

Perbandingan Model Hybrid ARIMAX-FFNN-EGARCH dan Model Hybrid SETAR-Egarh untuk Peramalan (Studi Kasus: Data Cash Outflow dan Inflow Bank Indonesia Kota Kediri)

Agus Suharsono^{1*}, Marieta Monica¹ dan Jerry Dwi Trijoyo Purnomo¹

¹Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Indonesia

*Corresponding author: agus_s@statistika.its.ac.id

Received: 3 March 2022

Accepted: 30 March 2022

Published: 5 April 2022

ABSTRAK – Dalam kehidupan sehari-hari, perekonomian tak lepas dari kebutuhan akan uang. Terkait hal tersebut, dibutuhkan perencanaan pencetakan uang serta komposisi uang yang akan dicetak selama satu tahun kedepan oleh Bank Indonesia. Peramalan cash outflow dan inflow dapat digunakan untuk mengestimasi kebutuhan uang masyarakat. Pada umumnya sering dijumpai permasalahan data deret waktu yang memiliki hubungan linier. Akan tetapi, terdapat pula data deret waktu dengan pola non-linier terutama pada bidang ekonomi. Kejadian tertentu atau terjadinya shock-shock yang menyebabkan adanya pola non-linier dan volatilitas pada data tersebut. Pemodelan non-linier yang digunakan dalam penelitian ini adalah model hybrid ARIMAX-FFNN-EGARCH dan hybrid SETAR-EGARCH. Kedua model diaplikasikan dan dibandingkan pada studi kasus data cash outflow dan inflow bulanan Kantor Perwakilan Bank Indonesia Kota Kediri. Hasil yang didapatkan yaitu penduga parameter Self-Exciting Threshold Autoregressive (SETAR) dengan metode pendugaan parameter Ordinary Least Square (OLS) terbukti memiliki sifat yang tidak bias, linier, dan memiliki varians minimum atau dapat dikatakan memenuhi sifat BLUE (Best Linear Unbiased Estimator). Model untuk peramalan data outflow dan inflow dengan kedua model dapat menangkap efek variasi kalender pola non-linier serta volatilitas yang tidak konstan. Pemodelan untuk peramalan di masa yang akan datang dapat menjadi pertimbangan penting bagi instansi terkait dalam mengambil kebijakan moneter selanjutnya.

Keywords – Outflow-Inflow, Deret Waktu, Hybrid ARIMAX-FFNN-EGARCH, Hybrid SETAR-EGARCH.

I. PENDAHULUAN

Analisis deret waktu sering digunakan untuk melakukan peramalan di berbagai bidang seperti ekonomi, kesehatan, pertanian, meteorologi, dan sebagainya. Pada umumnya sering dijumpai permasalahan data deret waktu yang memiliki hubungan linier. Pemodelan untuk kasus tersebut menggunakan metode klasik seperti *Autoregresion* (AR), *Moving Average* (MA), dan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) [1]. Akan tetapi, tidak semua data memiliki pola linier. Oleh karena itu, terdapat model deret waktu non-linier seperti model *Threshold Autoregressive* (TAR), *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR), *Artificial Neural Network* (ANN), dan lain-lain [2].

Indonesia memiliki bank sentral yang bertugas mengeluarkan dan mengedarkan uang. Bank tersebut bernama Bank Indonesia. Mengeluarkan dan mengedarkan uang Rupiah serta mencabut, menarik dan memusnahkan uang dari peredaran merupakan wewenang Bank Indonesia. Untuk mengetahui jumlah uang yang harus dikeluarkan, Bank Indonesia melakukan estimasi kebutuhan uang masyarakat. Terdapat tiga faktor yang mempengaruhi estimasi kebutuhan uang antara lain jumlah uang masuk (*inflow*), uang keluar (*outflow*) dan banyaknya uang yang dimusnahkan.

Peramalan *outflow* dan *inflow* dapat digunakan untuk mengestimasi kebutuhan uang masyarakat. Metode peramalan yang digunakan Bank Indonesia yaitu dengan model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Akan tetapi dengan metode tersebut belum bisa mengakomodasi permasalahan adanya variabel penjelas lain yang mempengaruhi pemodelan dan peramalan. Metode yang dapat mengakomodir hal tersebut yaitu *Autoregressive Integrated Moving Average with Exogenous* (ARIMAX). Di Indonesia, mayoritas penduduknya beragama Islam. Terkait hal tersebut, efek hari libur Idul Fitri memberikan pengaruh yang besar terhadap *outflow* dan *inflow*.

Tsay dan Chen mengatakan bahwa model linier lebih mudah digunakan dan dapat memberikan aproksimasi yang baik dalam banyak aplikasi [2]. Namun, data tersebut tidak selalu menunjukkan pola linier. Kekurangan ini diatasi dengan metode ANN yang digunakan dalam pemodelan data non-linier. Salah satu metode ANN yang dapat digunakan dalam penelitian ini adalah *Feedforward Neural Network* (FFNN).

Selain adanya pola non-linier, seringkali dijumpai volatilitas yang tidak konstan pada data deret waktu di bidang keuangan. Hal ini menyebabkan pemodelan analisis deret waktu dengan asumsi varians residual konstan atau dikenal dengan homoskedastisitas ragam tidak dapat terpenuhi. Model yang dapat merepresentasikan suatu rangkaian perubahan volatilitas adalah model *Autoregressive Conditional Heterocedasticity* (ARCH) [3]. Pada tahun 1986, Bollerslev mengembangkan model ARCH menjadi model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedacity* (GARCH) dengan memasukkan varians residual di masa lalu. Lalu, dilanjutkan pula pengembangan model tersebut oleh Nelson pada tahun 1991 menjadi model *Exponential Generalized Autoregressive Heterocedasticity* (EGARCH) untuk mewadahi sifat asimetris volatilitas. Model ini tidak membatasi nilai parameter untuk menghindari varians negative seperti pada model ARCH dan GARCH [4]. Oleh karena itu, pada penelitian ini model untuk peramalan *cash outflow* dan *inflow* digunakan model *hybrid* ARIMAX-FFNN – EGARCH.

Selain menggunakan ANN, data non-linier dapat dimodelkan dengan model *Threshold Autoregressive* (TAR). Seiring berjalannya waktu, model ini dikembangkan menjadi model *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR). Model SETAR pertama kali diperkenalkan oleh Tong pada tahun 1990. Keistimewaan dari model ini yaitu dapat membangkitkan dinamika non-linier yang kompleks, menangkap fenomena yang tidak simetris dan lompatan data yang tidak bisa ditangkap oleh model *time series* linier [5]. Penelitian Fathian, dkk. membuktikan bahwa pemodelan hybrid SETAR-GARCH lebih efisien dibandingkan tanpa menggunakan efek GARCH [6]. Selain itu, dikatakan bahwa penggunaan model tersebut dapat meningkatkan efisiensi pemodelan arus sungai dengan menangkap heteroskedastisitas dalam residual *threshold* deret waktu non-linier. Seperti yang telah dijelaskan, EGARCH memiliki keistimewaan khusus dibandingkan GARCH. Oleh karena itu, pada penelitian ini pemodelan untuk peramalan cash outflow dan inflow digunakan pula model hybrid SETAR-EGARCH.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, tujuan penelitian ini adalah mendapatkan kajian teoritis sifat-sifat estimator parameter *Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR), memodelkan data *cash outflow* dan *inflow* di Bank Indonesia Kota Kediri dengan model *hybrid ARIMAX-Feedforward Neural Network* (FFNN)-EGARCH dan *hybrid Self-Exciting Threshold Autoregressive* (SETAR)-EGARCH, serta mendapatkan model terbaik untuk peramalan *cash outflow* dan *inflow* Bank Indonesia Kota Kediri.

II. URAIAN PENELITIAN

A. Analisis Deret Waktu

Deret waktu adalah serangkaian nilai pengamatan yang diambil selama kurun waktu tertentu, pada umumnya dalam interval-interval yang sama panjang [7]. Sebelum menganalisis model deret waktu, diperlukan cek stasioneritas deret waktu. Menurut Cryer dan Chan, suatu deret waktu dikatakan stasioner apabila perilaku proses tidak berubah menurut waktu atau dapat dikatakan proses berada dalam keseimbangan [8]. Kestasioneran dibagi menjadi dua yaitu kestasioneran terhadap ragam dan rata-rata [9]. Data deret waktu dikatakan stasioner terhadap ragam apabila data berfluktuasi dengan ragam konstan dari waktu ke waktu. Data dikatakan stasioner terhadap rata-rata apabila plot autokorelasi 95% dari data masuk ke dalam selang $\pm \frac{2}{\sqrt{n-k}}$.

