + \frac{t_{n,n-1}t_{n-1,n-2} \dots t_{10}}{t_{n-1,n}t_{n-2,n-1} \dots t_{01}}}, \\
 &\dots \dots \dots \\
 p_k &= \frac{t_{k,k-1}t_{k-1,k-2} \dots t_{10}}{t_{k-1,k}t_{k-2,k-1} \dots t_{01}} \times \\
 &\times \frac{1}{1 + \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{43}}{t_{34}} \cdot \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \dots + \frac{t_{k,k-1}t_{k-1,k-2} \dots t_{10}}{t_{k-1,k}t_{k-2,k-1} \dots t_{01}} + \dots + \frac{t_{n,n-1}t_{n-1,n-2} \dots t_{10}}{t_{n-1,n}t_{n-2,n-1} \dots t_{01}}}, \\
 &\dots \dots \dots \\
 p_n &= \frac{t_{n,n-1}t_{n-1,n-2} \dots t_{10}}{t_{n-1,n}t_{n-2,n-1} \dots t_{01}} \times \\
 &\times \frac{1}{1 + \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \frac{t_{43}}{t_{34}} \cdot \frac{t_{32}}{t_{23}} \cdot \frac{t_{21}}{t_{12}} \cdot \frac{t_{10}}{t_{01}} + \dots + \frac{t_{k,k-1}t_{k-1,k-2} \dots t_{10}}{t_{k-1,k}t_{k-2,k-1} \dots t_{01}} + \dots + \frac{t_{n,n-1}t_{n-1,n-2} \dots t_{10}}{t_{n-1,n}t_{n-2,n-1} \dots t_{01}}}.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

На відміну від (6), ця система рівнянь забезпечує можливість проведення спільних розрахунків у часі різних за одиницею виміру робіт, а саме: заходів з вогневого ураження

противником ПУ перспективної АСУВ та заходів з їхнього відновлення силами та засобами наших військ.

5. Висновки

Таким чином, у статті розроблено математичну модель виходу з ладу пунктів управління та їх відновлення.

Особливістю цієї моделі, що визначає її новизну, є те, що вона дозволяє, на відміну від існуючих моделей, визначати у часі зміни стану системи управління під впливом вогневих засобів противника та відновлення її ПУ силами та засобами наших військ. Це, у свою чергу, надає можливість розрахувати тривалість здійснення управління з того чи іншого ПУ, з'ясувати причини виходу їх з ладу та виробити практичні рекомендації щодо підвищення живучості СУВ.

Напрямом подальших досліджень є розроблення показників, які безпосередньо характеризують вплив противника на живучість перспективної АСУВ та визначають процес її відновлення силами та засобами наших військ, що є логічним продовженням отриманих наукових результатів.

6. Фінансування

Це дослідження не отримало конкретної фінансової підтримки.

7. Конкуруючі інтереси

Автори заявляють, що у них немає конкуруючих інтересів.

Список використаних джерел

1. Про Стратегію воєнної безпеки України: Указ Президента України від 25.03.2021 № 121/2021. URL : <https://www.president.gov.ua/documents/1212021-37661>
2. Про Стратегічний оборонний бюлетень України: Указ Президента України від 17.09.2021 № 473/2021. URL : <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/n0063525-21#Text>
3. Концепція відомчих програм створення Єдиної автоматизованої системи управління Збройних Сил України, єдиної інформаційної системи управління оборонними ресурсами та інформаційної інфраструктури до 2020 року: затв. Міністром оборони України 12.05.2018. – К.: 2018. – 13 с.
4. Шуєнкін В. О. До питання оцінювання ефективності системи управління військами (силами). Наука і оборона. 2010. № 4. С. 23–28.
5. Лєн В. Л., Малышев В. А. (2020). Методика

References

1. About the Military Security Strategy of Ukraine: Decree of the President of Ukraine dated March 25, 2021. Available from : <https://www.president.gov.ua/documents/1212021-37661>
2. About the Strategic Defense Bulletin of Ukraine: Decree of the President of Ukraine dated September 17, 2021 No. 473/2021. Available from : <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/n0063525-21#Text>
3. The concept of departmental programs for the creation of a Unified automated management system of the Armed Forces of Ukraine, a single information system for the management of defense resources and information infrastructure until 2020: approved. Minister of Defense of Ukraine on May 12, 2018. Kyiv. 2018. 13 с.
4. Shuenkin V.O. (2010). On the evaluation of the effectiveness of the command and control system of troops (forces). *Science and Defense*. № 4. P. 23–28.
5. Len V.L., Malyshev V.A. (2020). Method of

