Pengembangan Modul Integral Menggunakan Geogebra berbasis revolusi 4.0

Ma'ulfi Kharis Abadi, Nur Hidayanti
Teknik Sipil, Teknik Informatika
Fakultas Teknik, Fakultas Ilmu Komputer
Universitas Banten Jaya
maulfikharisabadi@unbaja.ac.id , nurhidayanti@unbaja.ac.id

***Abstrak*—** Penelitian ini menggunakan aplikasi geogebra dalam membuat materi integral, dengan tujuan mempermudah dalam memberikan materi kepada mahasiswa. Karena banyak kendala yang dialami dalam memberikan materi integral yang sifatnya dimensi tiga jika dalam menulis manual di whiteboard. Pada penelitian ini, peneliti mengembangkan modul integral dengan menggunakan aplikasi GeoGebra berbasis revolusi 4.0 sesuai dengan perkembangan zaman. Metode yang digunakan yaitu dengan menggunakan model ADDIE (Analisys, Desaign, Development, Implementation, Evaluation). Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh mahasiswa Universitas Banten Jaya, sedangkan sampel yang diambil adalah mahasiswa program studi teknik sipil pada fakultas teknik. Hasil dari penelitian ini adalah bahwa modul yang dikembangkan oleh peneliti sudah layak digunakan dengan uji ahli dan bisa dilanjutkan untuk dijadikan bahan ajar.

Kata kunci: Pengembangan, Modul, Integral, Geogebra, Revolusi 4.0

p-ISSN: 2622-7525, e-ISSN: 2654-9417

1. PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang terdapat didalam kurikulum pendidikan nasional dan dinilai sangat berperan dalam meningkatkan kualitas pendidikan (Hidayanti & Sutanto, 2018). Di tingkat universitas, matematika atau matakuliah yang sejenis yaitu kalkulus juga diajarkan pasa semester awal baik semester satu maupun semester dua. Kalkulus merupakan mata kuliah wajib di Fakultas Ilmu Komputer dan Fakultas Teknik Universitas Banten Jaya. Matakuliah kalkulus dianggap sebagai matakuliah yang sulit dimengerti (Saparwadi, 2015). Mata kuliah Kalkulus kurang disenangi oleh mahasiswa dan dianggap menjadi matakuliah yang sulit dipahami (Mutakin, 2015). Materi kalkulus sangat luas, oleh karena itu materi tersebut dibagi menjadi mata kuliah kalkulus 1 dan mata kuliah kalkulus 2. Materi dalam kalkulus terdiri dari sistem bilangan real, pertidaksamaan, fungsi, turunan dan integral (Hidayanti, 2020). Umumnya kalkulus diajarkan pada mahasiswa dengan menggunakan pembelajaran konvensional, yakni dengan metode ceramah. Dosen hanya memberikan materi dan mahasiswa menyimak materi yang disampaikan oleh dosen. Saat perkuliahan, dosen tidak menggunakan bahan ajar yang bisa digunakan dalam memberikan materi.

Bahan ajar merupakan salah satu faktor penting dalam meningkatkan kualitas pembelajaran dan kemampuan yang dimiliki peserta didik. Tidak hanya meningkatkan Kemampuan yang beersifat umum dalam bentuk hasil belajar (Iji, Ogbole, & Uka, 2014). Saat ini masih sedikit bahan ajar yang sesuai revolusi 4.0 yaitu dapat digunakan menggunakan gadget kapan pun dimanapun dan dapat memaksimalkan fitur ketika terhubung dengan internet. Penelitian ini, peneliti mengembangkan bahan ajar yang berupa modul. Karena modul bisa membantu dalam proses belajar mengajar modul merupakan memiliki peran penting dalam proses pembelajaran. Namun demikian, dalam pengembangan modul perlu disesuaikan dengan kebutuhan peserta didik, yakni mahasiswa (Parmin & Peniati, 2012). Pada bahan ajar ini, peneliti mengembangkan modul dengan fasilitas aplet untuk ilustrasi dengan menggunakan aplikasi GeoGebra. GeoGebra adalah suatu aplikasi interaktif dalam bidang geometri, aljabar, satatistik dan kalkulus yang digunakan untuk pembelajaran dan pengajaran matematika dan ilmu pengetahuan alam dari tingkat SD sampai tingkat SMA (Majerek, 2014).

Pengembangan modul ini menggunakan pendekatan analyze, design, development, implementation, evaluation (ADDIE). Tahapan dalam pengembangan ini sesuai dengan tahapan ADDIE. Penerapan teknologi informasi pembelajaran e-leraning dengan ADDIE Model dapat memperkaya pedagogi pengajaran, dapat mengatasi kendala interaksi dalam mengajar, dapat mengefektifkan pendistribusian materi pembelajaran, dapat mengatasi kendala waktu dan tempat dengan jaringan internet yang baik, dapat berinteraksi dengan menggunakan fasilitas chatting, dapat memanfaatkan fasilitas audio, dapat memanfaatkan whiteboard untuk menampilkan materi, dapat memonitoring terhadap sikap dan perhatian peserta didik dengan menggunakan video conference (Laipaka & Kasma, 2017)..

2. METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian pengembangan yaitu penelitian yang bertujuan untuk menghasilkan produk

p-ISSN: 2622-7525, e-ISSN: 2654-9417

tertentu dan menguji kualitas produk. Jenis penelitian ini berupa R&D (Research and Development). Mengembangkan produk dalam arti luas dapat berupa memperbaharui produk yang telah ada. Desain penelitian ini menggunakan model ADDIE yang terdiri dari lima tahap, yaitu Analysis, Desaign, Development, Implementation, and Evaluation.

B. Prosedur Pengembangan

Tahap yang dilakukan untuk mengembangkan modul ini melaui lima tahapan ADDIE. Analisis, analisis yang dilakukan adalah menganalisis bahan belajar sesuai kebutuhan siswa dan menganalisis konten pada bahan ajar. Desain, tahapan desain ini dilakukan untuk mendesain modul yang akan dibuat dan membuat kerangka tampilan dari modul. Development, setelah menentukan desain maka tahap pengembangan ini adalah tahapan pembuatan bahan ajar sesuai dengan konsep awal mulai dari pembuatan konten, konten digital, dan desain modul. Implementasi, tahap implementasi dilakukan di kelas sehingga peneliti mendapatkan masukan atau data yang diinginkan. Evaluasi, tahapan yang terakhir adalah evaluasi. Evaluasi dilakukan untuk perbaikan produk, mendapatkan masukan dan mendapatkan penilaian.

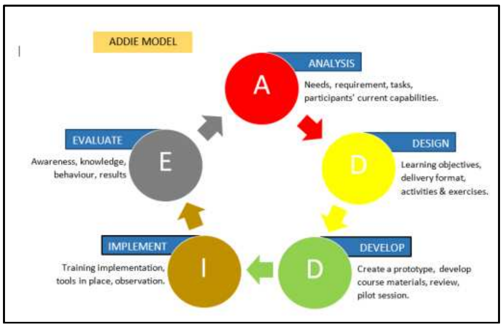
C. Teknik Pengumpulan Data

Data pengembagan produk media pembelajaran dari ahli materi yang berupa masukan dan saran yang digunakan dan disimpulkan sehingga dapat dijadikan landasan untuk perbaikan terhadap setiap komponen media yang disusun.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Pengembangan Media Pembelajaran

Model ini terdiri atas lima langkah, yaitu: (1) Analisis, (2) Perancangan, (3) Pengembangan, (4) Implementasi, dan (5) Evaluasi. Secara visual tahapan ADDIE model dapat dilihat pada gambar:



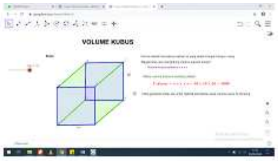
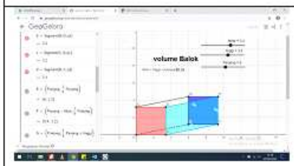
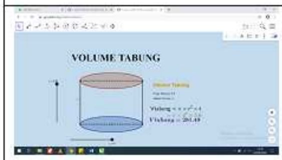
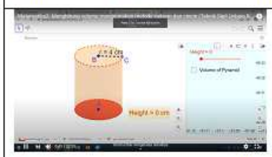
Gambar 1. Tahapan ADDIE *Model*
(Perwita, Kandika, & oktrisma, 2019)

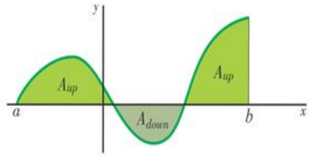
1. Tahap Analisis
   Pada tahapan awal dilakukan empat analisis, yakni analisis materi, analisis kerja, analisis kebutuhan, dan analisis karakteristik mahasiswa. Analisis materi dibutuhkan untuk mengetahui materi mana yang tepat dicantumkan dalam modul. Supaya terarah dan sesuai kebutuhan lapangan. Materi yang dipilih berdasarkan kebutuhan mahasiswa adalah materi integral dengan sub materi pendahuluan integral,
   integral tentu dan penggunaan integral.
2. Tahap Desain
   Pada tahap ini dilakukan perencanaan yang dilakukan ketika selesai melakukan sebelum penelitian yang bertujuan untuk merancang modul pada materi integral sesuai dengan yang diharapkan. Adapun tahapannya yaitu perumusan indikator dan tujuan

 http://jurnal.unma.ac.id/index.php/dm
p-ISSN: 2622-7525, e-ISSN: 2654-9417

pembelajaran, pembuatan perangkat pembelajaran, pembuatan draft modul pada materi integral dan Penggunaan integral. Tahap desain ini melakukan pembuatan desain awal dari bahan ajar yang sedang dikembangkan.