B. Model Autoregressive Integrated Moving Average with Exogenous (ARIMAX)

Modifikasi dari pemodelan ARIMA dengan tambahan peubah penjelas yang memiliki pengaruh signifikan dapat disebut pemodelan *Autoregressive Integrated Moving Average Exogeneous* (ARIMAX) [8]. Menurut Liu, data deret waktu bulanan memiliki efek variasi kalender seperti efek hari perdagangan dan efek hari libur [10]. Di Indonesia, mayoritas penduduknya beragama Islam. Terkait hal tersebut, efek hari libur Idul Fitri memberikan pengaruh yang besar terhadap outflow dan inflow. Oleh karena itu, digunakan efek variasi kalender hari Raya Idul Fitri dalam penelitian ini. Persamaan (1) merupakan model ARIMAX dengan tren stokastik [11].

$$Z_t = \beta_1 V_{1,t} + \beta_2 V_{2,t} + \dots + \beta_p V_{p,t} + \gamma_1 M_{1,t} + \gamma_2 M_{2,t} + \dots + \gamma_s M_{s,t} + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)(1-B)^d} a_t \tag{1}$$

Sedangkan persamaan (2) merupakan model ARIMAX dengan tren deterministik [11].

$$Z_t = \delta t + \beta_1 V_{1,t} + \beta_2 V_{2,t} + \dots + \beta_p V_{p,t} + \gamma_1 M_{1,t} + \gamma_2 M_{2,t} + \dots + \gamma_s M_{s,t} + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} a_t \tag{2}$$

C. Uji Non-Linieritas Terasvirta

Salah satu metode pengujian non-linieritas yaitu uji Terasvirta. Pengujian ini hampir sama dengan white test dimana keduanya digunakan pada model neural network. Berdasarkan penelitian Mahdiloo, dkk. mengatakan bahwa perbedaan kedua uji tersebut terletak pada parameter neural network yang diuji menggunakan uji Terasvirta berdasarkan pada deret Taylor, sedangkan white test dipilih secara acak [12].

D. Model Artificial Neural Network (ANN)

Zhang mengatakan bahwa ANN adalah model komputasi yang kompleks untuk memproses informasi dan mengidentifikasi pola dimana memiliki karakteristik yang mirip dengan jaringan syaraf biologis [13]. Karakteristik neural network dapat digambarkan berdasarkan pola koneksi antar neuron (disebut arsitektur), metode penentuan bobot koneksi (disebut training atau learning, algoritma), dan fungsi aktivasinya [14]. Fausset menyatakan bahwa ANN dikelompokkan menjadi dua, yaitu single layer dan multilayer.

Sesuai dengan fungsi pemodelan ANN untuk memodelkan data nonlinier, dibutuhkan fungsi aktivasi untuk menangkap ke-nonlinieritasan tersebut. Berdasarkan penelitian Lewis, fungsi aktivasi yang sering digunakan yaitu sigmoid (logistik) dimana terdiferensiasi berbentuk "S" [15].

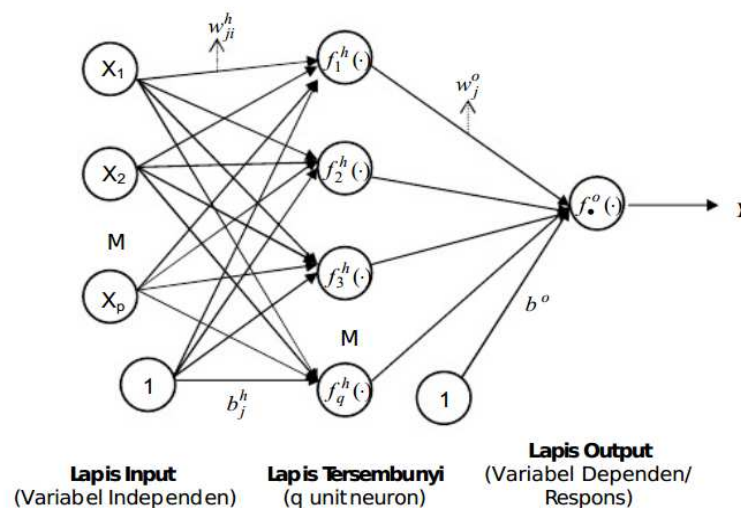
Menurut Lewis, algoritma pembelajaran untuk multi-layer perceptron (MLP) yang sering digunakan yaitu backpropagation [15]. Ide dasar algoritma ini menggunakan pendekatan gradient descent untuk menyesuaikan dan menentukan bobot sedemikian rupa sehingga fungsi kesalahan keseluruhan seperti SSE dapat diminimalkan [13].

Pendekatan gradient descent merupakan salah satu algoritma yang paling populer untuk melakukan optimasi pada neural network. Penurunan gradien memperbarui parameter secara iterative untuk meminimalkan error dimana mengikuti arah kemiringan fungsi kerugian (loss function) sampai mencapai lembah [15].

Selanjutnya adalah penentuan learning rate untuk menentukan kecepatan pembelajaran atau seberapa banyak langkah yang diambil untuk mencapai minimum dengan algoritma gradient descent. Penentuan banyaknya learning rate menggunakan trial and error [15].

E. Feedforward Neural Network (FFNN)

FFNN disebut juga sebagai multi-layer perceptron [15]. Metode ini dapat memecahkan masalah deret waktu non-linier untuk peramalan baik dengan peramalan multi-input. Ada beberapa jenis jaringan syaraf tiruan seperti Radial-Basis Function Networks, Generalized Regression Neural Networks, Feedforward Neural Networks (FFNN), dll. Berdasarkan penelitian Awchi dikatakan bahwa FFNN memberikan hasil yang lebih baik daripada GRNN dan RBFN dalam memodelkan data deret waktu [16]. Gambar 1 menunjukkan arsitektur jaringan FFNN yang terdiri dari lapisan input, lapisan tersembunyi, dan lapisan output.



Gambar 1. Arsitektur FFNN

Secara umum persamaan model FFNN dapat dilihat pada persamaan (3) [17].

$$\hat{Y}_{(k)} = f^0 \left[\sum_{j=1}^q \left[w_j^0 f_j^h \left(\sum_{i=1}^p w_{ji}^h x_{i(k)} + b_j^h \right) + b^0 \right] \right] \tag{3}$$

F. Model ARIMAX-EGARCH

Menurut Gouriéroux, model ARMA (p,q)-GARCH (a,b) dapat dijabarkan menjadi persamaan (4) [18].

$$Y_t - \mu = \sum_{i=1}^p \phi_i (Y_{t-i} - \mu) + \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j} + a_t$$

$$a_t = z_t \sigma_t, z_t \sim IID(0,1) \tag{4}$$

$$\sigma_t^2 = K + \sum_{j=1}^a a_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^b \beta_i a_{t-i}^2$$

dimana a_t merupakan residual yang tidak berkorelasi dan memiliki rata-rata nol, μ merupakan rata-rata deret waktu, ϕ koefisien autoregressive, dan θ merupakan koefisien moving average. σ_t^2 merupakan ragam dari a_t dan bergantung pada residual kuadrat pada periode a dan b sebelumnya [18]. Berdasarkan model ARMA-GARCH persamaan (4), maka model ARIMAX (p,q) – EGARCH (a,b) dapat dijabarkan menjadi persamaan (5).

$$\begin{aligned}
 Z_t &= \delta t + \beta_1 V_{1,t} + \beta_2 V_{2,t} + \dots + \beta_p V_{p,t} + \gamma_1 M_{1,t} + \gamma_2 M_{2,t} + \dots + \\
 &\quad \gamma_s M_{s,t} + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} a_t \\
 a_t &= z_t \sigma_t, z_t \sim IID(0,1) \\
 \ln(\sigma_t^2) &= \alpha_0 + \sum_{j=1}^a \left(\alpha_j \frac{|a_{t-j}|}{\sigma_{t-j}} + \left(\gamma_j \frac{|a_{t-j}|}{\sigma_{t-j}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) \right) + \sum_{i=1}^b \beta_i \ln(\sigma_{t-i}^2)
 \end{aligned} \tag{5}$$

G. Model EGARCH

Pada data deret waktu di bidang finansial, seringkali dijumpai nilai volatilitas yang tinggi. Hal itu dapat dilihat dari fluktuasi data yang cukup tinggi. Pengujian homogenitas ragam residual dapat menggunakan uji *Lagrange Multiplier* (LM). *LM Test* digunakan pula untuk menguji adanya efek ARCH pada data deret waktu [19]. Pengujian ini merupakan pengujian heteroskedastisitas dari regresi *time series* residual dengan hipotesis sebagai berikut.