- построения моделей конфликта противоборствующих сторон для оценки оперативности принятия решения на ведение боевых действий в системе управления войсками. *Воздушно-космические силы*. 2020. №15. С. 10–16.
6. Романченко І. С., Шуєнкін В. О., Свида І. Ю., Хомчак Р. Б. Розвиток теорії внесків військових формувань зі складу створеного угруповання військ у забезпечення їх боєздатності під час бойових дій: монографія. Київ: ЦНДІ ЗС України, 2020. 288 с.
7. Анфилатов В. С., Емельянов А. А. Системный анализ в управлении. М.: Финансы и статистика, 2003. – 368 с.
8. Тараканов К.В., Овчаров Л.А., Тырышкин А. Н. Аналитические методы исследования систем. М.: Сов. радио, 1974. 240 с.
9. Теория управления в системах военного назначения / А.В. Боговик, С.С. Загорулько, И.С. Ковалёв, И.В. Котенко, О.В. Масановец; под ред. И.В. Котенко. – М.: Министерство обороны, 2001. 320 с.
10. Ткаченко В. І., Смірнов Є. Б. та ін. Теорія прийняття рішень органами військового управління: монографія. Х.: ХУПС, 2008. 545 с.
11. Ткачук П. П., Бударецький Ю. І., Щавінський Ю. В., Прокопенко В. В. (2015). Вплив засобів автоматизації управління підрозділами і вогнем артилерії на ефективність її застосування. *Військово-технічний збірник*. № 12. С. 75–82.
12. Кірсанов С. О., Островський С. М. (2018). Методичний підхід до оцінювання рівня автоматизації роботи органів управління. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. № 3 (33). С. 77–80.
13. Основы теории управления войсками / под ред. П. К. Алтухова. – М.: Воениздат, 1984. 221 с.
14. Военный энциклопедический словарь / пред. гл. ред. комиссии С. Ф. Ахромеев. – М.: Воениздат, 1986. С. 256.
15. Вентцель Е. С. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972. 552 с.
- building models of the conflict of the opposing parties to assess the efficiency of decision-making on combat operations in the control system of troops. *Air and Space Forces*. № 15. S. 10–16.
6. Romanchenko I. S., Shenkin V. O., Svyda I. Y., Khomchak R. B. Development of the theory of contributions of military formations from the composition of the created group of troops to ensure their combat effectiveness during hostilities: a monograph. Kyiv: Central Research Institute of the Armed Forces of Ukraine, 2020. 288 p.
7. Anfilatov V.S., Emelyanov A.A. System analysis in management. Moscow: Finance and Statistics, 2003. 368 p.
8. Tarakanov K. V., Ovcharov L.A., Tyryshkin A.N. Analytical methods of systems research. Moscow: Sov. radio, 1974. 240 p.
9. Management theory in military systems / A.V. Bogovik, S.S. Zagorulko, I.S. Kovalev, I.V. Kotenko, O.V. Masanovets; under ed. I.V. Kotenko. Moscow: Ministry of Defense, 2001. 320 p.
10. Tkachenko V.I., Smirnov E.B. and others. Theory of decision-making by military authorities: monograph. Kharkiv: HUPS, 2008. 545 p.
11. Tkachuk P.P., Budaretsky Y.I., Shchavinsky Y.V., Prokopenko V.V. (2015). Influence of means of automation of control of divisions and artillery fire on efficiency of its application. *Military-technical collection*. № 12. S. 75–82.
12. Kirsanov S.O., Ostrovsky S.M. (2018). Methodical approach to assessing the level of automation of government. *Modern information technology in the field of security and defense*. № 3 (33). Pp. 77–80.
13. Fundamentals of the theory of command and control / ed. P.K. Altukhov. Moscow: Voenizdat. 1984. 221 p.
14. Military encyclopedic dictionary. Moscow: Voenizdat, 1986. S. 256.
15. Ventzel E.S. Research of operations. Moscow: Soviet Radio, 1972. 552 p.
16. Shuenkin V.A., Donchenko V.S. Applied

16. Шуєнкін В. А., Донченко В. С. Прикладні моделі теорії масового обслуговування: учебное пособие. – К.: НМК ВО, 1992. 398 с.
17. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1966. 432 с.
18. Торопчин А. Я. Довідник з протиповітряної оборони / А. Я. Торопчин, І. О. Романенко, Ю. Г. Даник, Р. Е. Пащенко та ін. – К.: МО України, Х.: ХВУ, 2003. – 368 с.
- models of queuing theory: uch. pos. Kyiv: NMK VO, 1992. 398 p.
17. Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. Introduction to the theory of queuing. Moscow: Nauka, 1966. 432 p.
18. Toropchin A. Ya. Handbook of air defense / A. Ya. Toropchin, I.O. Romanenko, Yu. G. Danyk, R.E. Pashchenko and others. Kyiv: MO України, Kharkiv: ХВУ, 2003. 368 с.