

LITERATUR REVIEW: KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS MELALUI PENDEKATAN SPUR PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Hadijah¹⁾

Stevanus Budi Waluya²⁾

Zaenuri Mastur³⁾

^{1), 2), 3)} Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Semarang
Email: ¹⁾ *hadijah1010@students.unnes.ac.id*

ABSTRAK

Artikel ini memiliki tujuan untuk mendeskripsikan mengenai kemampuan representasi matematis dengan memanfaatkan pendekatan SPUR. Penelitian dengan metode *literature review* berdasarkan kajian penelitian-penelitian terdahulu yang relevan mengenai kemampuan representasi matematis juga pendekatan SPUR. Dikaji dan diseleksi beberapa artikel yang diperoleh dari pencarian melalui aplikasi *Publish or Perish 7*. Adapun banyak artikel yang dikaji yaitu 13 artikel yang bersumber dari jurnal nasional maupun jurnal internasional. Hasil kajian menunjukkan bahwa melalui pendekatan SPUR dapat meningkatkan dan melatih siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Salah satu kemampuan yang siswa harus miliki adalah kemampuan representasi matematis, agar dengan mudah mempresentasikan solusi dari suatu masalah.

Kata kunci: Representasi Matematis, Pendekatan SPUR, Pendidikan, Matematika.

ABSTRACT

This article aims to describe the mathematical representation ability using the SPUR approach. Research using the literature review method is based on studies of previous relevant studies regarding mathematical representation abilities as well as the SPUR approach. Several articles were reviewed and selected from google searches and the Publish or Perish 7 application. There were 13 articles that were studied from national and international journals. The study results show that the SPUR approach can improve and train students in solving math problems. Mathematical representation ability is one of the abilities that students must have in order to easily present the solution to a problem.

Keywords: Mathematical Representation Ability, SPUR Approach, Education, Mathematics.

PENDAHULUAN

Matematika adalah ilmu global yang penggunaannya berlaku dalam

kehidupan manusia dan menempati aspek vital dalam berbagai disiplin ilmu. Dalam Pendidikan, pembelajaran matematika

wajib diajarkan mulai dari jenjang Pendidikan tingkat dasar hingga Pendidikan tingkat tinggi. Membentuk peserta didik dalam terampil berpikir analitis, logis, sistematis, kritis, inovatif dan kreatif adalah tujuan sampai saat ini yang diusahakan perwujudannya.

Unsur-unsur dari kemampuan representasi matematis dapat dipresentasikan menggunakan sebuah pendekatan. Pendekatan multidimensional yakni pendekatan SPUR adalah pendekatan yang dibangun oleh 4 dimensi pemahaman yaitu *Skill, Properties, Uses, and Representaion* (Thompson, Kaur, & Bleiler, 2013), dimana empat dimensi tersebut saling terkait dan terhubung untuk menjadi suatu pemahaman yang kukuh.

Berdasarkan yang termuat dalam (OECD, 2013) bahwa terdapat 7 kemampuan matematika yang dikelompokkan berdasarkan komponen prosesnya yakni: 1) Kemampuan Komunikasi (*Communication*), siswa mampu memahami dan menuliskan proses dalam memperoleh solusi serta siswa mampu memberikan kesimpulan dari hasil yang didapatkannya; 2) Kemampuan Matematisasi (*Mathematising*), Siswa mampu menggunakan pemahaman konteks untuk menyelesaikan suatu masalah matematika; 3) Kemampuan Representasi (*Representation*), siswa mampu mengaitkan dan mengaplikasikan berbagai representasi dalam menyelesaikan permasalahan nyata; 4) Kemampuan Penalaran dan Argumen (*Reasoning and Argument*), siswa dapat memberikan alasan pembenaran yang logis dalam proses dan prosedur yang

dipakainya saat menyelesaikan atau menghasilkan solusi yang matematis, siswa dapat membuat kesimpulan dari berbagai dalih yang matematis; 5) Kemampuan Merumuskan Strategi untuk Memecahkan Masalah (*Devising Strategies*) Siswa mampu menggunakan bentuk baku dari definisi dan aturan dalam matematika, siswa mampu menyusun siasat atau strategi dari berbagai aturan dan prosedur yang dapat mengarahkan menuju solusi dalam memecahkan masalah matematika; 6) Kemampuan Menggunakan Bahasa Simbolik (*Using Symbol*), siswa mampu menggunakan bentuk baku dari definisi dan aturan dalam matematika dan mengaplikasikan simbol-simbol matematika dalam memecahkan masalah; 7) Kemampuan Menggunakan Alat-Alat Matematika (*Using mathematics tool*), siswa mampu memanfaatkan alat-alat matematika sebagai media dalam menggambarkan hubungan dan struktur matematis.