- $H_0 : \varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_s = 0$ (tidak terdapat efek ARCH-GARCH)
- $H_1 : \text{Minimal ada satu } \varphi_i \neq 0$ (terdapat efek ARCH-GARCH)

H. Model Self-Exciting Threshold Autoregressive (SETAR)

Model SETAR merupakan pengembangan dari model *Threshold Autoregressive* (TAR). Model SETAR pertama kali diperkenalkan oleh Tong pada tahun 1990. Keistimewaan dari model ini yaitu dapat membangkitkan dinamika non-linier yang kompleks, menangkap fenomena yang tidak simetris dan lompatan data yang tidak bisa ditangkap oleh model *time series* linier [5]. Model TAR mengasumsikan bahwa *regime* ditentukan dari nilai *threshold*. Pada kasus khusus, variabel *threshold* dianggap sebagai nilai *lagged* pada deret waktu itu sendiri. Ketika *regime* ditentukan dari deret waktu itu sendiri, model yang dihasilkan disebut *Self-Exciting TAR* (SETAR) Model (Franses & Dijk, 2003). Persamaan (6) merupakan model SETAR dengan 2 *regime* [6].

$$Y_t = \begin{cases} \varphi_0^{(1)} + \sum_{i=1}^p \varphi_i^{(1)} Y_{t-i} + \varepsilon_t & \text{jika } Y_{t-d} \leq \tau \\ \varphi_0^{(2)} + \sum_{i=1}^r \varphi_i^{(2)} Y_{t-i} + \varepsilon_t & \text{jika } Y_{t-d} > \tau \end{cases} \tag{6}$$

I. Model Hybrid

Model *hybrid* merupakan gabungan atau kombinasi dari beberapa model. Model peramalan *hybrid* dengan dua level, pertama kali diperkenalkan oleh Zhang [20]. Dua level tersebut terdiri dari level pertama untuk model linier dan level kedua untuk model non-linier. Menurut Zhang, model kombinasi dapat dilihat pada persamaan (7) [20].

$$Y_t = L_t + N_t \tag{7}$$

dimana L_t merupakan komponen linier dan N_t merupakan komponen non-linier. Model ARIMAX sebagai model linier dan FFNN sebagai model non linier. Model ramalan gabungan kedua metode dapat dilihat pada persamaan (8) [20].

$$\hat{Y}_t = \hat{L}_t + \hat{N}_t \tag{8}$$

dimana \hat{Y}_t merupakan gabungan hasil ramalan dari model ARIMAX dan FFNN.

J. Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik untuk peramalan diperlukan suatu ukuran. Fathian, dkk. menggunakan RMSE sebagai metode evaluasi untuk memilih model yang sesuai [6]. Rumusan RMSE *training* ($RMSE_{training}$) dapat dilihat pada persamaan (9) [21]. Sedangkan RMSE *testing* ($RMSE_{testing}$) dapat dilihat pada persamaan (10) [22].

$$RMSE_{training} = \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_{m=1}^Q (Y_{m+q} - \hat{Y}_m(q))^2} \tag{9}$$

$$RMSE_{testing} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (Y_{n+l} - \hat{Y}_n(l))^2} \tag{10}$$

dimana m merupakan banyaknya pengamatan *in-sample* (*training*), Q merupakan banyaknya pengamatan *out-sample* (*testing*), n merupakan banyaknya pengamatan keseluruhan, L merupakan periode ramalan. Selain RMSE, digunakan *Symmetric Mean Absolute Percentage Error* (sMAPE) untuk evaluasi model. sMAPE lebih stabil dibandingkan MAPE [23]. Rumusan sMAPE *training* (sMAPE_{training}) dapat dilihat pada persamaan (11) [21]. Sedangkan sMAPE *testing* (sMAPE_{testing}) dapat dilihat pada persamaan (12) [22].

$$sMAPE_{training} = \left(\frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \frac{2|Y_{m+q} - \hat{Y}_m(q)|}{(|Y_{m+q}| + |\hat{Y}_m(q)|)} \right) \times 100\% \tag{11}$$

$$sMAPE_{testing} = \left(\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \frac{2|Y_{n+l} - \hat{Y}_n(l)|}{(|Y_{n+l}| + |\hat{Y}_n(l)|)} \right) \times 100\% \tag{12}$$

Sebagai perbandingan ketiga, digunakan pula ukuran evaluasi model *Mean Absolute Error* (MAE) dimana rumusannya dapat dilihat pada persamaan (13) dan (14) [24].

$$MAE_{training} = \frac{1}{Q} \sum_{m=1}^Q |Y_{m+q} - \hat{Y}_m(q)| \tag{13}$$

$$MAE_{testing} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |Y_{n+l} - \hat{Y}_n(l)| \tag{14}$$

K. Cash Outflow dan Inflow

Bank Indonesia sebagai bank sentral memiliki wewenang dalam mengedarkan, mengeluarkan, mencabut, memusnahkan dan menarik uang layak edar di masyarakat. Ketersediaan uang layak edar tersebut tercermin oleh jumlah dan laju pertumbuhan uang kartal yang diedarkan maupun aliran uang kartal yang keluar dari Bank Indonesia ke perbankan dan masyarakat (*outflow*) dan aliran uang kartal yang masuk melalui Bank Indonesia (*inflow*) [25]. Terkait akan hal tersebut, sebelum mencetak maupun memusnahkan uang, Bank Indonesia membuat perencanaan serta perkiraan *outflow* dan *inflow* yang akan datang.

III. METODOLOGI PENELITIAN

A. Sumber Data dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder bulanan yang diperoleh dari Kantor Perwakilan Bank Indonesia Kota Kediri dari bulan Januari 2005 hingga Februari 2021. Variabel yang digunakan pada penelitian ini terdiri dari dua variabel respon dan variabel *dummy* yang menyatakan efek musiman dan variasi kalender hari raya Idul Fitri. Variabel *dummy* berdasarkan periode variasi kalender hari raya Idul Fitri dimana informasinya dapat dilihat pada Tabel 1. Data yang digunakan sebanyak 194 data, dengan 172 data untuk pemodelan (*in sample*) dan 22 data untuk validasi (*out sample*). Data *out sample* mulai bulan Mei 2019 hingga Februari 2021, dimana pada periode tersebut mengandung variasi kalender hari Raya Idul Fitri.

Tabel 1. Hari Raya Idul Fitri 2005-2020

Tahun	Minggu Idul Fitri	Tanggal Idul Fitri
2005	Minggu ke-1	3-4 November 2005
2006	Minggu ke-4	23-24 Oktober 2006
2007	Minggu ke-2	12-13 Oktober 2007
2008	Minggu ke-1	1-2 Oktober 2008
2009	Minggu ke-3	20-21 September 2009
2010	Minggu ke-2	9-10 September 2010
2011	Minggu ke-4	30-31 Agustus 2011
2012	Minggu ke-3	18-19 Agustus 2012
2013	Minggu ke-2	8-9 Agustus 2013
2014	Minggu ke-4	28-29 Juli 2014
2015	Minggu ke-3	17-18 Juli 2015
2016	Minggu ke-1	6-7 Juli 2016
2017	Minggu ke-4	24-25 Juni 2017
2018	Minggu ke-3	14-15 Juni 2018
2019	Minggu ke-1	3-4 Juni 2019
2020	Minggu ke-4	23-24 Mei 2020

B. Langkah Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian yang telah dipaparkan, langkah-langkah dalam penelitian secara umum sebagai berikut.

1. Mendefinisikan model SETAR dan mendapatkan estimator parameter SETAR menggunakan metode OLS.
2. Mendapatkan sifa-sifat estimator parameter SETAR
3. Melakukan analisis statistika deskriptif untuk mengetahui karakteristik *outflow* dan *inflow* uang kartal bulanan di Kota Kediri.
4. Membagi data menjadi dua bagian yaitu data *in sample* dan *out sample* dan menentukan variabel *dummy* berdasarkan periode variasi kalender hari raya Idul Fitri.
5. Memodelkan data *outflow* dan *inflow* menggunakan *hybrid* ARIMAX-FFNN-EGARCH dengan dan tanpa *backward elimination* serta *hybrid* SETAR-EGARCH.
6. Memilih model terbaik dengan RMSE, sMAPE, dan MAE.
7. Melakukan peramalan *outflow* dan *inflow* menggunakan model terbaik.

