

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОТОКОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Безносик Ю. А., Бугаева Л. Н.

Объектом исследования является структура потоков в абсорбере хлористого водорода. Одним из самых проблемных мест исследования гидродинамики потоков в химико-технологических аппаратах являются как технологические трудности, так и технические, когда аппарат подвержен воздействию случайных возмущений и/или подача стандартного индикатора невозможна из-за нарушения технологического регламента.

Предложен метод исследования гидродинамической структуры потоков в полочном абсорбере хлористого водорода типа «Коробон-КА» (Германия) в режиме нормальной эксплуатации химического аппарата с помощью теории случайных функций. Проведен промышленный эксперимент на действующем оборудовании по определению входных и выходных концентраций компонентов газового потока. Абсорбер хлористого водорода рассматривается как одномерный объект, на входе которого воздействует случайная функция – концентрация хлористого водорода во входном потоке, а на выходе наблюдается случайная величина – концентрация хлористого водорода в выходном потоке. Методика определения хлористого водорода и хлора в газовом потоке основана на поглощении хлора раствором йодистого калия с последующим титрованием выделяющегося йода тиосульфатом натрия. Параллельно производился отбор порций кислоты на входе и выходе, а затем определялась плотность и температура растворов соляной кислоты.

Разработан алгоритм вычисления оценок импульсной функции. Проведено сглаживание полученных экспериментальных данных. В результате обработки экспериментальных данных получены автокорреляционная и взаимокорреляционная функции, решено уравнение Винера-Хопфа и получена импульсная функция веса. Рассчитав моменты полученной импульсной функции веса, доказано, что структура потоков в абсорбере «Коробон-КА» может быть удовлетворительно описана моделью идеального вытеснения. Расчеты велись в программных средах MathCAD, Matlab.

Согласно полученным результатам, предложенная методика определения гидродинамической структуры потоков найдет применение при исследовании химико-технологических аппаратов, когда объект подвержен воздействию случайных возмущений и подача стандартного индикатора невозможна из-за нарушения технологического регламента. Благодаря этому обеспечивается возможность нахождения параметров гидродинамики потоков в аппарате в режиме его нормального функционирования.

Ключевые слова: гидродинамика потоков, динамические характеристики, автокорреляционная функция, взаимокорреляционная функция, уравнение Винера-Хопфа, функция распределения.

1. Введение

Математическая модель химико-технологического объекта в значительной степени определяется его гидродинамическими параметрами. Одним из таких параметров является распределение времени пребывания частиц потока в аппарате, который можно получить экспериментально, используя индикаторный метод – подачу на вход аппарата стандартных сигналов [1, 2]. Однако при исследовании гидродинамических характеристик действующих промышленных аппаратов нередко возникают технические трудности. Это могут быть как технологические затруднения, когда подача стандартного индикатора невозможна из-за отсутствия соответствующих конструкторских узлов, так и принципиальные затруднения, когда объект подвержен воздействию случайных возмущений. В ряде случаев могут иметь и те, и другие затруднения. В этих условиях для исследования гидродинамики потоков в промышленном аппарате предложено использовать теорию случайных функций.

Задача определения динамических характеристик в режиме нормальной эксплуатации промышленных объектов методом оценок корреляционных функций широко применяется в теории автоматического управления и регулирования и разработана в работах [3, 4].

При идентификации динамических объектов источниками информации являются входные $X(t)$ и выходные $Y(t)$ сигналы объекта. Промышленный объект рассматривается как система, которая преобразует входной сигнал в выходной сигнал. В этом случае динамическая модель объекта в общем виде может быть описана интегральным уравнением Винера-Хопфа [5, 6].

Интегральные уравнения типа Винера-Хопфа [7] находят широкое применение в химической, нефтехимической, пищевой технологиях. Использование методов регрессионного и корреляционного анализа для процессов пищевой и химической промышленности, основанного на многомерном анализе данных, приведено в фундаментальной работе [8].