Sebagaimana dikemukakan (Bleiler & Thompson, 2013) SPUR adalah singkatan dari *Skill, Properties, Uses dan Representation*. *Skill*, yakni menggunakan satu atau lebih prosedur dalam algoritma untuk menyelesaikan masalah matematika. *Properties*, yakni menggunakan sifat dalam menyelesaikan masalah juga menyimpulkan hasil matematika. *Uses*, menggunakan dan mengaplikasikan model dalam menggambarkan dan menyelesaikan masalah nyata matematika; *Representation*, penggambaran visual dari konsep matematika.

METODE PENELITIAN

Metode dalam *literature review* ini menerapkan strategi secara komperhensif, dengan melakukan penelusuran artikel pada database jurnal penelitian, dan melakukan tinjauan ulang artikel. Pencarian database tersebut meliputi *Google Scholar*, *Scopus* yang tersedia pada *aplikasi Publish or Perish 7*. Penelusuran artikel ini menggunakan kata kunci yakni, kemampuan representasi matematis (*mathematical representation ability*) terdapat 19 artikel yang diperoleh dan 13 artikel yang dipilih berdasarkan kesesuaian topik, hasil studi dari setiap artikel dan keterbatasan yang terjadi.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Kemampuan Representasi Matematis

NCTM (2000) menyebutkan bahwa representasi matematis akan memungkinkan siswa untuk: 1) membangun dan menerapkan representasi untuk mengatur dan mengkomunikasikan ide-ide matematika; 2) menerjemahkan dengan memilih bentuk representasi untuk memecahkan masalah; 3) Menggunakan representasi untuk memodelkan permasalahan dari berbagai fenomena fisik, sosial, dan matematika.

Representasi matematis terdiri dari representasi visual dan non visual. Representasi visual meliputi grafik, tabel, sketsa/gambar, dan diagram; representasi non visual meliputi representasi numerik, dan persamaan matematis atau model matematis. Fokus penelitian pada representasi matematis non visual yakni siswa harus terbiasa dengan berbagai representasi seperti menggambar benda-benda fisik, bagan, grafik, simbol, dan

model matematika. Siswa menggunakan representasi ini untuk mengatur dan mengkomunikasikan pemikiran mereka tentang ide-ide matematika (NCTM, 2000). Tanpa mengerahkan representasi, siswa tidak akan mudah menyelesaikan berbagai masalah aljabar, geometri, dan persamaan linier karena mereka tidak dapat dengan mudah membayangkan masalah tanpa merepresentasikannya terlebih dahulu.

Untuk mengukur representasi matematis siswa, penelitian (Minarni, 2016) menggunakan tes esai desain. Rangkaian rumusan tes yang dirancang berdasarkan aspek representasi matematis yakni; 1) Mewakili masalah cerita ke dalam bentuk simbolik atau persamaan matematis. 2) Membuat tabel untuk menyelesaikan masalah. 3) Membuat persamaan matematika dari informasi yang disajikan pada tabel, 4) Menggunakan grafik sebagai alat bantu untuk menyelesaikan masalah. 5) Membuat persamaan matematika dari grafik

Fazio et al. (2014) mengajukan tiga hipotesis tentang hubungan antara keterampilan non-simbolik, keterampilan simbolik, dan kemampuan matematis: (1) keterampilan non-simbolis berpengaruh tidak langsung terhadap prestasi belajar matematika. Artinya, anak-anak dengan keterampilan non-simbolis yang lebih baik memperoleh sistem numerik simbolik dengan lebih mudah, yang pada gilirannya meningkatkan kemampuan matematika mereka; (2) keterampilan non-simbolis memiliki efek langsung dan tidak langsung terhadap prestasi matematika; (3) keterampilan non-simbolik dan simbolik secara independen

