AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
Vol. 12, No. 3 Desember 2021
e-ISSN 2579-7646

Kendali LQR pada sistem transmisi data dengan sumber jaringan jamak

[1]Dita Anies Munawwaroh, [2]Bayu Sutanto, [3]Achmad Fahrul Aji, [4]Siti Khabibah

[1,2] Teknik Mesin, Politeknik Negeri Semarang
Jalan Prof. Soedarto, SH, Tembalang, Semarang, Indonesia
[3]Teknik Elektro, Politeknik Negeri Semarang
Jalan Prof. Soedarto, SH, Tembalang, Semarang, Indonesia
[4]Departemen Matematika, Universitas Diponegoro
Jalan Prof. Soedarto, SH, Tembalang, Semarang, Indonesia
*email korespondensi: dita.anies.m@gmail.com

Abstrak

Pada penelitian ini, akan dibahas mengenai penggunaan kontrol Linear Quadratik Regulator (LQR) pada sistem transmisi data dengan sumber jaringan jamak (lebih dari satu sumber). Teknik kontrol LQR berbentuk diskrit. LQR merupakan salah satu metode untuk mengoptimalkan fungsi objektif yang berbentuk kuadratik dan memiliki kendala. Pada penelitian ini, terbukti bahwa LQR dapat mengoptimalkan tingkat transmisi data pada sistem. Asumsi yang digunakan pada sistem ini adalah data akan diterima 100 % meskipun data memiliki waktu tunggu. Pada analisa sifat dan kestabilan, terlihat bahwa system akan optimal dan stabil asimtotik.

Kata kunci: *LQR, sistem diskrit; sistem transmisi data; sumber jaringan jamak*

Abstract

In this study, we discussed about controlling data transmission system with multi-source networks. The control technique used in this research is quadratic linear regulator with discrete time. Quadratic linear regulator is optimal control with objective function in the quadratic form and has linear constraint. The control technique is used to optimize data transmission rate. Assumed, the data will be received 100 %, although the data transmission process has delayed time. From the stability analysis and the properties, the rule of control will make it optimum and asymptotic stable.

Keywords: *LQR; discrete time; data transmission system; multi-source networks*

A. Pendahuluan

Transmisi data adalah bagian dari sistem telekomunikasi yang berhubungan dengan proses transfer data atau informasi diantara peralatan digital dari media komunikasi. Proses transmisi terdiri dari 3 bagian yaitu sumber data, media komunikasi dan penerima. Masalah pada perambatan data pada jaringan adalah membutuhkan waktu dalam proses perjalanan data tersebut. Meskipun demikian, data yang dibutuhkan harus sampai pada penerima sesuai dengan waktru yang ditentukan. Sehingga, proses transmisi data ini membutuhkan perencanaan dan kontrol. Perencanaan bertujuan untuk membangun system jaringan yang dapat menjaga aliran data dari sumber kepada penerima. Sedangkan, kontrol bertujuan agar sistem transmisi data berjalan secara optimal.

Kunci dari teknologi adalah informasi, proses dan distribusi (Tanenbaum & Wetherall, 2010). Dari perkembangan teknologi, dapat dilihat penemuan dari jaringan telepon, radio, televisi, komputer dan satelite komunikasi. Bedasarkan titik yang terhubung dapat dibedakan dengan kabel dan tanpa kabel (Ignaciuk & Bartoszewicz, 2013). Perbandingan dari bermacam-macam teknik kontrol pada transmisi dengan kabel telah dibahas oleh (Morawski & Zajaczkowski, 2010). Serta, sistem transmisi data tanpa kabel dibahas oleh (Harshavardana, Dravida, & Bondi, 1992).

Sumber tunggal dan sumber jamak pada sistem transmisi data dengan menggunakan kontrol linier pergeseran titik telah dibahas pada (Ignaciuk & Bartoszewicz, 2008[a]) dan (Ignaciuk & Bartoszewicz, 2008[b]). Pada keadaan idela, aliran trasnmisi dapat dikatakan lancar dan mulus. Tetapi jika asumsi tersebut tidak terjadi, maka dapat dikatakan sistem tersebut terjadi penyumbatan hal ini telah dibahas oleh (Ignaciuk, 2008). Setelah itu, (Bartoszewicz & Lesniewski, 2013) telah melakukan penelitian tentang sistem transmisi dengan jaringan tunggal, tetapi ditambahkan asumsi bahwa hanya ρ % data yang dapat diterima oleh penerima. Kemudian, jika ditambah dengan asumsi bahwa 100% data diperoleh penerima telah dilakukan oleh (Munawwaroh & Sutrisno, 2014) dengan mengaplikasikan kendali LQR. Kendali LQR pun dapat diaplikasikan pada sistem pergudangan dengan sumber jamak (Ignaciuk & Bartoszewicz, 2012).