Так, в работе [5] получено решение интегрального уравнения для нахождения распределения температурного потока в трубчатом реакторе для разных граничных условий. Использование результатов решения уравнения Винера-Хопфа для управления реактором с неподвижным слоем представлено в работе [9]. Регулирование заданной температуры в реакторе осуществляется контроллером, запрограммированным на основе моделей многопараметрических передаточных функций. Модели разработаны с использованием многопараметрических временных рядов и методов идентификации процессов. Оптимальное решение для управления было получено с помощью решения спектральной факторизации для уравнений Винера-Хопфа [9]. Методы статистической идентификации использовались для анализа работы очистных сооружений сточных вод промышленного предприятия [10]. Разработанная динамическая математическая модель установки по очистке сточных вод основана

на характеристиках случайных входных и выходных сигналов, снятых в режиме реального времени. Передаточная функция установки была определена из автокорреляционной функции ввода и функции взаимной корреляции ввода и вывода с использованием интегрального уравнения Винера-Хопфа.

Однако применение теории случайных функций к исследованию гидродинамической структуры потоков химико-технологических объектов встречается редко [11, 12], хотя этот подход обладает серьезными преимуществами при исследовании работающих аппаратов.

Поэтому актуальным является экспериментальные исследования структуры гидродинамических потоков технологических аппаратов в режиме их нормального функционирования. *Объектом исследования* является структура потоков в абсорбере хлористого водорода, а *целью данной работы* установление структурой потоков в абсорбере с помощью теории случайных функций.

2. Методика проведения исследования

Изучался процесс абсорбции хлористого водорода водой в пластинчатом аппарате типа «Коробон-КА» (Германия) [13] (рис. 1).

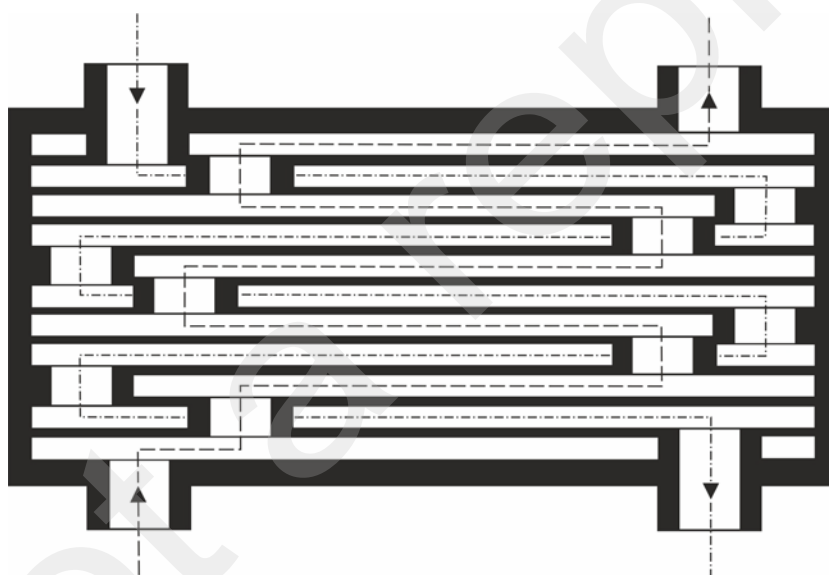


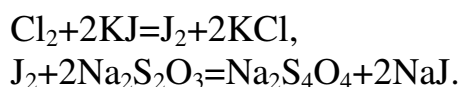
Рис. 1. Схема абсорбера типа «Коробон-КА»

Абсорбер рассматривается как одномерный объект, на входе которого воздействует случайная функция $X(t)$ – концентрация хлористого водорода во входном потоке, а на выходе наблюдается случайная величина $Y(t)$ – концентрация хлористого водорода в выходном потоке. Известно [1, 4], что гидродинамика объекта описывается импульсной функцией $K(t)$, которая статистически интерпретируется как плотность распределения времени пребывания частиц потока в аппарате [4, 14].

