

PEMODELAN MATEMATIS dari SIFAT FISIS ALIRAN FLUIDA pada SALURAN PIPA MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA 2 DIMENSI

Aurista Miftahatul Ilmah¹, Arief Syarifuddin¹, Mohammad Abdullah¹

¹Jurusan Teknik Bangunan Kapal, Politeknik Negeri Madura
Jl. Raya Camplong Km-4, Taddan, Camplong, Sampang, Jawa Timur, Indonesia 69281
Email: aurista.ilmah@gmail.com.

Abstrak

Sistem perpipaan digunakan sebagai pemindahan fluida yaitu berupa gas maupun cair, Dalam aliran fluida bergantung pada tekanan dan kecepatan.. Penggambaran fluida secara matematis dapat diketahui dari pola garis lurus. Pola-pola tersebut akan membentuk sebuah jaring- jaring aliran yang berkesesuaian. Sebagai penggambaran aliran fluida yang sesuai dengan bentuk pipa dalam system perpipaan serta kecepatannya dapat dilakukan dengan beberapa metode salah satunya adalah metode beda hingga, metode ini mencakup metode secara matematis dan fisis, dimana dengan pemodelan matematis dapat menjelaskan sifat fisis dari sebuah fluida dalam pipa. Dari penelitian tersebut didapatkan dua variasi bentuk pipa, yaitu bentuk pipa lurus dan bentuk pipa yang mengalami pelebaran, dari hasil yang didapat. Bahwasanya persamaan aliran fluida dapat divisualisasikan dengan cara matematis dari persamaan fisis pada sebuah fluida.

Kata Kunci: Perpipaan, Fluida, Pemodelan, Matematis.

Abstract

The piping system is used as a fluid transfer that is in the form of gas or liquid. In fluid flow it depends on pressure and velocity. Mathematical depiction of fluid can be seen from a straight line pattern. These patterns will form a corresponding flow nets. As a depiction of fluid flow in accordance with the shape of the pipe in the piping system and its velocity, it can be done by several methods, one of which is the finite difference method, this method includes mathematical and physical methods, where mathematical modeling can explain the physical properties of a fluid in a pipe. From this research, two variations of pipe shape were obtained, namely the straight pipe shape and the widening pipe shape, from the results obtained. That the fluid flow equation can be visualized in a mathematical way from the physical equation in a fluid.

Keywords: Piping, Fluid, Modeling, Mathematical.

1. PENDAHULUAN

Sistem perpipaan merupakan sistem yang digunakan dalam pemindahan fluida. Fluida adalah materi yang mengalir yang disebabkan adanya tegangan geser. Dalam aliran suatu fluida bergantung pada tekanan dan kecepatan, distribusi kecepatan dan tekanan untuk sebuah medan aliran dapat diketahui dari pola garis arus dan penerapan persamaan bernaulli. Pola-pola tersebut bisa membuat sebuah jaring-jaring aliran yang berkesesuaian. Begitu banyak persamaan dalam menghitung tekanan dan kecepatan, persamaan yang digunakan adalah persamaan bernaulli dan persamaan kontinuitas.

Pemodelan secara matematis dapat dikelompokkan atas dua bagian yaitu model fisis dan model matematis. Dimana model matematis adalah model system persamaan fisika matematik untuk menjelaskan sifat fisis dari proses yang diteliti dan dianalisis dari persamaan mekanika pergerakan fluida yaitu persamaan kontinuitas dan persamaan bernaulli.

Metode beda hingga adalah metode numerik yang dapat digunakan dalam penyelesaian persoalan matematis dari suatu gejala fisis pada sebuah fluida [1]. Metode ini membuat pendekatan terhadap harga yang tidak diketahui pada setiap titik secara diskrit. Diawali dengan pemodelan dari suatu benda dan membaginya menjadi beberapa grid atau

kotak- kotak hitungan kecil [2]. Metode beda hingga tersebut saling dihubungkan dengan persamaan- permasalahan laplace, dimana penentuan pola dari suatu aliran fluida dalam kondisi batas tertentu diperlukan pemecahan persamaan laplace dalam fungsi aliran yang memenuhi kondisi batas tertentu.

2. METODE

Metode Beda Hingga (Finite Difference)

Metode beda hingga adalah metode yang digunakan sebagai pemecahan persamaan differensial parsial secara numerik [3], dengan menggunakan deret taylor yang diputuskan pada orde tertentu yang sesuai kebutuhan yang ada. Pada metode beda hingga memperkirakan turunan parsial dalam persamaan- persamaan fisis diantaranya nilai node pada titik suatu jarak terpisah terhingga sehingga nilai node digunakan sebagai pengganti persamaan differensial ke persamaan aljabar.