IV. RESULTS AND DISCUSSION

A. Kajian Teoritis

Pendugaan parameter SETAR menggunakan *Ordinary Least Square* dan didapatkan penduga parameter seperti persamaan (15).

$$\hat{\phi} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \tag{15}$$

dengan \mathbf{y} merupakan vektor berukuran $[(n-p-r) \times 1]$ yang terdiri dari data deret waktu *regime lower* dan *regime upper* yaitu $Y_t^{(1)}, Y_{t+1}^{(1)}, \dots, Y_T^{(1)}, Y_t^{(2)}, Y_{t+1}^{(2)}, \dots, Y_T^{(2)}$, \mathbf{X} merupakan matriks variabel independent yaitu $1, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$ yang berukuran $[(n-p-r) \times (p+r+1)]$, ϕ merupakan vektor parameter model dengan ukuran $[(p+r+1) \times 1]$, ϵ merupakan vektor residual yang berukuran $[(n-p-r) \times 1]$ [5]. Metode OLS memiliki sifat-sifat estimator yaitu *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE) [26]. Berikut merupakan pembuktian sifat-sifat estimator SETAR yang mengikuti sifat BLUE.

[1] Tidak bias (*Unbiased*)

Penduga parameter SETAR ($\hat{\phi}$) dikatakan tidak bias jika nilai harapan dari penduga tersebut sama dengan parameternya (ϕ) dan dibuktikan melalui persamaan (16).

$$\begin{aligned} E[\hat{\phi}] &= E\left[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \right] \\ &= E\left[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{X}\phi + \epsilon) \right] \\ &= E\left[(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X}\phi + (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \epsilon \right] \\ &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} E[\phi] + (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T E[\epsilon] \\ &= \mathbf{I} E[\phi] \\ E[\hat{\phi}] &= \phi \end{aligned} \tag{16}$$

[2] Linier

Selain tidak bias, perlu dibuktikan sifat linier dari penduga parameter SETAR. Dikarenakan $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$ merupakan suatu matriks kombinasi linier dengan bilangan tetap maka sifat linier dari estimator parameter SETAR (ϕ) terbukti terpenuhi atau dengan kata lain $\hat{\phi}$ adalah fungsi linier dari \mathbf{y} .

[3] Variansi minimum (*Best*)

Sifat ini ingin dibuktikan bahwa ragam estimator parameter SETAR lebih kecil atau sama dengan ragam estimator parameter tak bias lainnya. Langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan ragam estimator SETAR seperti persamaan (17).

$$\begin{aligned}
 \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}) &= E\left[(\hat{\boldsymbol{\phi}} - \boldsymbol{\phi})^2\right] \\
 &= E\left[(\hat{\boldsymbol{\phi}} - \boldsymbol{\phi})(\hat{\boldsymbol{\phi}} - \boldsymbol{\phi})^T\right] \\
 &= E\left[(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\right] \\
 &= (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T E[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T]\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1} \\
 &= \sigma^2(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1} \\
 &= \sigma^2(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{I} \\
 \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}) &= \sigma^2(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Misalkan matriks baru \mathbf{C} dimana $\mathbf{CX} = \mathbf{I}$. Selain itu, dapat dituliskan pula $\mathbf{C} = \mathbf{D} + (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$ dimana $\mathbf{DX} = \mathbf{0}$. Matriks \mathbf{C} merupakan matriks linier dan tidak bias sehingga dapat dituliskan $\mathbf{D} = \mathbf{C} - (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$ dimana $\boldsymbol{\phi}_0 = \mathbf{C}\mathbf{y}$. Selanjutnya, mendapatkan ragam dari estimator $\hat{\boldsymbol{\phi}}_0$ dan membandingkannya dengan ragam dari estimator $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ dimana $\text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0)$ dapat dilihat pada persamaan (18).

$$\text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0) = (\boldsymbol{\phi}_0 - \boldsymbol{\phi})(\boldsymbol{\phi}_0 - \boldsymbol{\phi})^T
 \tag{18}$$

Jika $\boldsymbol{\phi}_0 = \mathbf{C}\mathbf{y}$ dan $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\varepsilon}$ maka didapatkan persamaan (19).

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\phi}_0 &= \mathbf{C}(\mathbf{X}\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\varepsilon}) \\
 \boldsymbol{\phi}_0 &= \mathbf{CX}\boldsymbol{\phi} + \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Selanjutnya, diketahui bahwa $\mathbf{CX} = \mathbf{I}$ maka didapatkan persamaan (20).

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\phi}_0 &= \boldsymbol{\phi} + \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} \\
 \boldsymbol{\phi}_0 - \boldsymbol{\phi} &= \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

Persamaan (18) dapat dijabarkan menjadi persamaan (21) dengan mensubstitusi persamaan (20).

$$\begin{aligned}
 \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0) &= (\mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon})(\mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon})^T \\
 \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0) &= (\mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon})(\boldsymbol{\varepsilon}^T\mathbf{C}^T)
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Diketahui pada metode OLS bahwa nilai harapan dari residual kuadrat pada \mathbf{X} yang independen adalah $\sigma^2\mathbf{I}$ dan $\mathbf{C} = \mathbf{D} + (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$ maka persamaan (21) dapat dijabarkan menjadi persamaan (22).

$$\begin{aligned}
 \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0) &= \sigma^2\mathbf{I}(\mathbf{C}\mathbf{C}^T) \\
 \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0) &= \sigma^2\left(\mathbf{D} + (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\right)\left(\mathbf{D} + (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\right)^T \\
 \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0) &= \sigma^2\left(\mathbf{D} + (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{D}^T\right) \\
 \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0) &= \sigma^2\left(\mathbf{D}\mathbf{D}^T + (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\right) \\
 \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0) &= \sigma^2(\mathbf{D}\mathbf{D}^T) + \sigma^2(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Karena ragam dari $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ yaitu $\sigma^2(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ maka persamaan 22) dapat dijabarkan menjadi persamaan (23).

$$\text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_0) = \sigma^2(\mathbf{D}\mathbf{D}^T) + \text{var}(\hat{\boldsymbol{\phi}})
 \tag{23}$$

Oleh karena $\mathbf{D}\mathbf{D}^T$ merupakan bentuk kuadrat dimana hasilnya tidak mungkin negatif, sehingga ragam dari $\hat{\boldsymbol{\phi}}_0$ akan sama dengan atau lebih besar dari ragam $\hat{\boldsymbol{\phi}}$. Karena ragam non-negatif, sehingga ada kemungkinan sama dengan nol. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat estimator linier dan tidak bias yang memiliki ragam lebih kecil dibandingkan estimator OLS dan terbukti bahwa estimator parameter SETAR ($\hat{\boldsymbol{\phi}}$) memenuhi sifat *best*.

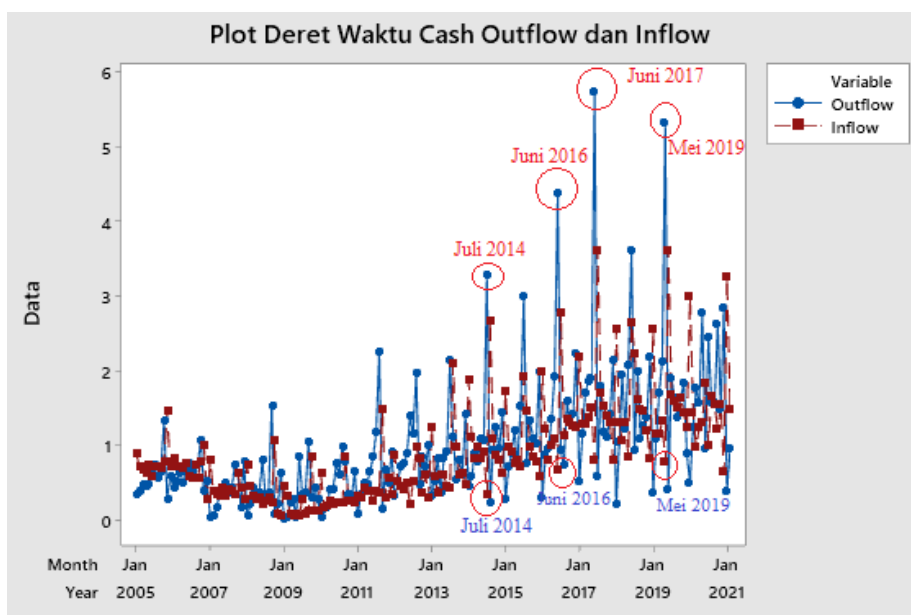
B. Karakteristik Data

Sebelum melakukan analisis data didahului dengan statistika deskriptif untuk mengetahui karakteristik data *outflow* dan *inflow*. Statistika deskriptif *cash outflow* dan *inflow* bulanan Kota Kediri dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Statistika Deskriptif Cash Outflow dan Inflow Kota Kediri