Для исследования гидродинамической структуры потоков в графитовом пластинчатом абсорбере проводился эксперимент на действующей промышленной установке. Так как исследуемый объект не допускал внесения искусственных возмущений (из-за высокой химической активности компонентов газо-жидкостного потока и опасности возникновения аварийных

ситуаций), эксперименты проводились в нормальном режиме эксплуатации аппарата. Задача эксперимента сводилась к определению содержания хлористого водорода и хлора на входе и выходе аппарата, а также к определению концентрации соляной кислоты, поступающей на орошение абсорбера и получаемой в результате поглощения хлористого водорода.

Методика определения хлористого водорода и хлора в газовом потоке основана на поглощении хлора раствором йодистого калия с последующим титрованием выделяющегося йода тиосульфатом натрия.



Операция поглощения отобранных проб реакционного газа производилась в бюретке 5 % раствором йодистого калия. Полученный раствор титровался 0,1 н раствором $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ до обесцвечивания. Расчет содержания хлора в смеси производился по следующей формуле:

$$x_{\text{Cl}_2} = 1,12 K a / V,$$

где a – количество мл 0,1 н раствора $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$, пошедшее на титрование; V – объем бюретки; K – поправочный коэффициент.

Количество хлористого водорода в смеси определялось как разность между общей долей поглощенных в бюретке газов и содержанием в них хлора:

$$x_{\text{HCl}} = \frac{V_1}{V} - x_{\text{Cl}_2},$$

где V_1 – суммарный объем поглощенных в бюретке газов.

Отбор проб производился через каждые $\Delta t = 90$ с. Диапазон рабочих расходов реакционного газа находился в пределах 0,10–0,13 нм³/с, расход слабой соляной кислоты на орошение изменялся от 0,30 до 0,35 кг/с. Температура 313–323 К в абсорбере поддерживалась подачей охлаждаемой воды. Колебания концентраций компонентов во входном потоке газа соответственно равны: для HCl – 75,1–87,8 % об., для Cl₂ – 5,35–10,85 % об.

Параллельно производился отбор порций кислоты на входе и выходе, а затем определялась плотность и температура растворов соляной кислоты.

По результатам эксперимента получены две реализации длительностью $T = 1200$ мин. для входной $X(t)$ и выходной $Y(t)$ переменных.

Импульсная функция $K(t)$ может быть определена из уравнения Винера-Хопфа [3, 4, 14]:

$$R_{YX}^*(\tau) = \int_0^{\infty} R_{XX}^*(t - \tau) K(t) dt, \quad (1)$$

где $R_{XX}^*(t-\tau)$ и $R_{YX}^*(\tau)$ – оценки автокорреляционной и взаимокорреляционной функций.

Корреляционные функции определяются по следующим соотношениям [3, 4, 14]:

$$R_{XX}^*(\tau) = \int_0^T X(t) X(t-\tau) dt; \quad (2)$$

$$R_{YX}^*(\tau) = \int_0^T Y(t) X(t-\tau) dt. \quad (3)$$

В результате решения уравнений (1)–(3), при условии стационарности и эргодичности случайных функций $R_{XX}^*(\tau)$ и $R_{YX}^*(\tau)$, находят функцию $K(t)$.

На стадии обработки результатов эксперимента решаются следующие задачи: центрирование полученных реализаций, вычисление оценок корреляционных функций $R_{XX}^*(\tau)$ и $R_{YX}^*(\tau)$, определение оценки функции веса объекта $K^*(t)$.

Центрирование реализации производят по формуле:

$$\overset{0}{X}_i(t) = X_i(t) - M\{X(t)\}, \quad (4)$$

где

$$M\{X(t)\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i(t).$$

Ординаты оценок корреляционных функций вычисляются по формулам:

$$R_{XX}^*(N) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{i=1}^{N-m} \overset{0}{X}_i(t) \overset{0}{X}_i(t-m), \quad (5)$$

$$R_{YX}^*(N) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{i=1}^{N-m} \overset{0}{Y}_i(t) \overset{0}{X}_i(t-m), \quad (6)$$

где m – количество сдвигов выходной реализации относительно входной ($m \leq N/4$).