B. Metode Penelitian

Penulis mengaplikasikan kendali LQR pada sistem transmisi data dengan sumber jamak. Data dihasilkan dari sumber lebih dari satu (jamak) yang membutuhkan waktu tunggu.Teori dan dasar kontrol LQR didasarkan pada penjelasan dari (Olsder, 1994) and (Ogata, 1995). Dalam proses kontrol LQR membutuhkan penyelesaian matriks yang dibahas pada (Mital, 1976). Analisa kestabilan pada sistem diskrit mengacu pada (Kwakernaak & Sivan, 1972). Serta, terdapat simulasi numerik dengan menggunakan MATLAB 7.6.0 (R2008a).

C. Hasil dan Pembahasan

Pada bab hasil dan pembahasan, akan dibahas mengenai pembentukan model matematika, penyelesaian dengan LQR, analisa kestabilan , sifat-sifat yang berlaku pada sistem transmisi dengan sumber jamak, dan simulasi numerik.

1. Pemodelan Matematika

Proses transmisi data berasal dari sumber jamak yang kemudian data disalurkan melalui transmitter yang memproduksi gelombang ekeltromagnetik yang melewati barisan sistem transmisi. Data yang sampai pada penerima akan berbentuk sinyal dan dikombinasi dalam bentuk yang sesuai dengan tujuan. Data akan dikirim pada penerima tanpa mempertimbangkan prioritas, tetapi tetap membutuhkan waktu hingga data diterima oleh penerima. Diasumsikan bahwa semua data yang dikirimkan akan diterima 100 % oleh penerima.

Proses transmisi tersebut akan dibentuk dalam model matematika. Pertama, diasumsikan bahwa suatu jaringan akan mendapat sumber jamak, dengan jumlah p sumber, dengan $p = 1, 2, 3, ..., m$. Sumber akan mengirim data dengan waktu diskrit mengikuti kT, dengan $k = 1, 2, 3, ...$. Kemudian, RTT_p waktu tunggu untuk setiap sumber p , dengan $RTT_p = T_{1p} + T_{2p}$, T_{1p} adalah waktu tunggu yang dibutuhkan untuk sumber data menerima sinyal dari pengontrol, dan T_{2p} adalah waktu tunggu untuk sumber data mengirim data yang dibutuhkan. Selanjutnya, RTT_p diasumsikan sebagai perkalian dari periode dan suatu integer, $RTT_p = n_p x T$, dan diasumsikan mengikuti

$$RTT_1 \leq RTT_2 \leq ... \leq RTT_{m-1} \leq RTT_m . \tag{1}$$

Serta memenuhi $\sum_{p=1}^{m} \gamma_p = 1$ agar kebutuhan data terpenuhi. Hal tersebut dianggap bahwa $a_j = \sum_{p:L_p = jT} \gamma_p$, serta berlaku

$$\sum_{j=1}^{n_m} a_j = 1 . \tag{2}$$

Namun, jika data tidak terkirim pada waktu tunggu jT , maka a_j akan bernilai nol.

Kedua, akan didefiniskan terlebih dahulu mengenai variabel yang ada pada sistem. Jumlah data yang dibutuhkan adalah $u(kT)$, jumlah data yang ada pada simpul jaringan adalah adalah $y(kT)$, jumlah data yang terkirim adalah $h(kT)$, serta semuanya bergantung pada waktu kT . Jaringa memilki kapsitas maksimum untuk dilewati dalam setiap simpul, katakanlah y_d , dan makasimal data yang dapat dikirim adalah $d_{\max}$. Sehingga, dapat dituliskan berikut $0 \leq h(kT) \leq d(kT) \leq d_{\max}$.

Ketiga, akan dijelaskan untuk menentukan jumlah data yang tersedia pada simpul jaringan $x(kT)$ yang tersedia pada waktu kT. Untuk sebarang waktu $kT \geq 0$, didapatkan persamaan berikut.

$$y(kT) = \sum_{j=1}^{n_m} a_j \sum_{i=0}^{k-j-1} u(kT) - \sum_{i=0}^{k-1} h(iT) \tag{3}$$

dengan vector keadaan adalah $\mathbf{x}(kT)=\left[x_1(kT) \quad x_2(kT) \quad \ldots \quad x_n(kT)\right]^T$, dimana
$x_1(kT)$ is data yang ada pada simpul jaringan dengan waktu tunggu kT , then $x_i(kT)$ is data yang dibutuhkan untuk waktu $k-n+i-1$, dengan $n=n_p+1$.