	Rata-rata (Triliun Rupiah)	0,901
<i>Cash Inflow</i>	Standard deviasi	0,674
	Minimum	0,059
	Maksimum	3,623
	Rata-rata (Triliun Rupiah)	0,991
<i>Cash Outflow</i>	Standard deviasi	0,855
	Minimum	0,006
	Maksimum	5,747

Berdasarkan Tabel 1 menunjukkan bahwa sebagian besar nilai *cash inflow* Kota Kediri sebesar 901 miliar Rupiah dan *outflow* sebesar 991 miliar Rupiah selama tahun 2005 hingga 2021 dengan periode bulanan. Nilai *inflow* tertinggi sebesar 3,623 triliun Rupiah pada bulan Juni 2019 sedangkan *outflow* tertinggi sebesar 5,747 triliun Rupiah pada bulan Juni 2017. Baik bulan Juni 2017 maupun Juni 2019 merupakan bulan yang bertepatan dengan hari raya Idul Fitri, seperti biasanya terjadi kenaikan pada beberapa kebutuhan seperti sembako, telur, dan juga daging. Selain itu, juga terdapat pola konsumsi masyarakat yang meningkat. Hal tersebut berpengaruh pada besarnya *cash inflow* dan *cash outflow*. Hasil standar deviasi data menggambarkan bahwa kedua variabel cukup beragam.



Gambar 2. Plot Data Cash Inflow dan Outflow Kota Kediri

Berdasarkan Gambar 2 menunjukkan fluktuasi data yang beragam dengan kecenderungan terus meningkat hingga tahun 2021 baik *inflow* maupun *outflow*. Beberapa titik seperti bulan Juli 2014, Juni 2016, Juni 2017, Mei 2019, dan beberapa bulan lainnya yang mengalami lonjakan pada *cash outflow*. Bulan-bulan tersebut bertepatan dengan bulan terjadinya hari raya Idul Fitri serta mendekati hari raya Idul Fitri. Apabila diperhatikan, *cash outflow* dan *inflow* cenderung memberikan pola yang berkebalikan. Oleh karena dapat dilihat bahwa ada indikasi bahwa hari raya Idul Fitri mempengaruhi *outflow* maupun *inflow*, maka hal itulah yang dialisis dan dimodelkan lebih lanjut dengan melibatkan variabel eksogen efek variasi kalender hari Raya Idul Fitri.

C. Pemodelan Hybrid ARIMAX- FFNN-EGARCH

Secara umum, model *hybrid* ARIMAX (1,1,1) – FFNN – EGARCH (1,1) dengan *backward elimination* untuk variabel *cash outflow* dapat dilihat pada persamaan (24) dan (25). Berdasarkan model yang terbentuk dapat disimpulkan bahwa variabel *outflow* Kota Kediri pada periode ke-*t* dipengaruhi oleh variabel *outflow* pada 1 periode (bulan) sebelumnya, variabel *dummy* musiman pada bulan Januari, Juni, Desember, sisaan pada periode ke-*t*, variabel *dummy* satu bulan sebelum hari Raya Idul Fitri pada minggu pertama dan kedua, serta variabel *dummy* saat hari Raya Idul Fitri pada minggu ketiga dan keempat.

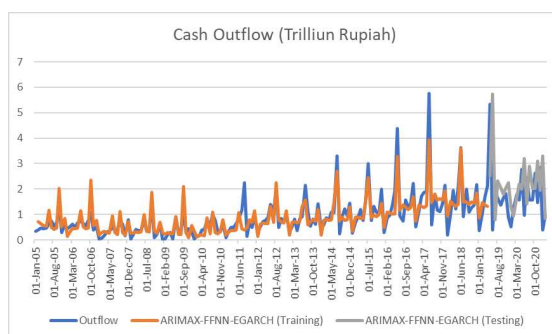
$$\hat{Y}_{1,t} = -0,523M_{1,t} + 0,666M_{6,t} + 0,441M_{12,t} + 1,555V_{1,t-1} + 0,869V_{2,t-1} + 1,559V_{3,t} + 1,857V_{4,t} + \frac{a_{1,t} + 0,844a_{1,t-1}}{a_{1,t} - 0,823a_{1,t-1} - 0,177a_{1,t-2}} \tag{24}$$

$$\hat{a}_{1,t} = f^0((1,218f_1^h(-0,520a_{1,t-1} - 1,483) + 1,233f_2^h(0,566a_{1,t-1} - 1,483) + 1,190f_3^h(-0,153a_{1,t-1} - 1,767) - 0,210)$$

dimana $\hat{a}_{1,t} = \hat{z}_{1,t}\hat{\sigma}_{1,t}$, $\hat{z}_{1,t} \sim IID(0,1)$,

$$\sigma_{1,t} = \sqrt{e^{-4,310 + 0,553 \frac{|a_{1,t-1}|}{\sigma_{1,t-1}} + \left(0,561 \frac{|a_{1,t-1}|}{\sigma_{1,t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)}} \tag{25}$$

Lalu, dilakukan prediksi berdasarkan model tersebut dimana plot data deret waktunya dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Fit Model ARIMAX-FFNN-EGARCH Data Outflow

Di sisi lain, pemodelan ARIMAX-FFNN-EGARCH juga dilakukan tanpa melakukan *backward elimination* pada tahapan regresi deret waktu yang bertujuan ingin melihat apakah hasil peramalan lebih mengikuti pola sebenarnya dengan melibatkan seluruh variabel *dummy*. Pemodelan yang terbentuk yaitu ARIMAX (2,0,1)-FFNN-EGARCH (1,1) dimana pemodelannya dapat dilihat pada persamaan (26).

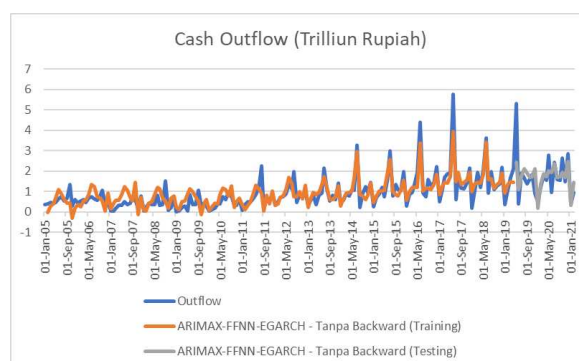
$$\hat{Y}_{1,t} = 0,007t - 0,320M_{1,t} - 0,033M_{2,t} + 0,231M_{3,t} + 0,240M_{4,t} + 0,315M_{5,t} + 0,771M_{6,t} + 0,379M_{7,t} + 0,334M_{8,t} + 0,029M_{9,t} + 0,061M_{10,t} + 0,202M_{11,t} + 0,629M_{12,t} + 1,676V_{1,t-1} + 0,747V_{2,t-1} + 0,170V_{3,t-1} + 0,121V_{4,t-1} - 0,312V_{1,t} + 0,410V_{2,t} + 1,454V_{3,t} + 1,911V_{4,t} - 0,353V_{1,t+1} - 0,054V_{2,t+1} - 0,372V_{3,t-1} - 0,416V_{4,t-1} + \frac{a_{1,t} + 0,819a_{1,t-1}}{a_{1,t} - 0,767a_{1,t-1} - 0,195a_{1,t-2}} \tag{26}$$

$$\hat{a}_{1,t} = f^0((2,883f_1^h(0,083a_{1,t-1} - 0,836) - 0,502)$$

dimana $\hat{a}_{1,t} = \hat{z}_{1,t}\hat{\sigma}_{1,t}$, $\hat{z}_{1,t} \sim IID(0,1)$,

$$\hat{\sigma}_{1,t} = \sqrt{e^{-0,356 + 0,096 \frac{|a_{1,t-1}|}{\sigma_{1,t-1}} + \left(-0,038 \frac{|a_{1,t-1}|}{\sigma_{1,t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)} + 0,918 \ln(\sigma_{1,t-1})} \tag{27}$$