Заключительным этапом исследований является определение импульсной функции путем решения уравнения Винера-Хопфа по полученным оценкам корреляционных функций. Существует ряд способов решения интегрального уравнения [14, 15]. Наиболее универсальным является алгебраический метод. Сущность его заключается в решении системы алгебраических уравнений, получаемых из уравнения (1) при замене интеграла конечной суммой:

$$\frac{1}{T} R_{YX}^*(\tau) = \sum_{i=0}^N K^*(i\Delta t) R_{XX}^*(\tau - i\Delta t), \quad (7)$$

или в матричной форме:

$$[R]=[A] \times [K], \quad (8)$$

где $[R]$ – матрица-столбец свободных членов, элементами которой являются значения ординат взаимокорреляционной функции ($t=0, T, 2T, \dots, mT$); $[A]$ – квадратная симметричная матрица, элементами которой являются значения ординат автокорреляционной функции; $[K]$ – матрица-столбец, элементами которой являются ординаты весовой функции:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{T}R_{YX}(0) \\ \frac{1}{T}R_{YX}(T) \\ \dots \\ \frac{1}{T}R_{YX}(mT) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{XX}(0) & R_{XX}(T) & \dots & R_{XX}[(m-1)T] \\ R_{XX}(T) & R_{XX}(0) & \dots & R_{XX}[(m-2)T] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{XX}[(m-1)T] & R_{XX}[(m-2)T] & \dots & R_{XX}(0) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} K(0) \\ K(T) \\ \dots \\ K(mT) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

Полученная система может быть решена методом Гаусса. Для корректного решения системы алгебраических уравнений возникает необходимость в специальных методах регуляризации [3, 4]. Корректность решения системы достигалась в выборе шага дискретизации Δt и сглаживании корреляционных функций некоторыми аналитическими зависимостями. Расчеты показывают, что корреляционные функции промышленных объектов удовлетворительно описываются зависимостями вида [14]:

$$R=A_0 \exp(-\alpha_0 t) \cos(wt). \quad (10)$$

Определение коэффициентов аппроксимирующих кривых проводится с помощью метода средних с учетом поправок.

Вычисление оценок корреляционных функций $\overset{0}{X}(t)$ и $\overset{0}{Y}(t)$ по полученным реализациям $X(t)$ и $Y(t)$ велось по соотношениям (5), (6).

В результате были получены значения ординат оценок R_{XX}^* и R_{YX}^* , которые можно использовать при решении матричного уравнения (9), получаемого из уравнения Винера-Хопфа.

Все расчеты велись в программных средах *MathCAD*, *Matlab*.

3. Результаты исследований и их обсуждение

Как отмечалось выше, решение уравнения (7) в общем случае задача некорректная [15], т. е. незначительные погрешности при вычислении корреляционных функций могут привести к значительным погрешностям в определении импульсной функции. Поэтому полученные корреляционные функции аппроксимировались зависимостями вида (10). Аппроксимация корреляционных функций привела к выражениям:

$$\bar{R}_{xx} = \exp(-0,03t) \cos(0,1983t), \quad (11)$$

$$\bar{R}_{yx} = \begin{cases} 0,53 \exp(0,1892t), & 0 \leq t < 2, \\ 0,74 \exp(-0,0055t) \cos(0,0955t), & t \geq 2. \end{cases} \quad (12)$$

Погрешность аппроксимации не превышает 1 %.

По приведенным выражениям были рассчитаны ординаты R_{xx} и R_{yx} , по которым решалась система алгебраических уравнений (9) и была получена весовая функция $K(t)$.