Pemakaian metode beda hingga digunakan dalam melakukan perhitungan harga-harga fungsi arus di titik- titik perpotongan kisi siku-siku yang dapat menutup seluruh doamin. Garis-garis arus yang digambarkan dengan menginterpolasikan harga-harga fungsi arus yang ditentukan pada titik tersebut.

Pada persamaan laplace untuk aliran fluida sangat cocok sebagai solusi numerik dengan metode beda hingga. Variable tidak bebas yang sesuai dengan persamaan laplace.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \tag{1}$$

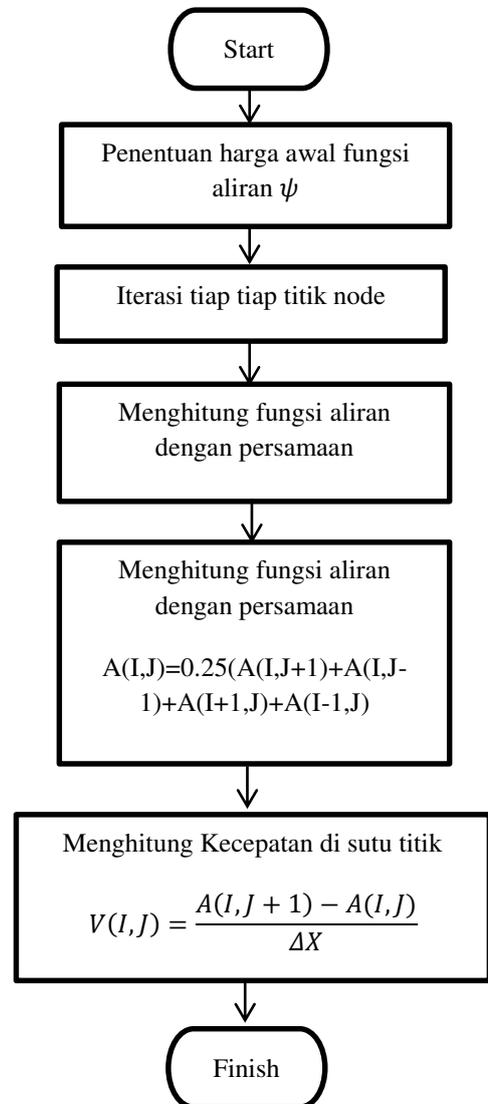
Teknik beda hingga dapat membagi beberapa medan aliran kedalam node yang sama.

Pemakaian metode beda hingga digunakan sebagai penghitung harga-harga fungsi arus di titik –titik perpotongan kisi siku-siku yang dapat menutup seluruh domain garis-garis arus digambarkan dengan menginterpolasikan harga-harga fungsi arus yang ditentukan pada titik-titik tersebut [4]. Pada persamaan laplace untuk aliran fluida

digunakan dalam teknik mencari solusi numerik menggunakan finite difference atau beda hingga. Pada penggunaan notasi dapat diprogramkan secara langsung kedalam bahasa computer, Jika A(i,j) merupakan variable fungsi aliran. Maka bahasa pemrograman komputer dapat dituliskan dengan persamaan aljabar yaitu:

$$A(i,j)=0,25*(A(i,j+1)+A(I,j-1)+A(i+1,j)+A(i-1,j)) \tag{2}$$

Dengan proses iterasi akan bergabung pada penyelesaian akhir aljabar dalam bilangan terhingga. Langkah pengerjaan Metode ini dapat dilihat pada Gambar1.



Gambar 1. Diagram Alir

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Beberapa masalah dalam mekanika fluida maupun hidrolika dapat dimodalkan dalam bentuk suatu persamaan matematik yang terdiri dari syarat batas maupun harga awal suatu fluida, aliran dialam merupakan aliran fluida tiga dimensi, namun bisa di representasikan hanya dalam aliran 2 dimensi dengan menggunakan metode beda hingga. Teknik beda hingga dapat membagi medan aliran kedalam beberapa node ruang yang sama, pembagian ini membentuk kisi-kisi yang berbentuk bujur sangkar. Lalu kisi-kisi tersebut dihubungkan pada titik node yang dipakai bersama dan secara keseluruhan akan mendekati bentuk benda yang sebenarnya. Pembagian node merupakan langkah awal dari metode beda hingga, Pembagian ini melibatkan penentuan dari nomor, ukuran dan bentuk dari suatu kisi yang digunakan dalam penggambaran model. Keseluruhan kisi-kisi ini merupakan jaring aliran yang menyatakan garis-garis alir.