Tabel 1. Artikel Terpilih

Penulis	Judul	Sampel	Metode	Hasil
Septian et al (2020)	Mathematical representation ability through geogebra-assisted project-based learning models	55	Kuasi-Eksperimental	Pencapaian dan peningkatan kemampuan representasi matematis siswa lebih baik pada model pembelajaran berbasis proyek berbantuan GeoGebra daripada yang menggunakan model pembelajaran berbasis proyek.
Maulnya et al. (2019)	Representation of Trigonometry Graph Function Colage Students Using Geogebra	30	Kualitatif deskriptif	(1) Hasil pekerjaan siswa menggunakan tiga bentuk representasi, yaitu a) representasi verbal berupa kalimat, b) representasi ekspresi matematika terlihat dari penggunaan simbol matematika dalam mewakili tampilan Geogebra, dan c) representasi visual berupa bentuk gambar grafis (2) Ekspresi matematika adalah bentuk representasi yang paling banyak digunakan oleh siswa, sedangkan representasi yang paling sedikit digunakan adalah representasi visual.
Fitrianna et al (2018)	Mathematical Representation Ability of Senior High School Students: An Evaluation From Students' Mathematical Disposition	35	Kualitatif dekriptif	Hasil penelitian menunjukkan bahwa hampir semua siswa mampu mengaplikasikan representasi visual untuk menyelesaikan masalah matematika, membangun model matematika dan menyelesaikan masalah-masalah dengan melibatkan simbol-simbol matematika.
Hongland et al. (2018)	Changing Representation in Contextual Mathematical Problems from descriptive to depictive: The effect on students's performance	31.842	deskriptif	Hasil penelitiannya adalah siswa mendapat nilai signifikan lebih tinggi pada masalah dengan representasi penggambaran situasi masalah.

Sahendra et al. (2018)	Students' Representation in Mathematical Word Problem-solving: Exploring Students' Self-efficacy.	2	kualitatif, deskriptif	Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dengan <i>self-efficacy</i> tinggi cenderung menggunakan representasi berganda dari sketsa dan model matematika, sedangkan siswa dengan <i>self-efficacy</i> rendah cenderung menggunakan representasi tunggal sketsa atau model matematika.
Nayir et al. (2018)	Investigating the Readiness of Students in Primary Teacher Education Program Through Verbal, Model and Mathematical Representations of Number Sets	61	Survei Deskriptif	Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa Pendidikan Guru SD memiliki tingkat kesiapan yang rendah dalam himpunan bilangan. Terlihat bahwa peserta mengalami kesulitan dalam mengekspresikan himpunan dengan model-model matematika.
Hwang et al. (2007)	Multiple representation skills and creativity effects on mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system	25	Multimedia sistem papantulis	Hasil penelitian ditemukan kunci untuk berhasil dalam menyelesaikan masalah matematika yakni keterampilan representasi ganda siswa. Kemampuan elaborasi matematika siswa yang baik dapat dimanfaatkan untuk berinteraksi sesama siswa dan petunjuk guru yang diharapkan dapat ditemukan ide dan penyelesaian bermacam cara. Di lain hal, peserta didik yang mengalami kesulitan dalam representasi memiliki kemampuan elaborasi yang berkategori rendah. Sehingga, kemampuan elaborasi pada kreativitas termasuk hal penting yang berpengaruh pada keterampilan representasi ganda bagi siswa. Hasil penelitian menyarankan agar guru dapat merancang kegiatan pemecahan masalah matematika yang didukung oleh sistem papan tulis multimedia untuk meningkatkan kemampuan representasi ganda siswa.