По найденной функции $K(t)$ можно судить о гидродинамической обстановке в абсорбере. В расчетах, однако, удобнее оперировать не с самой функцией распределения, а ее вероятностными характеристиками – моментами различных порядков [16].

Уравнения связи между моментами и параметром, характеризующим продольное перемешивания – числом Пекле (Pe), – имеют вид [1, 17]:

$$M_2 = 1 + \frac{2(Pe - 1 + e^{-Pe})}{Pe^2}, \quad (13)$$

$$M_3 = 1 + \frac{6[Pe(Pe + 1) - 4 + 3Pe e^{-Pe} + 4e^{-Pe}]}{Pe^3}, \quad (14)$$

$$M_4 = \frac{12[Pe^3 + 4Pe^2 - 28 + (9Pe^2 + 30Pe + 26)e^{-Pe} + 2e^{-2Pe}]}{Pe^4}. \quad (15)$$

Для расчета числа Pe использовался момент M_2 , а с помощью старших моментов проверялась адекватность выбранной модели.

Моменты функции распределения были определены с помощью уравнений:

$$M_0 = \int_0^{\infty} K(t) dt, \quad (16)$$

$$M_i = t_K \int_0^{\infty} y(\theta) \theta^i d\theta, \quad i=1,2,3,4, \quad (17)$$

где $\theta = t/t_K$ – безразмерное время; $y(\theta) = K(t)/M_0$ – безразмерная оценка $K(t)$.

Интегралы (16), (17) для определения моментов вычислены по методу Симпсона, уравнения (13)–(14) решены методом деления интервала пополам. Результаты расчета приведены в табл. 1.

В работах [16, 17] показано, что при $Pe > 30$ структура потока близка к режиму вытеснения. Порядок чисел $Pe \approx 63$, полученных в экспериментальных исследованиях, дает основание считать, что гидродинамика в абсорбере «Коробон-КА» удовлетворительно описывается моделью идеального вытеснения (табл. 1).

Таблица 1

Моменты функции $K(t)$ и числа Пекле для канала вход-выход хлористого водорода

Порядок момента	Значение момента $K(t)$	Критерий Пекле (Pe)
1	0,999978	–
2	1,031650	63,450
3	1,394720	62,977
4	1,829340	63,990

Аналогичные результаты получены по каналу вход-выход соляной кислоты. Значения чисел $Pe \approx 30$ указывает на незначительное продольное перемешивание жидкости в абсорбере. Однако применение модели идеального вытеснения не вносит значительных погрешностей в результаты математического моделирования данного процесса, а кроме того значительно упрощает расчет по модели.

4. Выводы

Разработан алгоритм исследования гидродинамики промышленных абсорберов по данным нормальной эксплуатации с использованием случайных функций. Данный алгоритм позволяет определять гидродинамическую структуру потоков в режиме нормальной эксплуатации объекта. В основе расчетов лежит проведение промышленного эксперимента, обработка экспериментальных данных, вычисление оценок автокорреляционной и взаимокорреляционной функций, решение интегрального уравнения Винера-Хопфа. Отличительной особенностью предложенной методики является исследование объекта в режиме его нормальной эксплуатации.

Для вычисления автокорреляционной и взаимокорреляционной функций проведен эксперимент на действующей промышленной установке. Эксперимент проводился на действующем абсорбере хлористого водорода типа «Коробон-КА» во время нормальной эксплуатации объекта. Определялись концентрации хлористого водорода и получаемой соляной кислоты соответственно на входе абсорбера и выходе. По результатам эксперимента получены две реализации длительностью $T=1200$ мин. для входной $X(t)$ и выходной $Y(t)$ переменных, отбор проб производился каждые 90 секунд, общее число проведенных опытов 625.

Рассчитаны оценки корреляционных функций. Проведена аппроксимация корреляционных функций экспоненциальными зависимостями. Получено решение уравнения Винера-Хопфа в виде системы алгебраических уравнений, получена функция распределения и рассчитаны ее вероятностные характеристики – моментами различных порядков. Полученные значения моментов различных порядков (1–1,8) и значений критерия Пекле ($Pe \approx 63$) показывают гидродинамические условия идеального вытеснения для абсорбера типа «Коробон-КА».