Pada penelitian ini akan ditunjukkan penentuan harga awal fungsi aliran disetiap titik setelah dilakukan pembagian medan aliran menjadi kisi-kisi bujur sangkar. Setiap titik node merupakan nilai fungsi aliran (ψ) pada titik tersebut.

Dalam uji model program yang dibuat dilakukan dengan menggunakan aliran seragam untuk fluida ideal yaitu tanpa viskos, incompressible dan steady karena asumsi fluida yang digunakan merupakan fluida yang ideal maka hasil dari fungsi aliran diharapkan tetap seragam [1].

Pemberian nilai awal untuk fungsi aliran dari dua model saluran yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah

a. Model Saluran Lurus

Dalam penelitian ini dimisalkan aliran fluida masuk pada kecepatan seragam 10m/detik. Dengan lebar saluran masuk 1 meter, maka kecepatan aliran keluar seragam adalah

$$v_i n_i = v_o n_o \quad (3)$$

$$10 \frac{m}{detik} \times 1 \text{ meter} = v_o \times 1 \text{ meter}$$

$$v_o = 10 \frac{m}{detik}$$

Besaran kecepatan aliran yang masuk dan yang keluar diperlukan sebagai acuan dalam penentuan nilai awal fungsi aliran.

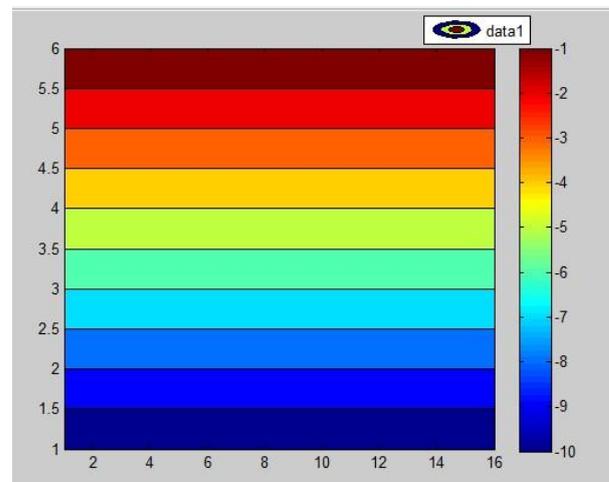
$$\psi_i = \frac{v_i}{5} \times (j - 1) \quad (4)$$

Dengan $j = 1$ sampai 6

y =	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Gambar 2. Matrik Fungsi Aliran pada Pipa Lurus

Dimana harga awal dari titik node ini berpengaruh pada fungsi aliran sebuah pipa, berikut Gambar 3 didapat sebuah contour dalam bentuk pipa saluran lurus.



Gambar 3. Bentuk Contour fungsi aliran pada pipa lurus

b. Model Pelebaran Saluran

Pada aliran fluida masuk pada kecepatan seragam 10 m/detik dengan lebar saluran 1 meter, sedangkan lebar saluran keluar 2 meter, maka kecepatan aliran keluar pada kecepatan seragam adalah :

$$v_i n_i = v_o n_o$$

$$10 \frac{m}{detik} \times 1 \text{ meter} = v_0 \times 2 \text{ meter}$$

$$v_0 = 5 \frac{m}{detik}$$

Dengan menunjukkan jala yang ditunjukkan sebelumnya, dimisalkan nilai fungsi aliran adalah nol, disepanjang dinding bawah dan 10 m²/detik persatuan kedalaman disepanjang dinding atas. Pada lubang masuk dan lubang keluar, fungsi aliran ditentukan secara linier untuk menghasilkan kecepatan seragam berdasarkan persamaan berikut ini:

aliran masuk

$$\psi_i = \frac{v_i}{5} \times (j - 1) \quad (5)$$

Dengan j = 2 sampai 5

Aliran Keluar

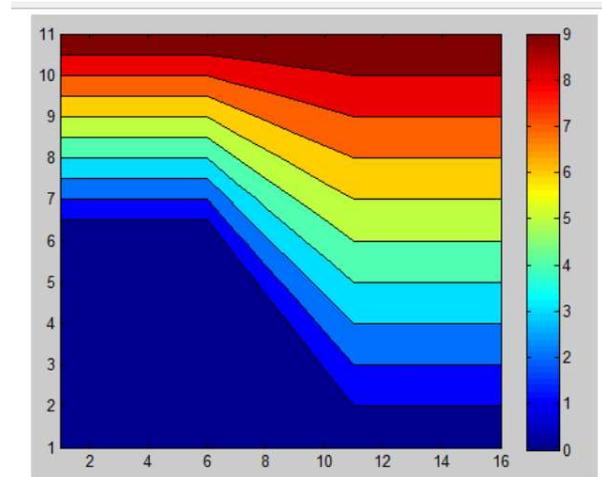
$$\psi_i = \frac{v_i}{10} \times (j - 1) \quad (6)$$