3. Tahap Pengembangan (*development*)
   Pengembangan dilakukan menjadi tiga bagian yaitu pengembangan materi, konten digital dan desain layout. Mengembangkan materi sesuai dengan kebutuhan mahasiswa. Tahap pengembangan dilakukan setelah membuat modul dengan materi integral yang kemudian akan divalidasi kelayakannya modul dengan skala likert.

 https://www.geogebra.org/m/bhhhtrz3	
 https://www.geogebra.org/m/bhhhtrz3	
 https://www.geogebra.org/m/gzy4demk	
 https://youtu.be/LeUbhB40lIU	



$$\int_a^b f(x)\,dx = A_{up} - A_{down}$$

Keterangan:

A : luas

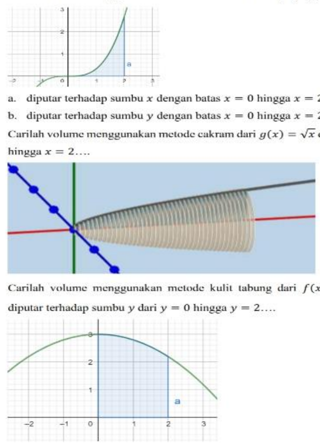
A_{up} : luas atas

A_{down} : luas bawah

Gambar 2. 1 luas atas dan luas bawah

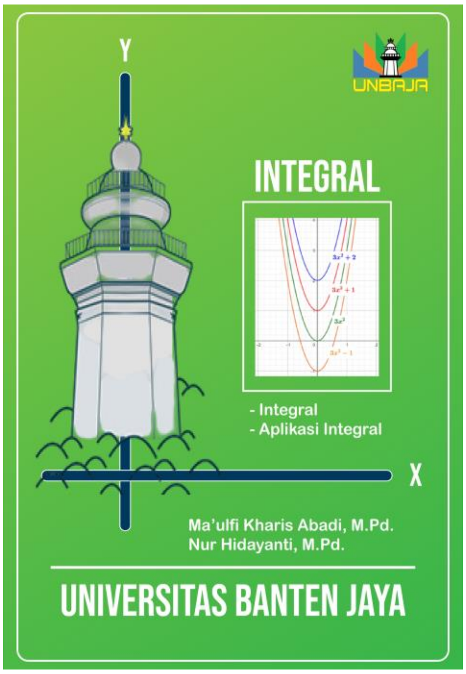
$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Keterangan: integral tentu akan menghasilkan konstanta. Seperti pada formula di atas

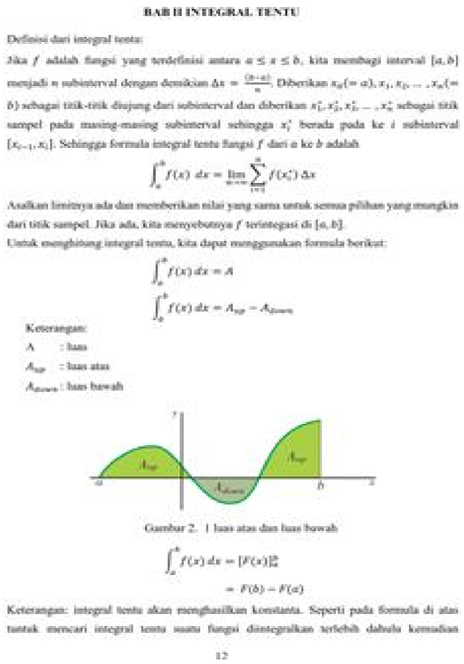


KUMPULAN SOAL MENGHITUNG VOLUME

1. Carilah volume menggunakan metode cakram dari fungsi $f(x) = \frac{1}{3}x^3$:
   a. diputar terhadap sumbu x dengan batas $x = 0$ hingga $x = 2$
   b. diputar terhadap sumbu y dengan batas $x = 0$ hingga $x = 2$
2. Carilah volume menggunakan metode cakram dari $g(x) = \sqrt{x}$ dengan batas $x = 0$ hingga $x = 2$....
3. Carilah volume menggunakan metode kulit tabung dari $f(x) = 3 - \frac{1}{5}x^2$ yang diputar terhadap sumbu y dari $y = 0$ hingga $y = 2$....



p-ISSN: 2622-7525, e-ISSN: 2654-9417



BAB II INTEGRAL TENTU

Definisi dari integral tentu:

Jika f adalah fungsi yang terdefinisi antara $a \leq x \leq b$, kita membagi interval $[a, b]$ menjadi n subinterval dengan demikian $\Delta x = \frac{(b-a)}{n}$. Diberikan $x_0(= a), x_1, x_2, \dots, x_n(= b)$ sebagai titik-titik diujung dari subinterval dan diberikan $x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*$ sebagai titik sampel pada masing-masing subinterval sehingga x_i^* berada pada ke i subinterval $[x_{i-1}, x_i]$. Sehingga formula integral tentu fungsi f dari a ke b adalah

$$\int_a^b f(x)\ dx = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\ \Delta x$$

Asalkan limitnya ada dan memberikan nilai yang sama untuk semua pilihan yang mungkin dari titik sampel. Jika ada, kita menyebutnya f terintegasi di $[a, b]$.