Setelah mendapatkan model seperti persamaan (26) dan (27), dilakukan prediksi berdasarkan model tersebut dimana plot data deret waktunya dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Fit Model ARIMAX-FFNN-EGARCH Tanpa Backward Elimination (Outflow)

Variabel *inflow* juga dimodelkan *hybrid* ARIMAX (1,1,1) – FFNN – EGARCH (1,1) dengan *backward elimination* yang dapat dilihat pada persamaan (28) dan (29). Berdasarkan model yang terbentuk dapat disimpulkan bahwa variabel *inflow* Kota Kediri pada periode ke-*t* dipengaruhi oleh variabel *inflow* pada 1 periode (bulan) sebelumnya, variabel *dummy* musiman pada bulan Januari, sisaan pada periode ke-*t*, variabel *dummy* saat hari Raya Idul Fitri pada minggu pertama, kedua, dan ketiga, serta variabel *dummy* satu bulan setelah hari Raya Idul Fitri pada minggu ketiga dan keempat.

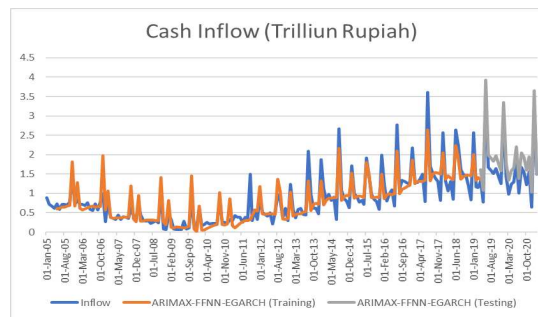
$$\hat{Y}_{2,t} = 0,643M_{1,t} + 1,115V_{1,t-1} + 0,811V_{2,t-1} + 0,930V_{3,t} + 0,624V_{3,t+1} + 1,321V_{4,t+1} + \frac{a_{2,t} + 0,775a_{2,t}}{a_{2,t} - 0,861a_{2,t-1} + 0,139a_{2,t-2}} \tag{28}$$

$$\hat{a}_{2,t} = f^0((1,185f_1^h(-0,155a_{2,t-1} + 0,315) - 0,411f_2^h(-1,028a_{2,t-1} + 0,539) + 0,007)$$

dimana $\hat{a}_{2,t} = \hat{z}_{2,t}\hat{\sigma}_{2,t}$, $\hat{z}_{2,t} \sim IID(0,1)$,

$$\sigma_{2,t} = \sqrt{e^{-0,776 + 0,0634 \frac{|a_{2,t-1}|}{\sigma_{2,t-1}} + \left(-0,230 \frac{|a_{2,t-1}|}{\sigma_{2,t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) + 0,985 \ln(\sigma_{2,t-1})}} \tag{29}$$

Setelah mendapatkan model seperti persamaan (28) dan (29), dilakukan prediksi berdasarkan model tersebut dimana plot data deret waktunya dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Fit Model ARIMAX-FFNN-EGARCH Data Inflow

Di sisi lain, pemodelan ARIMAX-FFNN-EGARCH juga dilakukan tanpa melakukan *backward elimination* pada tahapan regresi deret waktu yang bertujuan ingin melihat apakah hasil peramalan lebih mengikuti pola sebenarnya dengan melibatkan seluruh variabel *dummy*. Pemodelan yang terbentuk yaitu ARIMAX (2,0,1)-FFNN-EGARCH (1,1) dimana pemodelannya dapat dilihat pada persamaan (30) dan (31).

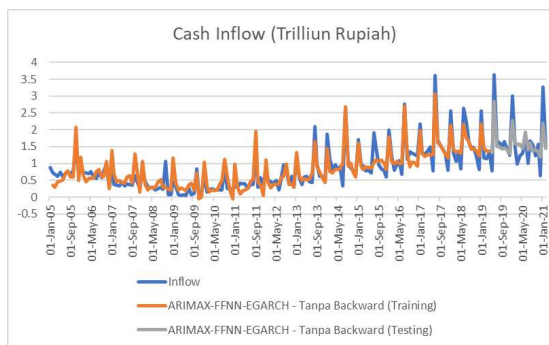
$$\hat{Y}_{2,t} = 0,005t + 0,955M_{1,t} + 0,389M_{2,t} + 0,275M_{3,t} + 0,321M_{4,t} + 0,343M_{5,t} + 0,277M_{6,t} + 0,505M_{7,t} + 0,476M_{8,t} + 0,505M_{9,t} + 0,263M_{10,t} + 0,204M_{11,t} + 0,135M_{12,t} - 0,101V_{1,t-1} - 0,252V_{2,t-1} - 0,297V_{3,t-1} - 0,037V_{4,t-1} + 1,141V_{1,t} + 0,706V_{2,t} + 0,842V_{3,t} - 0,286V_{4,t} + 0,024V_{1,t+1} + 0,156V_{2,t+1} + 0,397V_{3,t-1} + 1,289V_{4,t-1} + \frac{a_{1,t} + 0,720a_{1,t-1}}{a_{1,t} - 0,703a_{1,t-1} - 0,274a_{1,t-2}} \tag{30}$$

$$\hat{a}_{2,t} = f^0((1,896f_1^h(-0,205a_{1,t-1} - 1,745) - 0,157f_2^h(2,130a_{1,t-1} - 1,407) - 0,154f_3^h(0,910a_{1,t-1} - 1,696) + 1,100f_4^h(0,958a_{1,t-1} - 0,339) + 0,985f_5^h(1,144a_{1,t-1} + 1,204) - 0,010f_6^h(-1,231a_{1,t-1} - 2,529) + 0,114f_7^h(-2,040a_{1,t-1} - 0,524) - 1,451f_8^h(1,362a_{1,t-1} - 2,726) - 0,786f_9^h(2,092a_{1,t-1} + 0,466) + 0,403f_{10}^h(-0,330a_{1,t-1} + 1,023) - 0,978f_{11}^h(0,736a_{1,t-1} - 0,205) - 1,381f_{12}^h(-1,012a_{1,t-1} + 1,129) - 0,266f_{13}^h(0,908a_{1,t-1} - 0,105) + 0,248f_{14}^h(0,678a_{1,t-1} + 1,269) + 1,053f_{15}^h(0,625a_{1,t-1} + 0,218) - 0,046)$$

dimana $\hat{a}_{2,t} = \hat{z}_{2,t}\hat{\sigma}_{2,t}$, $\hat{z}_{2,t} \sim IID(0,1)$,

$$\hat{\sigma}_{2,t} = \sqrt{e^{-0,158 + 0,001 \frac{|a_{2,t-1}|}{\sigma_{2,t-1}} + \left(-0,312 \frac{|a_{2,t-1}|}{\sigma_{2,t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) + 0,964 \ln(\sigma_{2,t-1})}} \tag{31}$$

Setelah mendapatkan model seperti persamaan (30) dan (31), dilakukan prediksi berdasarkan model tersebut dimana plot data deret waktunya dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Fit Model ARIMAX-FFNN-EGARCH Tanpa Backward Elimination (Outflow)

Berdasarkan Gambar 3, 4, 5, dan 6 dapat dilihat bahwa pemodelan ARIMAX-FFNN-EGARCH baik dengan maupun tanpa backward elimination mengikuti pola data sebenarnya baik pada data training maupun testing. Selanjutnya dapat dievaluasi menggunakan ukuran kebaikan model pada sub bab berikutnya untuk memilih model mana yang paling sesuai dengan data aktual.