Selanjutkan, akan dibangun persamaan ruang keadaan dan persamaan keluaran dengan sistem diskrit LTI.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}\left[(k+1)T\right] &= \mathbf{G}\mathbf{x}(kT)+\mathbf{H}\mathbf{u}(kT)+\mathbf{v}h(kT); \\ y(kT) &= \mathbf{C}^T\mathbf{x}(kT), \end{aligned} \tag{4}$$

dengan $\mathbf{G}$ adalah matriks keadaan berukuran nxn , $\mathbf{H}, v, \mathbf{C}$ adalah vektor dengan ukuran $nx1$, mengikuti berikut.

$$\mathbf{G}=\begin{bmatrix} 1 & a_{n-1} & a_{n-2} & \mathrm{K} & a_1 \\ 0 & 0 & 1 & \mathrm{K} & 0 \\ \mathrm{K} & \mathrm{K} & \mathrm{K} & \mathrm{O} & \mathrm{K} \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{K} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{K} & 0 \end{bmatrix};\mathbf{H}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathrm{M} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};\ \mathbf{v}=\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \mathrm{M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};\mathbf{C}=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \mathrm{M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Tujuan dari linier kuadratik adalah menentukan aturan kontrol yang dapat membawa kondisi awal $\mathbf{x}_0=0$ menuju $\mathbf{x}(kT)=\mathbf{x}_d$ taknol untuk $k=\infty$. Sebuah indeks performansi yang bersesuaian dengan persamaan ruang keadaan dan persamaan keluaran, yaitu

$$J(u)=\sum_{k=0}^{\infty}\left\{u^2(kT)+w\left[y_d-y(kT)\right]^2\right\}. \tag{6}$$

Indeks perfomansi pada persamaan (6) merupakn fungsi biaya. Fungsi biaya adalah seluruh biaya yang timbul selama proses transmisi data, dengan w adalah konstanta positif.

Hal yang berbeda, pada linier kuadratik regulator adalah sebuah aturan kontrol yang membawa keadaan awal tak nol menuju keadaan nol. Sehingga, disinilah perlu adanya pendefinisian variabel baru, yaitu

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(kT) &= \mathbf{x}(kT)-\mathbf{x}_{ss}=\mathbf{x}(kT)-\mathbf{x}_d; \\ \tilde{y}(kT) &= y(kT)-y_{ss}=y(kT)-y_d; \\ \tilde{u}(kT) &= u(kT)-u_{ss}=u(kT). \end{aligned} \tag{7}$$

AKSIOMA: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
Vol. 12, No. 3 Desember 2021
e-ISSN 2579-7646

Selanjutnya, didapatkan persamaan ruang keadaan dan persamaan keluaran dengan menggunakan variabel baru pada persamaan (7), sebagai berikut.

$$\tilde{\mathbf{x}}\left[(k+1)k\right] = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{x}}(kT) + \mathbf{H}\tilde{u}(kT) + \mathbf{v}h(kT), \tag{8}$$

$$\tilde{y}(kT) = \mathbf{C}^T\tilde{\mathbf{x}}(kT), \tag{9}$$

dengan $\mathbf{G}, \mathbf{H}, \mathbf{v}$ and $\mathbf{C}$ masih sesuai dengan persamaan (2). Selanjutnya, akan digunakan LQR untuk $\tilde{u}(kT)$ yang meminimalkan indeks performansi yang baru, yaitu

$$J(\tilde{u}) = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}[\tilde{\mathbf{x}}^T(kT)\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{x}}(kT) + \tilde{u}^T(kT)\mathbf{R}\tilde{u}(kT)] \tag{10}$$

2. Penyelesaian dengan LQR

Diberikan kontrol umpan balik yaitu

$$\tilde{u}(kT) = -\mathbf{K}(kT)\tilde{\mathbf{x}}(kT), \tag{11}$$

dengan $\mathbf{K}(kT)$ adalah matriks umpan balik. Persamaan Riccati digunakan untuk mendapatkan sebuah vektor kontrol $\tilde{u}(kT)$ yang optimal . Asumsukan bahwa

$$\lambda(kT) = \mathbf{P}(kT)\tilde{\mathbf{x}}(kT), \tag{12}$$

dengan $\mathbf{P}$ adalah matriks simetris positif. Sehingga dengan mengikuti operasi matriks yang berlaku akan diperoleh hasil nilai matriks pada $\mathbf{P}$ dan $\mathbf{K}$, yaitu

$$\mathbf{P} = \mathbf{G}^T\mathbf{P}\left[\mathbf{I} + \mathbf{H}\mathbf{H}^T\mathbf{P}\right]^{-1}\mathbf{H} + \mathbf{Q}. \tag{13}$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{H}^T\mathbf{P}\left[\mathbf{I} + \mathbf{H}\mathbf{H}^T\mathbf{P}\right]^{-1}\mathbf{G}. \tag{14}$$