Untuk menghitung integral tentu, kita dapat menggunakan formula berikut:

$$\int_a^b f(x)\, dx = A$$

$$\int_a^b f(x)\, dx = A_{up} - A_{down}$$

Keterangan:

A : luas

A_{up} : luas atas

A_{down} : luas bawah

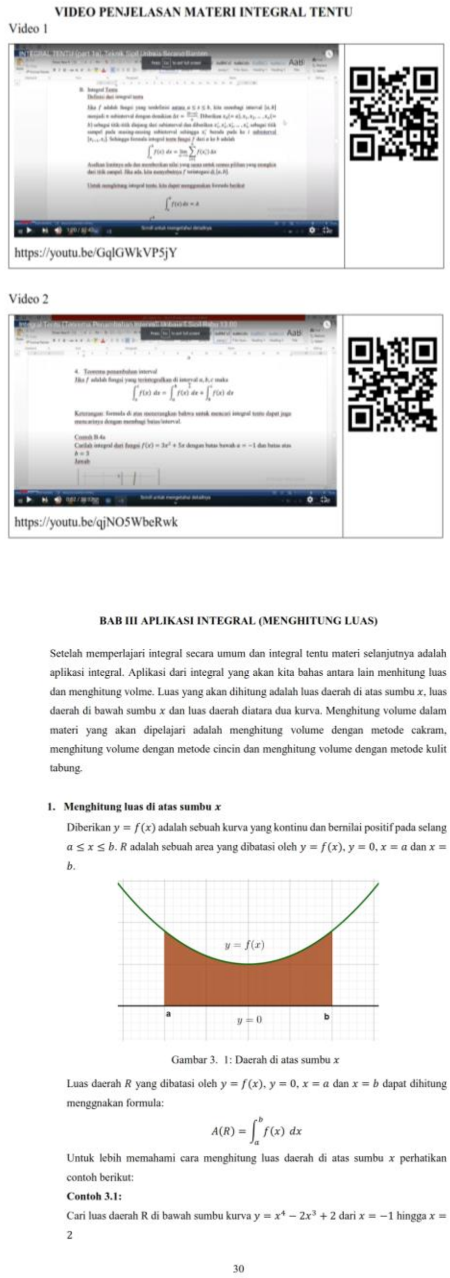
Gambar 2. 1 luas atas dan luas bawah

$$\int_a^b f(x)\, dx = [F(x)]_a^b$$

$$= F(b) - F(a)$$

Keterangan: integral tentu akan menghasilkan konstanta. Seperti pada formula di atas tuntuk mencari integral tentu suatu fungsi diintegralkan terlebih dahulu kemudian

12



VIDEO PENJELASAN MATERI INTEGRAL TENTU

Video 1

https://youtu.be/GqlGWkVP5jY

Video 2

https://youtu.be/qjNO5WbeRwk

BAB III APLIKASI INTEGRAL (MENGHITUNG LUAS)

Setelah memperlajari integral secara umum dan integral tentu materi selanjutnya adalah aplikasi integral. Aplikasi dari integral yang akan kita bahas antara lain menhitung luas dan menghitung volme. Luas yang akan dihitung adalah luas daerah di atas sumbu x, luas daerah di bawah sumbu x dan luas daerah diatara dua kurva. Menghitung volume dalam materi yang akan dipelajari adalah menghitung volume dengan metode cakram, menghitung volume dengan metode cincin dan menghitung volume dengan metode kulit tabung.

1. **Menghitung luas di atas sumbu x**

   Diberikan $y = f(x)$ adalah sebuah kurva yang kontinu dan bernilai positif pada selang $a \leq x \leq b$. R adalah sebuah area yang dibatasi oleh $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$ dan $x = b$.

Gambar 3. 1: Daerah di atas sumbu x

Luas daerah R yang dibatasi oleh $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$ dan $x = b$ dapat dihitung menggnakan formula:

$$A(R) = \int_a^b f(x)\ dx$$

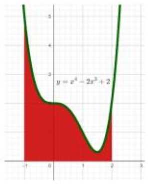
Untuk lebih memahami cara menghitung luas daerah di atas sumbu x perhatikan contoh berikut:

Contoh 3.1:

Cari luas daerah R di bawah sumbu kurva $y = x^4 - 2x^3 + 2$ dari $x = -1$ hingga $x = 2$

30

p-ISSN: 2622-7525, e-ISSN: 2654-9417
http://jurnal.unma.ac.id/index.php/dm



Gambar 3. 2: daerah diatara sumbu x dan $y = x^4 - 2x^3 + 2$

Jawab:

Luas daerah dari $f(x)$ dengan batas $a = -1$ hingga $b = 2$ adalah

$$A(R) = \int_{-1}^{2} (x^4 - 2x^3 + 2)\ dx$$

$= \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{2}{4}x^4 + 2x\right]_{-1}^{2}$

$= \left(\frac{1}{5}(2)^5 - \frac{1}{2}(2)^4 + 2(2)\right) - \left(\frac{1}{5}(-1)^5 - \frac{1}{2}(-1)^4 + 2(-1)\right)$

$= \left(\frac{32}{5} - \frac{16}{2} + 4\right) - \left(\frac{-1}{5} - \frac{1}{2} - 2\right)$

$= \frac{32}{5} - \frac{16}{2} + 4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + 2$

$= \frac{64-80+40+2+5+20}{10}$

$= \frac{51}{10}$

$= 5.1$

Didapat hasil dari perhitungan luas daerah R adalah 5.1 satuan luas

31

Luas daerah tersebut adalah ≈ 4 satuan luas

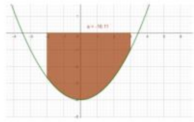
Rumus untuk menghitung luas daerah di bawah sumbu x sama dengan menghitung luas daerah di atas sumbu x hanya saja hasilnya dikalikan dengan negative (-1). Kenapa muncul dikali -1 pada rumus di atas? Untuk memahami perhatikan penjelasan berikut:

1. Hasil dari nilai pengintegralan daerah di bawah sumbu x selalu negative
2. Luas daerah harus bernilai positif
3. Sehingga rumus untuk mencari luas daerah di bawah sumbu x terdapat pengali -1. Pelajari contoh berikut:

Contoh 3.3:

Cari nilai integral $y = \frac{x^2}{3} - 4$ dengan batas $x = -2$ hingga $x = 3$

Jawab



Gambar 3. 4: Daerah dibawah sumbu x dan kurva $y = \frac{x^2}{3} - 4$

$$A(R) = -\int_a^b f(x)\ dx$$

$= \int_{-2}^{3} \left(\frac{x^2}{3} - 4\right) dx$

$= \left[\frac{x^3}{9} - 4x\right]_{-2}^{3}$

$= \left(\frac{(3)^3}{9} - 4(3)\right) - \left(\frac{(-2)^3}{9} - 4(-2)\right)$

$= (3 - 12) - \left(\frac{-8}{9} + 8\right)$

$= 3 - 12 + \frac{8}{9} - 8$

33

2. Menghitung luas di bawah sumbu x

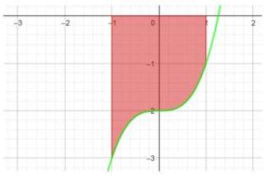
Menghitung luas daerah di bawah sumbu x memiliki cara yang sama dengan menghitung luas di atas sumbu x tetapi berbeda rumusnya. Menghitung luas daerah di bawah sumbu x menggunakan rumus berikut:

$$A(R) = -\int_a^b f(x)\ dx$$

Contoh 3.2:

Cari luas daerah dari $y = x^3 - 2$ dengan batas $x = -1$ dan $x = 1$

Jawab



Gambar 3. 3: Daerah di bawah sumbu x

Didapat informasi dari soal yaitu persamaan kurvanya adalah $y = x^3 - 2$ dengan batas bawah $a = -1$ dan batas atas $b = 1$ sehingga

$$A(R) = -\int_a^b f(x)\ dx$$

$= -\int_{-1}^{1} (x^3 - 2)\ dx$

$= -\left(\frac{1}{4}x^4 - 2x\right)_{-1}^{1}$

$= -\left[\left(\frac{1}{4}(1)^4 - 2(1)\right) - \left(\frac{1}{4}(-1)^4 - 2(-1)\right)\right]$

$= -\left[\left(\frac{1}{4} - 2\right) - \left(\frac{1}{4} + 2\right)\right]$

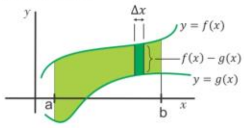
$= -\left[\frac{1}{4} - 2 - \frac{1}{4} - 2\right]$

$= -[-4]$

≈ 4

32

Menghitung luas di antara dua kurva



Gambar 3. 6 Rumus darah diantara dua kurva

Menghitng luas diantara dua kurva menggunakan rumus berikut:

$$A(R) = \int_a^b [f(x) - g(x)]\ dx$$

Keterangan:

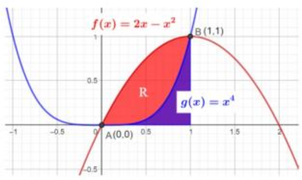
- a adalah batas bawah
- b adalah batas atas
- $f(x)$ adalah fungsi yang berada di atas
- $g(x)$ adalah fungsi yang berada di bawah
- dx oplator pengintegralan terhadap variable x, karena pemotongannya vertikal (lihat Δx)

Pelajari contoh berikut:

Contoh 3.5:

Cari luas daerah yang dibatasi oleh $y = x^4$ dan $y = 2x - x^2$

Jawab



Gambar 3. 7: Daerah diantara kurva $y = x^4$ dan $y = 2x - x^2$

38

p-ISSN: 2622-7525, e-ISSN: 2654-9417

Dari gambar di atas kita mendapatkan informasi bahwa daerah R adalah daerah berwarna merah, kurva atas adalah $y = 2x - x^2$, kurva bawah adalah $y = x^4$, batas bawah $x = 0$ dan batas atas $x = 1$ sehingga:

$$A(R) = \int_a^b [f(x) - g(x)]\ dx$$

$$= \int_a^b [2x - x^2 - (x^4)]\ dx$$

$$= \int_a^b [2x - x^2 - x^4]\ dx$$

$$= \left[x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5\right]_0^1$$

$$= 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{15 - 5 - 3}{15}$$

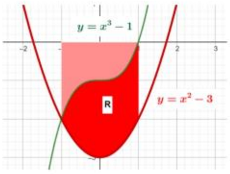
$= \frac{7}{15}$ satuan luas

Pelajari contoh berikut:

Contoh 3.6:

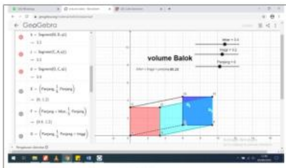
Cari luas daerah R yang dibatasi oleh kurva $y = x^3 - 1$ dan $y = x^2 - 3$ dari $a = -1$ dan $b = 1$

Jawab



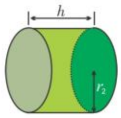
Gambar 3. 8: daerah diantara kurva $y = x^3 - 1$ dan $y = x^2 - 3$ dari $a = -1$ dan $b = 1$

39

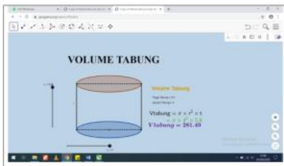


https://www.geogebra.org/m/bhhhtrz3

Mengalikan ketiga sisi dari bangun merupakan cara mencari volume dari bangun yang sisinya berbentuk lurus/datar (tanpa lengkungan) lalu bagaimana menghitung volume pada tabung?

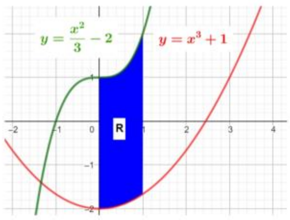


Gambar 4. 1 Tabung



https://www.geogebra.org/m/gzy4demk

47



Gambar 3. 9: Daerah yang dibatasi kurva $y = \frac{x^2}{3} - 2$, kurva $y = x^3 + 1$

Diketahui bahwa kurva atas adalah $f(x) = \frac{x^2}{3} - 2$ dan kurva bawah $g(x) = x^3 + 1$ dengan batas $a = 0$ hingga $b = 1$ sehingga:

$$A(R) = \int_a^b [f(x) - g(x)]\ dx$$

$$= \int_0^1 \left[(x^3 + 1) - \left(\frac{x^2}{3} - 2\right)\right] dx$$

$$= \int_0^1 \left[x^3 + 1 - \frac{x^2}{3} + 2\right] dx$$

$$= \int_0^1 \left[x^3 - \frac{x^2}{3} + 3\right] dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{x^3}{9} + 3x\right]_0^1$$

$$= \left[\left(\frac{1}{4}(1)^4 - \frac{(1)^3}{9} + 3(1)\right) - \left(\frac{1}{4}(0)^4 - \frac{(0)^3}{9} + 3(0)\right)\right]$$

$$= \left[\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + 3\right) - (0)\right]$$

$$= \frac{9 - 4 + 108}{36}$$

$$= \frac{113}{36}$$

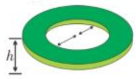
$$\approx 3{,}138$$

Didapat luas daerah R (berwarna biru) adalah 3,138 satuan luas.

41

MENGHITUNG VOLUME MENGGUNAKAN METODE CINCIN

Kita tidak selamanya menghitung benda yang didalamnya selalu pejal, terkadang terdapat benda yang memiliki lubang didalamnya. Bagaimana cara menghitung benda yang didalamnya memiliki rongga.



$$v = A.h$$
$$= \pi(r_2^2 - r_1^2)h$$

Gambar 4. 6 Benda pejal berbentuk seperti cincin

Dari gambar diatas kita dapat melihat bahwa volume benda yang akan dihitung didapat dari benda pejal berbentuk lingkaran yang didalamnya memiliki rongga. Jika kita perhatikan maka volume yang akan dicari didapat dari volume keseluruhan dikurangi volume dari rongga. Perhatikan ilustrasi rumus metode cakram berikut:

Jika pada benda tersebut memiliki r_2 sebagai jari-jari luar, r_1 jari-jari dalam (rongga) dan h sebagai tinggi maka:

$$volume\ yang\ dicari = volume\ benda\ luar - volume\ rongga$$

$$V = (luas\ alas_{luar} \times tinggi) - (luas\ alas_{dalam} \times tinggi)$$

$$V = (\pi\, r_2^2 \times h) - (\pi\, r_1^2 \times h)$$

$$V = \pi\, (r_2^2 - r_1^2)h$$

Dan karena tinggi dari benda tersebut berbentuk melengkung (tidak lurus) maka didapat

$$\Delta V = \pi\, (r_2^2 - r_1^2)\, \Delta x$$

$$V = \int_a^b \pi\, (r_2^2 - r_1^2)\ dx$$

Kita mengetahui bahwa jari-jari pada bangun ini merupakan kurva. Sehingga jari-jari luar r_2 merupakan kurva luar (jauh terhadap sumbu putar) kita sebut saja $f(x)$ dan jari-jari dalam r_1 merupakan kurva dalam (dekat terhadap sumbu putar) kita sebut saja $g(x)$ sehingga:

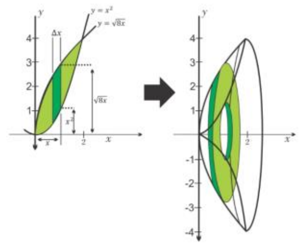
$$V = \int_a^b \pi\, \left(\left(f(x)\right)^2 - \left(g(x)\right)^2\right)\, dx$$

Rumus diatas merupakan rumus dari menghitung volume menggunakan metode cincin. pelajari contoh berikut:

Cari volume benda pejal yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$ dan $y = \sqrt{8x}$ dari $x = 0$ hingga $x = 2$ yang diputar terhadap sumbu x.

52

 http://jurnal.unma.ac.id/index.php/dm
p-ISSN: 2622-7525, e-ISSN: 2654-9417



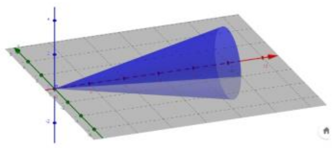
Gambar 4. 7 benda pejal yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$ dan $y = \sqrt{8x}$ dari $x = 0$ hingga $x = 2$ yang diputar terhadap sumbu x

Jawab

Diketahui bahwa kurva luar adalah $y = x^2$ dan kurva dalam adalah $y = \sqrt{8x}$ dengan batas $x = 0$ hingga $x = 2$ yang diputar terhadap sumbu x. Sehingga:

$$
\begin{aligned}
V &= \int_a^b \pi \left((f(x))^2 - (g(x))^2\right) dx \\
&= \int_0^1 \pi \left((x^2)^2 - \left(\sqrt{8x}\right)^2\right) dx \\
&= \int_0^1 \pi \left(x^4 - \left(8x^{\frac{1}{2}}\right)^2\right) dx \\
&= \int_0^1 \pi \left(x^4 - 8x^{\left(\frac{1}{2}\right)(2)}\right) dx \\
&= \int_0^1 \pi \,(x^4 - 8x^1)\, dx \\
&= \pi \int_0^1 (x^4 - 8x^1)\, dx \\
&= \pi \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{8}{2}x^2\right]_0^1 \\
&= \pi \left[\left(\frac{1}{5}(1)^5 - \frac{8}{2}(1)^2\right) - \left(\frac{1}{5}(0)^5 - \frac{8}{2}(0)^2\right)\right] \\
&= \pi \left[\left(\frac{1}{5} - \frac{8}{2}\right) - (0 - 0)\right]
\end{aligned}
$$

53



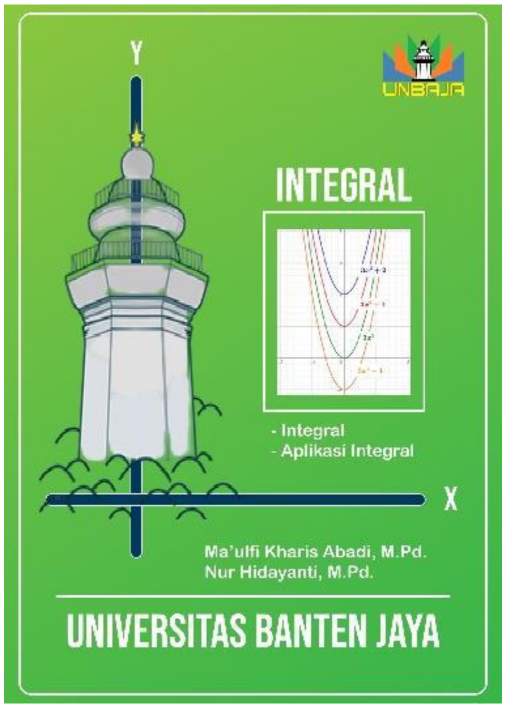
Gambar 4. 10 kurva $f(x) = \frac{1}{5}x$ yang diputar terhadap sumbu x