D. Pemodelan Hybrid SETAR-EGARCH

Pemodelan non-linier lainnya menggunakan model SETAR dengan deteksi volatilitas tidak konstan menggunakan EGARCH. Model yang terbentuk yaitu hybrid SETAR (2,1,4) - EGARCH (1,1) untuk variabel inflow yang dapat dilihat pada persamaan (32) dan hybrid SETAR (2,1,1) - EGARCH (1,1) untuk variabel outflow yang dapat dilihat pada persamaan (33).

$$\hat{Y}_{2,t} = 0,007t - 0,678M_{1,t} + 1,274V_{1,t-1} + 0,681V_{2,t-1} + 0,899V_{3,t} + 0,555V_{3,t+1} + 1,384V_{4,t+1} + a_{2,t}$$

$$\hat{a}_{2,t} = \begin{cases} -0,160 + 0,633a_{2,t-1} & , \text{jika } a_{2,t-1} \leq -0,325 \\ -0,032 - 0,055a_{2,t-1} + 0,437a_{2,t-2} & \\ + 0,247a_{2,t-3} + 0,117a_{2,t-4} & , \text{jika } a_{2,t-1} > -0,325 \end{cases} \quad (32)$$

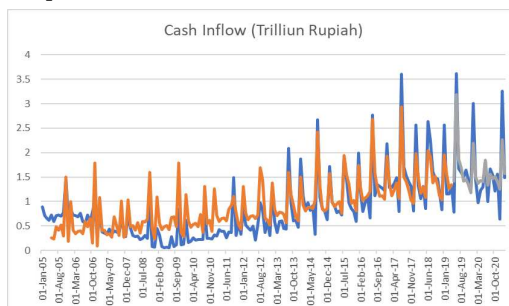
$$\sigma_{2,t} = \sqrt{e^{-0,871 + 0,110 \frac{|a_{2,t-1}|}{\sigma_{2,t-1}} + \left(-0,640 \frac{|a_{2,t-1}|}{\sigma_{2,t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + 0,817 \ln(\sigma_{2,t-1})}}$$

$$\hat{Y}_{1,t} = 0,0085t - 0,473M_{1,t} + 0,618M_{6,t} + 0,432M_{12,t} + 1,665V_{1,t-1} + 0,711V_{2,t-1} + 1,569V_{3,t} + 1,9V_{4,t} + a_{1,t}$$

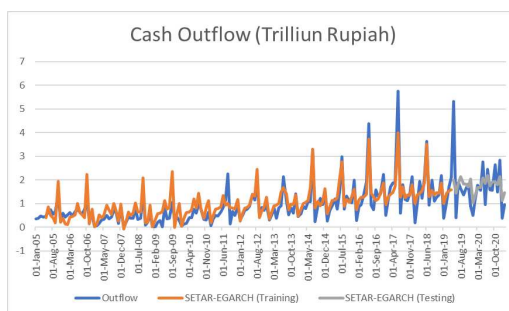
$$\hat{a}_{1,t} = \begin{cases} -0,049 + 0,789a_{1,t-1} & , \text{jika } a_{1,t-1} \leq 0,093 \\ 0,093 - 0,037a_{1,t-1} & , \text{jika } a_{1,t-1} > 0,093 \end{cases} \quad (33)$$

$$\sigma_{1,t} = \sqrt{e^{-0,495 + 0,117 \frac{|a_{1,t-1}|}{\sigma_{1,t-1}} + \left(-0,609 \frac{|a_{1,t-1}|}{\sigma_{1,t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + 0,830 \ln(\sigma_{1,t-1})}}$$

Setelah mendapatkan model seperti persamaan (32) dan (33), dilakukan prediksi berdasarkan model tersebut dimana plot data deret waktunya dapat dilihat pada Gambar 7 dan Gambar 8.



Gambar 7. Fit Model SETAR-EGARCH Inflow



Gambar 8. Fit Model SETAR-EGARCH Outflow

Pada Gambar 7 dan 8 kurva berwarna biru menggambarkan data sebenarnya, sedangkan kurva berwarna oranye untuk prediksi data training dan abu-abu untuk prediksi data testing. Berdasarkan gambar tersebut dapat dilihat bahwa kedua pemodelan mengikuti pola data sebenarnya baik pada data training maupun testing. Jika dibandingkan dengan pemodelan ARIMAX-FFNN-EGARCH, pola data model SETAR-EGARCH lebih mengikuti data aktual tetapi perlu dievaluasi lebih lanjut menggunakan ukuran kebaikan model untuk memilih model mana yang paling sesuai dengan data aktual.

E. Perbandingan Hybrid ARIMAX-FFNN-EGARCH dan Hybrid SETAR-EGARCH

Pemilihan model terbaik menggunakan nilai RMSE dan sMAPE. Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa model *hybrid* ARIMAX-FFNN-EGARCH dengan *backward elimination* lebih baik dibandingkan *hybrid* ARIMAX-FFNN-EGARCH tanpa *backward elimination* dan *hybrid* SETAR-EGARCH untuk kedua variabel dikarenakan ketiga ukuran kebaikan model menunjukkan nilai terkecil untuk model tersebut walaupun ada satu nilai ukuran kebaikan model yang berkebalikan di RMSE antara data *training* dan *testing*. Nilai-nilai tersebut didukung dengan hasil prediksi fit model pada sub bab sebelumnya dimana fit model ARIMAX-FFNN-EGARCH dengan *backward elimination* lebih mengikuti pola data aktual.

Tabel 3. Evaluasi Model

Variabel	Model	RMSE		sMAPE		MAE	
		Training	Testing	Training	Testing	Training	Testing
Cash Outflow	Model <i>hybrid</i> ARIMAX-FFNN-EGARCH (Tanpa Backward Elimination)	0.405453	0.780382	45.60106	30.96862	0.304285	0.488727
	Model <i>hybrid</i> ARIMAX-FFNN-EGARCH	0.380236	0.422451	39.11015	27.33986	0.277034	0.412765
	Model <i>hybrid</i> SETAR-EGARCH	0.394168	0.895373	39.68469	36.32479	0.287308	0.591229
Cash Inflow	Model <i>hybrid</i> ARIMAX-FFNN-EGARCH (Tanpa Backward Elimination)	0.254032	0.411981	33.52334	19.03649	0.190246	0.303315
	Model <i>hybrid</i> ARIMAX-FFNN-EGARCH	0.275794	0.344277	28.80408	17.52735	0.186752	0.272459
	Model <i>hybrid</i> SETAR-EGARCH	0.322313	0.378665	39.68469	21.38251	0.261279	0.335922

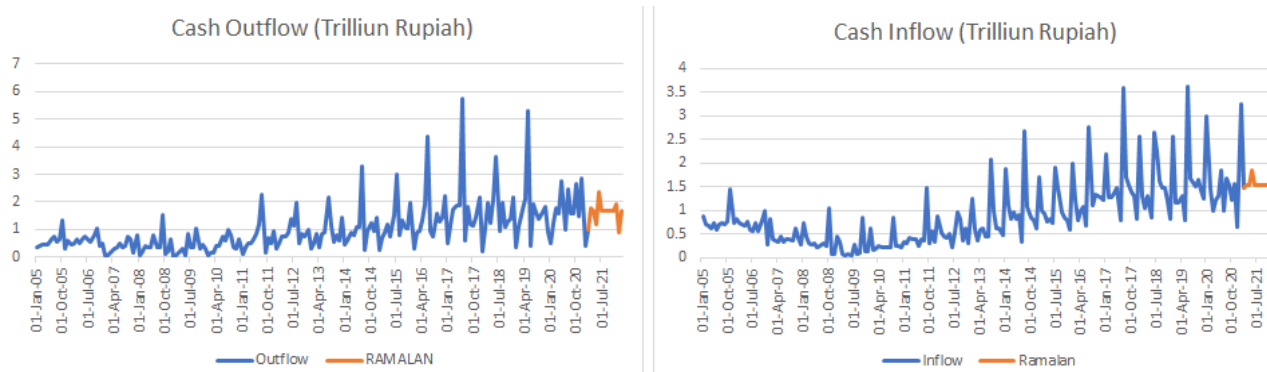
F. Peramalan Cash Outflow dan Inflow Kota Kediri

Model *hybrid* SETAR-EGARCH merupakan model terbaik yang telah dijabarkan pada sub bab sebelumnya. Selanjutnya adalah meramalkan nilai *cash outflow* maupun *inflow* 12 periode ke depan dengan model tersebut. Hasil peramalan dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Ramalan Cash Outflow dan Inflow

Bulan	Outflow	Inflow
Maret 2021	1,79	1,54
April 2021	1,67	1,53
Mei 2021	1,16	1,86
Juni 2021	2,37	1,53
Juli 2021	1,68	1,53
Augustus 2021	1,68	1,53
September 2021	1,68	1,53
Oktober 2021	1,68	1,53
November 2021	1,68	1,53
Desember 2021	1,93	1,53
Januari 2022	0,89	2,17
Februari 2022	1,68	1,53

Hasil ramalan pada Tabel 4 digambarkan pada plot data deret waktu seperti Gambar 9.