Dengan j = 2 sampai 10

Column 1 through 13												
10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000
8.0000	8.0000	8.0000	8.0000	8.0000	8.0000	8.3333	8.5714	8.7500	8.8889	9.0000	9.0000	9.0000
6.0000	6.0000	6.0000	6.0000	6.0000	6.0000	6.6667	7.1429	7.5000	7.7778	8.0000	8.0000	8.0000
4.0000	4.0000	4.0000	4.0000	4.0000	4.0000	5.0000	5.7143	6.2500	6.6667	7.0000	7.0000	7.0000
2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	3.3333	4.2857	5.0000	5.5556	6.0000	6.0000	6.0000
0	0	0	0	0	0	1.6667	2.8571	3.7500	4.4444	5.0000	5.0000	5.0000
0	0	0	0	0	0	0	1.4286	2.5000	3.3333	4.0000	4.0000	4.0000
0	0	0	0	0	0	0	0	1.2500	2.2222	3.0000	3.0000	3.0000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1111	2.0000	2.0000	2.0000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.0000	1.0000	1.0000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Column 14 through 16												
10.0000	10.0000	10.0000										
9.0000	9.0000	9.0000										
8.0000	8.0000	8.0000										
7.0000	7.0000	7.0000										
6.0000	6.0000	6.0000										
5.0000	5.0000	5.0000										

Gambar 4. Harga Awal Titik Node Model Pelebaran Saluran

Dengan bentuk dari pipa untuk model pembesaran aliran dapat ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 5. Bentuk Contour model pipa pembesaran saluran.

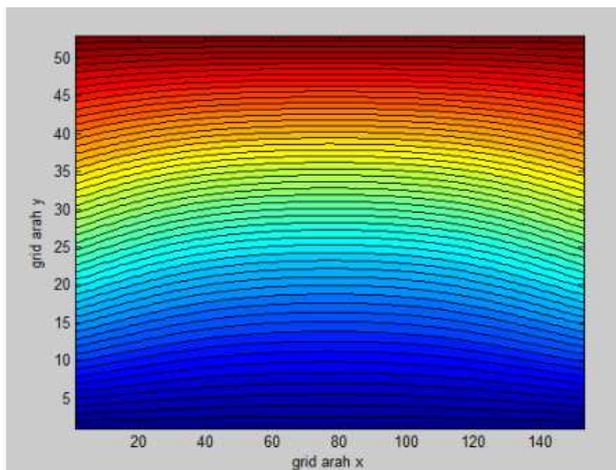
Dari beberapa contoh bentuk pipa yang dianalisa bahwasanya pada kasus aliran seragam. Tiap-tiap harga awal untuk model fluida kasus aliran seragam memberikan hasil yang berbeda untuk kasus pada pipa yang berbeda meskipun diawali dengan (ψ).

Perubahan luas penampang saluran memengaruhi jarak antara garis alir, pada daerah yang sempit jarak antara garis alir lebih rapat yang menunjukkan bahwa kecepatan maksimum, sedangkan pada daerah yang meluas, jarak garis alir merenggang yang menunjukkan bahwa kecepatan minimum [5].

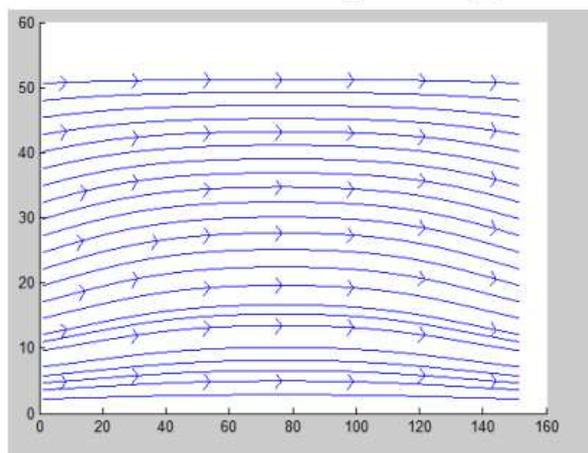
Pada gambar pemodelan secara matematis pada fungsi garis alir penelitian ini digunakan dengan memanfaatkan matriks dan bentuk interpolasi matrik dari harga awal saluran. Dimana pada bilangan harga awal fungsi aliran dibentuk dengan matrik yang mana pada arah sumbu x (laju alir ke kanan) menunjukkan besar kecepatan, sedangkan pada arah sumbu y menunjukkan perubahan kecepatan dimana nilai fungsi aliran sebanding dengan nilai kecepatan.