Ternyata kue Pasung tersebut dapat didekati dengan bentuk geometri. Didapat bahwa bangun tersebut dibuat dari pemutaran $f(x) = \frac{1}{5}x$ terhadap sumbu x dari $a = 0$ hingga $b = 10$. Sehingga:

$$
\begin{aligned}
V &= \pi \int_a^b (f(x))^2\, dx \\
&= \pi \int_0^{10} \left(\frac{1}{5}x\right)^2 dx \\
&= \pi \int_0^{10} \frac{1}{25}\, x^2\, dx \\
&= \pi \left[\frac{1}{25(2+1)}\, x^{2+1}\right]_0^{10} \\
&= \pi \left[\frac{1}{25(3)}\, x^3\right]_0^{10} \\
&= \pi \left[\frac{1}{125}\, x^3\right]_0^{10} \\
&= \pi \left[\left(\frac{1}{125}(10)^3\right) - \left(\frac{1}{125}(0)^3\right)\right] \\
&= \pi \left[\left(\frac{1}{125}(1000)\right) - (0)\right] \\
&= \pi \left[\left(\frac{1000}{125}\right)\right] \\
&= \pi \left[\left(\frac{40}{3}\right)\right] \\
&\approx 41{,}89
\end{aligned}
$$

56

4. Tahap Implementasi
   Pada tahap ini merupakan langkah untuk penerapan media dalam pembelajaran yang telah dibuat. Media pembelajaran terlebih dahulu dievaluasi oleh uji ahli sebelum diuji coba kepada mahasiswa.
5. Tahap Evaluasi
   Tahap ini merupakan tahap evaluasi untuk mengetahui media pembelajaran yang telah dibuat sesuai dengan harapan awal atau tidak. Di tahap terakhir, pada dasarnya evaluasi juga telah dilaksanakan setiap tahapan pengembangan.



Gambar 2. Cover Modul Integral

4. KESIMPULAN

Peneliti menyimpulkan bahwa ada manfaat dari pengenalan perangkat lunak matematika dalam proses pembelajaran. Dari seua tingkatan pengetahuan matematika dapat didorong untuk belajar matematika dengan menggunakan aplikasi GeoGebra. Kecenderungan pengajaran sains saat ini menuntut Penggunaan teknik visualisasi dan GeoGebra sangat cocok dengan tren saat ini. Ada evaluasi terkait agar media lebih baik sehingga

p-ISSN: 2622-7525, e-ISSN: 2654-9417

sesuai dengan revolusi industri 4.0 dan materialnya harus lebih baik sehingga memiliki hubungan dekat dengan konten lokal.

5. REFERENSI

Hidayanti, N. (2020). Analysis of Informatics Engineering Students in Completing the Problem of Calculus I. 410(Imcete 2019), 67–69. https://doi.org/10.2991/assehr.k.200303.018

Hidayanti, N., & Sutanto. (2018). PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN CORE (Connecting, Organizing, Reflecting, Extending) TERHADAP PEMECAHAN BARIS DAN DERET MATEMATIKA. 1(2), 26–36.

Iji, C. O., Ogbole, P. O., & Uka, N. K. (2014). Effect of improvised instructional materials on students achievement in Geometry at the Upper Basic Education Level in Makurdi Metropolis, Benue State, Nigeria. Educational Research and Reviews, 9(15), 504–509. https://doi.org/10.5897/err2014.1778

Laipaka, R., & Kasma, U. (2017). Penerapan Teknologi Informasi Pembelajaran E- Learning Menggunakan ADDIE Model. Seminar Nasional Teknologi Informasi, Komunikasi Dan Industri, 18–19.

Majerek, D. (2014). Application of Geogebra for Teaching Mathematics. Advances in Science and Technology Research Journal, 8(24), 51–54. https://doi.org/10.12913/22998624/567

Mutakin, T. Z. (2015). Analisis Kesulitan Belajar Kalkulus 1 Mahasiswa Teknik Informatika. Formatif: Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA, 3(1), 49–60. https://doi.org/10.30998/formatif.v3i1.113

Parmin, & Peniati, E. (2012). Pengembangan modul mata kuliah strategi belajar mengajar ipa berbasis hasil penelitian pembelajaran. Jurnal Pendidikan IPA Indonesia, 1(1), 8–15. https://doi.org/10.15294/jpii.v1i1.2006

Perwita, D. P., Kandika, P. S., & oktrisma, yesni. (2019). Analisis Model Pengembangan Bahan Ajar (4D, Addie, Assure, Hannafin Dan Peck). https://doi.org/10.31227/osf.io/7bydx

Saparwadi, L. (2015). Peningkatan Kualitas Pembelajaran Kalkulus Integral Melalui Kegiatan Lesson Sudy Di Program Studi Pendidikan Matematika. Jurnal Pendidikan Matematika, 9 No 1(Januari 2015), 35–48.

p-ISSN: 2622-7525, e-ISSN: 2654-9417