Согласно полученным результатам, предложенная методика определения гидродинамической структуры потоков найдет применение при исследовании химико-технологических аппаратов, когда объект подвержен воздействию случайных возмущений и подача стандартного индикатора невозможна из-за нарушения технологического регламента.

Литература

1. Кафаров, В. В., Глебов, М. Б. (2018). *Математическое моделирование основных процессов химических производств*. Москва: Юрайт, 403.
2. Bendat, J. S., Piersol, A. G. (2010). *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. Wiley, 640. doi: <http://doi.org/10.1002/9781118032428>
3. Волгин, В. В., Каримов, Р. Н. (1979). *Оценка корреляционных функций в промышленных системах управления*. Москва: Энергия, 80.
4. Балакирев, В. С., Дудников, Е. Г., Цирлин, А. М. (1967). *Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления*. Москва: Энергия, 232.
5. Vrentas, J. S., Vrentas, C. M. (2007). Axial conduction with boundary conditions of the mixed type. *Chemical Engineering Science*, 62 (12), 3104–3111. doi: <http://doi.org/10.1016/j.ces.2007.03.009>
6. Vrentas, J. S., Vrentas, C. M. (2015). Dependence of Heat Transfer in a Circular Tube with Prescribed Wall Flux on Peclet Number and on Heating Length. *Chemical Engineering Communications*, 202 (7), 964–970. doi: <http://doi.org/10.1080/00986445.2014.883975>
7. Lawrie, J. B., Abrahams, I. D. (2007). A brief historical perspective of the Wiener–Hopf technique. *Journal of Engineering Mathematics*, 59 (4), 351–358. doi: <http://doi.org/10.1007/s10665-007-9195-x>
8. Cozzolino, D. (2014). The use of correlation, association and regression to analyse processes and products. *Mathematical and Statistical Approaches in Food Science and Technology*. Oxford, 19–30. doi: <http://doi.org/10.1002/9781118434635.ch02>
9. Kozub, D. J., Macgregor, J. F., Wright, J. D. (1987). Application of LQ and IMC controllers to a packed-bed reactor. *AIChE Journal*, 33 (9), 1496–1507. doi: <http://doi.org/10.1002/aic.690330909>
10. Rakoczy, R., Masiuk, S., Kordas, M. (2010). Application of statistical analysis in the formulation of sewage treatment plant mathematical model. *Inż. Ap. Chem.*, 49 (4), 64–65.
11. Sandrock, C., de Vaal, P. L. (2009). Dynamic simulation of Chemical Engineering systems using OpenModelica and CAPE-OPEN. *Computer Aided Chemical Engineering*, 26, 859–864. doi: [http://doi.org/10.1016/S1570-7946\(09\)70143-9](http://doi.org/10.1016/S1570-7946(09)70143-9)

12. Бугаєва, Л. М., Бойко, Т. В., Безносик, Ю. О. (2017). *Системний аналіз хіміко-технологічних комплексів*. Київ: Інтерсервіс, 254.

13. *Химическая аппаратура из графитовых материалов: каталог справочник* (2008). Совместное российско-германское предприятие ООО «Донкарб графит».

14. Верлань, А. Ф., Сизиков, В. С. (1986). *Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы*. Киев: Наукова думка, 543.

15. Тихонов, А. Н., Арсенин, В. Я. (1979). *Методы решения некорректных задач*. Москва: Наука, 285.

16. Голованчиков, А. Б., Дулькина, Н. А. (2009). *Моделирование структуры потоков в химических реакторах*. Волгоград: ВолгГТУ, 240.

17. Гельперин, Н. И., Пебалк, В. Л., Костанян, А. Е. (1977). *Структура потоков и эффективность колонных аппаратов химической промышленности*. Москва: Химия, 264.