C. Pemodelan Kecepatan Aliran Seragam

Berikut bentuk visualisasi pemodelan saluran pipa yang lurus dan seragam, dimana pada saluran tersebut fungsi aliran yang masuk sama dengan fungsi aliran yang keluar.



Gambar 6. Bentuk Contour kecepatan saluran pipa lurus



Gambar 7. Bentuk Arah Aliran Lurus Seragam

Pada bentuk contour kecepatan saluran pipa lurus dengan menggunakan persamaan kontinuitas dapat diketahui pola kecepatan sebuah fluida.

4. KESIMPULAN

Tiap-tiap harga awal dalam model fluida kasus aliran seragam memberikan hasil yang berbeda pada pipa yang berbeda meski semua diawali dengan ($\psi = 0$). Perubahan luas penampang saluran mempengaruhi jarak antar garis alir pada daerah yang sempit jarak antara garis alir lebih rapat yang menunjukkan kecepatan maksimum, sedangkan pada daerah yang meluas jarak garis alir merenggang yang menunjukkan bahwa kecepatan minimum,

selain itu bentuk pipa mempengaruhi nilai awal titik node fungsi aliran dan dengan menggunakan metode tersebut kecepatan aliran fluida dapat divisualisasikan.

UCAPAN TERIMAKASIH

Pendanaan Internal P3M Politeknik Negeri Madura, Jurusan Teknik Bangunan Kapal. Politeknik Negeri Madura

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Lailiyah, Iffatul. 2015. Derivation of Surface Wave Model Passing Over a Square Porous Breakwater, Thesis. Departemen of Mathematics, UIN Maulanan Malik Ibrahim, Malang, 2015
- [2] D.P., Singgih Putri, Sukarsa I Made, dkk " Analisis Kestabilan Numerik Metode Beda Hingga pada Persamaan Getaran Membran dan Simulasinya, " Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Teknik Informatika (SENAPATI) Ke-9 Bali, 08 September 2018
- [3] Anasiruh. Triyanti, "Pemodelan Numerik Aliran Fluida Pada Tiang Silinder dengan Metode Beda Hingga,"Majalah Ilmiah Mektek, 2010
- [4] Mukhlis, Islam., "Perbandingan Analisis Kolom dengan Metode Analitis dan Metode Beda Hingga (Kasus Kolom dengan Dimensi 300x300 mm² , $f_c = 20$ MPa, $f_y = 400$ MPa, $A_s + A_s' = 1\% A_g$), "Jurnal Inersia, Vol.8 No.2, Oktober 2016
- [5] Ngana, Frederika Rambu, "Perhitungan distribusi kecepatan aliran fluida pada aliran potensial dengan menggunakan metoda beda hingga dua dimensi" Undergraduate thesis, FMIPA Undip, 1996
- [6] Madinda, Diah Putri., "Analisis Numerik Aliran Udara pada Bronkus Akibat Penyakit Asma Bronkial Menggunakan

- Metode Volume Hingga,” Program Sud Pendidikan Matematika Universitas Jember, 2020
- [7] Utami, Vivi Nur, Ruby, Triyono, dkk,” Simulasi Komputasi Aliran Panas pada Model Pengeringan Kabinet dengan Metode Beda Hingga,” Jurusan Matematika, Univeristas Lampung, 2017
- [8] Namami, Ahlan., “ Simulasi Numerik Aliran Fluida Pada Permukaan Peregangan Dengan Kondisi Batas Konveksi di titik Stagnasi,” Jurusan Matematika, Thesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, 2016
- [9] KS. Raju, DN Kumar., Fluid Mechanics Problem Solving Using Matlab. PHI Learning Private Limited, Delhi., 2020
- [10] Bani, Ehab Hussein, Hani., “MATLAB Application for the Selection of the Best Pipe Series/Parallel Arrangement in Piping Network,” International Journal of Computer Applications (0975 – 8887) Volume 165 – No.6, May 2017
- [11] Agung, Fikri Wicaksono., Subekti, Indriyanto, Kusuma.” ANALISIS PENGARUH PENYUMBATAN ALIRAN FLUIDA PADA PIPA DENGAN METODE FAST FOURIER TRANSFORM”, Jurnal Dinamika Vokasional Teknik Mesin ISSN 2548-7590 (media online) Volume 6 Nomor 1 April 2021 Hal 77-83