Cartwright. (2020)	Analyzing students' communication and representation of mathematical fluency during group tasks	63	Meta analisis	Temuan menunjukkan bahwa berbagai representasi yang digunakan siswa bermanfaat untuk mengamati kemahiran matematika. Hasil ini menunjukkan bahwa penilaian lisan sebagai sarana untuk memahami dan menafsirkan kemahiran matematika siswa.
Minarni et al (2016)	Mathematical understanding and representation ability of public junior high school in North Sumatra	40	Kualitatif	Berdasarkan tes esai yang dilakukan, kemampuan pemahaman matematis dan representasi siswa berada di kategori rendah.
Yanjun Li et al (2018)	Children's Non-symbolic and Symbolic Numerical Representations and Their Associations with Mathematical Ability	253		Hasil penelitian menunjukkan bahwa keterampilan numerik simbolik merupakan faktor utama yang mempengaruhi kinerja matematika pada anak usia dini.
Ott et al (2018)	Multiple symbolic representations: The combination of formula and text supports problem solving in the mathematical field of propositional logic	146 dan 19	Eksperimen	Hasilnya menunjukkan bahwa teks adalah satu-satunya representasi yang paling banyak digunakan. Penelitian ini menekankan pentingnya berbagai bentuk beberapa representasi dalam pembelajaran dan penilaian matematika.
Desfitri et al (2019)	Identifying teachers' approach in assessing students' understanding on derivative: SPUR perspective	10	Penelitian deskriptif	Berdasarkan observasi kelas dan wawancara, sebagian besar guru cenderung menggunakan keterampilan dan properti perspektif dimensi daripada menggunakan dan representasi. Studi menunjukkan bahwa sebagian besar guru tidak menyadari perspektif multidimensi pada pemahaman (keterampilan, sifat,

				penggunaan, dan representasi) untuk menilai pengetahuan matematika siswa mereka.
Riyandiarto (2015)	Analisis Pemahaman Matematika Siswa SMP dengan Pendekatan Multidimensi SPUR (Skill, Properties, Uses, dan Representation)	27	metode kualitatif studi kasus	Hasil penelitian menunjukkan 1) Dimensi pemahaman Properties dan Representations merupakan dimensi dengan tingkat pencapaian tertinggi sedangkan dimensi Skills dan Uses mengalami pencapaian terendah, 2) Umumnya siswa melakukan kesalahan di tiga tes dengan pendekatan SPUR di objek langsung matematik yakni fakta dan keterampilan, 3) Menurut pandangan etnisitas, perolehan yang berbeda pada satu dimensi cukup pada pemahaman yang signifikan yaitu pada siswa dengan etnis china dapat menyelesaikan soal lebih baik dalam pemahaman skill dibanding siswa Jawa.

dapat mempengaruhi prestasi matematika secara keseluruhan. Dalam studi saat ini, kami menemukan efek tidak langsung dari keterampilan non-simbolis pada kemampuan matematika melalui keterampilan simbolik, yang mendukung hipotesis pertama Fazio et al. (2014).

Pendekatan SPUR

(Khaur & Thompson, 2011) berpendapat bahwa keterampilan atau skill merupakan tingkat pemahaman terendah karena hanya mengukur kemampuan menghitung siswa. Tingkat selanjutnya adalah properties dimana menyajikan kemampuan siswa menggunkan sifat-sifat matematika dalam melakukan penyelesaian masalah. Kemudian tingkatan uses menampilkan kemampuan siswa dalam menghadapi dan menyelesaikan permasalahan dunia nyata.

Lalu pada tingkatan teratas representation yakni siswa dapat memiliki kemampuan menampilkan suatu permasalahan ke dalam bentuk visual, gambar, bagan, atau bentuk representasi lainnya. Menurut (Desfitri, 2019) Pendekatan SPUR untuk perspektif multidimensi pada pemahaman untuk menilai siswa pengetahuan matematika yaitu 1) Keterampilan, mewakili prosedur yang harus dikuasai siswa dengan lancar; mereka mulai dari penerapan algoritma standar hingga penemuan atau penemuan algoritma, termasuk prosedur dengan teknologi; 2) Sifat-sifat; Prinsip yang mendasari matematika, mulai dari penamaan properti yang digunakan untuk membenarkan kesimpulan untuk derivasi dan bukti; 3) Penggunaan; Aplikasi konsep ke dunia nyata atau konsep lain dalam matematika dan berkisar dari masalah dunia rutin

hingga pengembangan dan penggunaan model matematika; 4) Representasi; Grafik, gambar, dan deskripsi visual lainnya dari konsep, termasuk representasi standar dari konsep dan hubungan dengan penemuan baru cara untuk merepresentasikan konsep.

KESIMPULAN

Representasi matematika merupakan kemampuan yang mempunyai peran krusial bagi siswa dan merupakan bagian dari tujuan pembelajaran matematika yang butuh diraih. Representasi berguna untuk memfasilitasi siswa dalam menyelesaikan suatu masalah dengan cara yang efektif dan mudah. Representasi dapat bermanfaat sebagai alat mengkomunikasikan ide-ide matematika dari siswa kepada siswa lain dan guru. Pembelajaran matematika harus mengarahkan siswa untuk berlatih dan mengelaborasi kemampuan representasi matematis.