Gambar 9. Plot Ramalan Cash Outflow dan Inflow

Berdasarkan Gambar 3, dapat dilihat bahwa kedua variabel cenderung naik. Hasil peramalan tersebut diperkirakan karena efek dari pandemi Covid-19 pada tahun 2021 sudah mulai menurun sehingga berakibat pula pada perekonomian yang mulai membaik. Besarnya *cash outflow* dan *inflow* tak lepas dari nilai inflasi suatu kota. Dilansir dari kedirikota.go.id [27], inflasi Kota Kediri pada tahun 2021 terkendali meskipun terjadi pandemi Covid-19. Hal itu sejalan dengan pergerakan ramalan *cash outflow* dan *inflow* yang terus meningkat tetapi masih terkendali. Disebutkan pula dalam rri.co.id [28] bahwa tingkat investasi Kota Kediri selama pandemi Covid-19 di tahun 2021 meningkat 23.07% dibandingkan tahun 2020. Meningkatnya investasi berpengaruh pada peningkatan inflasi. Saat terjadi inflasi, uang yang beredar di masyarakat lebih banyak, hal itu sejalan dengan ramalan *cash inflow* yang terus meningkat. Peningkatan tersebut diiringi dengan peningkatan *cash outflow*, tetapi keduanya tidak menunjukkan peningkatan yang tajam. Pemodelan dan peramalan tersebut dapat digunakan oleh pihak terkait sebagai informasi tambahan dalam menentukan kebijakan keuangan Kota Kediri. Selain itu, model terbaik yang terbentuk dapat menjadi salah satu referensi acuan untuk memodelkan data *cash outflow* dan *inflow* di kemudian hari.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dipaparkan, dapat disimpulkan bahwa penduga parameter *Self-Exciting Threshold Autoregressive* dengan metode pendugaan parameter *Ordinary Least Square* (OLS) terbukti memiliki sifat yang tidak bias, linier, dan memiliki varians minimum atau dapat dikatakan memenuhi sifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). *Cash outflow* dan *inflow* Kota Kediri mengandung pola non-linier dan dapat dimodelkan menggunakan *hybrid* ARIMAX-FFNN-EGARCH dan *hybrid* SETAR-EGARCH. Selain itu, Pemodelan ARIMAX-FFNN-EGARCH lebih baik dibandingkan model *hybrid* SETAR-EGARCH dalam memodelkan data deret waktu berpola non-linier dan terdapat volatilitas yang tidak konstan.

B. Saran

Berdasarkan atas kesimpulan penelitian, saran yang dapat diberikan kepada instansi terkait dapat menjadikan model ARIMAX-FFNN-EGARCH sebagai salah satu acuan untuk memodelkan dan meramalkan *cash outflow* dan *inflow* Kota Kediri. Selain itu, saran untuk penelitian selanjutnya adalah menangkap pola volatilitas dengan pemodelan keluarga GARCH yang lain seperti GJRGARCH dan APARCH agar hasil peramalan lebih akurat.

REFERENSI

- [1] Lazzeri, F. (2020). *Machine Learning for Time Series Forecasting with Python*. John Wiley & Sons.
- [2] Tsay, R. S., & Chen, R. (2018). *Nonlinear time series analysis* (Vol. 891). John Wiley & Sons.
- [3] Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 987-1007.
- [4] Naomi, P. (2011). Risiko idiosinkratik dan imbal hasil saham pada Bursa Saham Indonesia. *Jurnal Keuangan dan Perbankan*, 13(2).
- [5] Riyansyah, H. N. G. P., & Saputro, D. R. (2019, January). Model 2-Regime Self-Exciting Threshold Autoregressive (SETAR). In *Seminar Nasional Pendidikan Matematika Ahmad Dahlan* (Vol. 6).
- [6] Fathian, F., Fard, A. F., Ouarda, T. B., Dinpashoh, Y., & Nadoushani, S. M. (2019). Modeling streamflow time series using nonlinear SETAR-GARCH models. *Journal of Hydrology*, 573, 82-97.
- [7] Spiegel, M. R. & Stephens, L. J. (2007). *Schaum's Outlines Teori dan Soal-Soal Statistik*, Edisi Ketiga (Terjemahan). Erlangga.
- [8] Cryer, J. D. dan Chan, K.J. (2008). *Time series Analysis With Application in R Second Edition*. USA. Springer.
- [9] Wei, W.W.S. (2006). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. New York. Pearson Education, Inc.
- [10] Liu, L.M. (1986). "Identification of Time Series Models in The Presence of Calendar Variation". *International Journal of Forecasting* 2, (pp. 357-372). North-Holland: Elsevier Science Publishers B.V.

- [11] Lee, M. H., Suhartono dan Hamzah, N. A. (2010). "Calendar variation model based on ARIMAX for forecasting sales data with Ramadhan effect". *Proceedings of the Regional Conference on Statistical Sciences (RCSS' 10)*, (pp. 349-361). Malaysia: Universiti Teknologi MARA (UiTM).
- [12] Mahdiloo, M., Toloo, M., Duong, T. T., Saen, R. F., & Tatham, P. (2018). Integrated data envelopment analysis: Linear vs. nonlinear model. *European Journal of Operational Research*, 268(1), 255-267.
- [13] Zhang, G. P. (Ed.). (2003). *Neural networks in business forecasting*. IGI global.
- [14] Fausett, L. (1994). *Fundamental of Neural Network: Architectures, Algorithm, and Applications*. New Jersey: Prentice Hall Inc.
- [15] Lewis, N. D. C. (2017). *Neural Networks for Time Series Forecasting with R: An Intuitive Step by Step Blueprint for Beginners*. AusCov.
- [16] Awchi, T. A. (2014). River discharges forecasting in northern Iraq using different ANN techniques. *Water resources management*, 28(3), 801-814.
- [17] Suhartono, S. (2007). *Feedforward Neural Networks Untuk Pemodelan Runtun Waktu* (Doctoral dissertation, Universitas Gadjah Mada).
- [18] Gouriéroux, C. (2012). *ARCH models and financial applications*. Springer Science & Business Media.
- [19] Zaffar, A. (2021). Modeling and Forecasting of Sunspots Cycles: An Application of ARMA (p, q)-GARCH (1, 1) Model.
- [20] Zhang, G. P. (2003). Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. *Neurocomputing*, 50, 159-175.
- [21] Chen, Z., & Yang, Y. (2004). Assessing forecast accuracy measures. *Preprint Series*, 2010, 2004-10.
- [22] Suhartono, D. E. A., Prastyo, D. D., Kuswanto, H. E. R. I., & Lee, M. H. (2019). Deep neural network for forecasting inflow and outflow in Indonesia. *Sains Malaysiana*, 48(8), 1787-1798.
- [23] Maghfiroh, Z. F., Prabowo, H., Salehah, N. A., & Prastyo, D. D. (2021, March). Forecasting Inflow and Outflow of Currency in Central Java using ARIMAX, RBFN and Hybrid ARIMAX-RBFN. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1863, No. 1, p. 012066). IOP Publishing.
- [24] Tseng, F. M., Yu, H. C., & Tzeng, G. H. (2002). Combining neural network model with seasonal time series ARIMA model. *Technological forecasting and social change*, 69(1), 71-87.
- [25] Bank Indonesia. (2013). *Laporan Sistem Pembayaran dan Pengelolaan Uang 2012*. Jakarta.
- [26] Damodar N, G. (2004). Basic econometrics.
- [27] Pemkot Kediri. (2022). *Meskipun Pandemi Covid-19, Inflasi Kota Kediri Tahun 2021 Terkendali, Lebih Rendah dari Inflasi Nasional dan Jawa Timur* (Online), (<https://www.kedirikota.go.id/p/berita/10110467/meskipun-pandemi-covid-19-inflasi-kota-kediri-tahun-2021-terkendali-lebih-rendah-dari-inflasi-nasional-dan-jawa-timur>), diakses 10 Februari 2022.
- [28] Kusuma, A. H. (2022). *Meski Pandemi, Capaian Investasi Di Kota Kediri Tahun 2021 Mengalami Kenaikan* (Online), (https://rri.co.id/surabaya/ekonomi/1343530/meski-pandemi-capaian-investasi-di-kota-kediri-tahun-2021-mengalami-kenaikan?utm_source=news_main&utm_medium=internal_link&utm_campaign=General%20Campaign), diakses 10 Februari 2022.