DAFTAR PUSTAKA

- Desfitri, R., & Vermana, L. (2019). Identifying teachers' approach in assessing students' understanding on derivative: SPUR perspective. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/4/042114>.
- Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 123(1), 53–72. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.01.013>.
- Fitrianna, A. Y., Dinia, S., Mayasari, M., & Nurhafifah, A. Y. (2018). Mathematical Representation Ability of Senior High School Students: An Evaluation from Students' Mathematical Disposition. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education)*, 3(1), 46. <https://doi.org/10.23917/jramathedu.v3i1.5872>.
- Hoogland, K., de Koning, J., Bakker, A., Pepin, B. E. U., & Gravemeijer, K. (2018). Changing representation in contextual mathematical problems from descriptive to depictive: The effect on students' performance. *Studies in Educational Evaluation*, Vol. 58, Hal. 122–131. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.06.004>.
- Hwang, W. Y., Chen, N. S., Dung, J. J., & Yang, Y. L. (2007). Multiple representation skills and creativity effects on mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system. *Educational Technology and Society*, 10(2), 191–212.
- Li, Y., Zhang, M., Chen, Y., Deng, Z., Zhu, X., & Yan, S. (2018). Children's non-symbolic and symbolic numerical representations and their associations with mathematical ability. *Frontiers in Psychology*, 9(JUN), 1–10. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01035>.
- Mauliyda, M. A., Hidayanto, E., & Rahardjo, S. (2019). Representation of Trigonometry Graph Function College Students Using GeoGebra. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*,

- 2(4), 1–7.
<https://doi.org/10.33122/ijtmer.v2i4>.
- Minarni, A., Napitupulu, E. E., & Husein, R. (2016). Mathematical understanding and representation ability of public junior high school in North Sumatra. *Journal on Mathematics Education*, 7(1), 43–56.
<https://doi.org/10.22342/jme.7.1.2816.43-56>.
- Nayir, Ö. Y., Erhan, G. K., Koştur, M., Türkoğlu, H., & Mirasyedioğlu, Ş. (2018). Investigating the readiness of students in primary teacher education program through verbal, model, and mathematical representations of number sets. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(2), 249–282.
<https://doi.org/10.16949/turkbilmate.331798>.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. PISA : OECD Publishing.
https://www.oecd.org/pisaproducts/PISA_2012_framework_e-book_final.pdf.
- Ott, N., Brünken, R., Vogel, M., & Malone, S. (2018). Multiple symbolic representations: The combination of formula and text supports problem solving in the mathematical field of propositional logic. *Learning and Instruction*, Vol. 58, Hal. 88–105.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.04.010>.
- Riyandiarto, B. B., Hidayah, I., & Artikel, I. (2015). Analisis Pemahaman Matematika Siswa SMP Dengan Pendekatan Multidimensi SPUR (Skills, Properties, Uses, Dan Representations). *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, 4(1), 1–9.
<https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujmer/article/view/6899>.
- Sahendra, A., Budiarto, M. T., & Fuad, Y. (2018). Students' Representation in Mathematical Word Problem-Solving: Exploring Students' Self-efficacy. *Journal of Physics: Conference Series*, 947(1).
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/947/1/012059>.
- Septian, A., Darhim, & Prabawanto, S. (2020). Mathematical representation ability through geogebra-assisted project-based learning models. *Journal of Physics: Conference Series*, 1657(1).
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012019>.
- Setiasih, E., Asikin, M., & Mariani, S. (2019). Kemampuan Literasi Matematis Melalui Strategi REACT Berpendekatan SPUR. *Prosiding Seminar Nasional Pascasarjana (Prosnampas)*, Vol. 2 No. 1.
<https://proceeding.unnes.ac.id/index.php/snpasca/article/download/344/365>.
- Siti Mawaddah, & Anisah, H. (2015). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Pada Pembelajaran Matematika Dengan Menggunakan Model Pembelajaran Generatif (Generatif Learning) di SMP. *Jurnal Pendidikan Matematika*.
<https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>.