Diberikan matriks simetris positif yaitu

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2n} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & \cdots & p_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{n3} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}, \tag{15}$$

Iterasi matriks digunakan untuk mendapatkan matriks **P** yang dibentuk dalam p_{11} and w, sebagai berikut.

$$p_{1n} = \sum_{j=1}^{n-1} a_{n-j}\left(p_{11} - (n-j)w\right);$$

$$p_{2n} = a_{n-1}\sum_{j=1}^{n-1} a_{n-j}\left(p_{11} - (n-j)w\right);$$

$$p_{3n} = \sum_{j=1}^{2} a_{n-j}\sum_{j=1}^{n-1}\left(a_{n-j}p_{11} - (n-j)w\right);$$

$$p_{4n} = \sum_{j=1}^{3} a_{n-j}\sum_{j=1}^{n-1}\left(a_{n-j}p_{11} - (n-j)w\right);$$

$$p_{5n} = \sum_{j=1}^{4} a_{n-j}\sum_{j=1}^{n-1}\left(a_{n-j}p_{11} - (n-j)w\right);$$

. . .

. . .

. . .

$$p_{nn} = \sum_{j=1}^{n-1} a_{n-j}\sum_{j=1}^{n-1}\left(a_{n-j}p_{11} - (n-j)w\right);$$

dan $$p_{11} = 1 + w\left(\sum_{j=1}^{n-1} ja_j + 1\right) - \left(1 + p_{11} - w\left(\sum_{j=1}^{n-1} ja_j\right)\right)^{-1}. \quad (16)$$

Dari persamaan (14) , didapatkan matriks **K**, yaitu

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & a_{n-1} & \ldots & (a_{n-1} + \ldots + a_2) & 1 \end{bmatrix}\alpha, \quad (17)$$

Dengan

$$\alpha = \frac{\sqrt{w(w+4)} - w}{2} \quad (18)$$

Sehingga dengan persamaan (7), diperoleh matriks umpan balik yaitu

$$u(kT) = \alpha\left\{ y_d - y(kT) - \sum_{j=1}^{n_m} a_j \sum_{i=k-j}^{k-1} u(iT) \right\} \quad (19)$$

3. Analisa Kestabilan

Kestabilan pada sistem diskrit LTI, seperti pada persamaan (4), dapat dianalisa dnegan menggunakan vektor Eigen yang dihasilkan dari persamaan karakterisktik berikut.

$$\left| z\mathbf{I} - (\mathbf{G} - \mathbf{HK}) \right| = 0, \quad (20)$$

dengan **I** adalah matriks identitas. Sistem akan stabil jikan nilai Eigen memenuhi

$$\left| \mu_n \right| < 1. \quad (21)$$

Disisi lain, terdapat ketentuan bahwa $0 < \alpha < -2$. Dengan demikian, sistem pada persamaan (4) terjamin stabil secara asimtotik, karena sistem memiliki α yang positif dan selalu lebih kecil dari satu, sesuai dengan persamaan (18).

4. Sifat-sifat pada Sistem Transmisi dengan Sumber Jamak

Pembahasan ini akan menjelaskan mengenai sifat-sifat sistem transmisi dengan sumber jamak. Teorema pertama akan menjelaskan bahwa jumlah data yang ada pada simpul jaringan tidak akan melebihi kapasitas maksimum pada simpul tersebut.

Teorema 1. Jika persamaan (19) diaplikasikan pada sistem diskrit LTI pada persamaan (4), maka jumlah data pada simpul jaringan selalu memenuhi $y(kT) \leq y_d$, $\forall k \geq 0$.

Bukti.

Jika pemenuhan data membutuhkan waktu tunggu RTT_1 , maka jaringan akan kosong saat $kT \leq RTT_1$. Pembuktian selanjutnya akan digunakan induksi matematika. Untuk $q = 1$, didapatkan $y(1T) \leq y_d$. Untuk sebarang integer q , berlaku $y(qT) \leq y_d$. Untuk $k = q+1$, akan dibuktikan berlaku $y\left[(q+1)T\right] \leq y_d$. Misalkan,

$$u(qT) = \alpha\left\{y_d - y(kT) - \sum_{j=1}^{n_m} a_j \sum_{i=k-j}^{k-1} u(iT)\right\},$$

disubstitusikan pada persamaan (3), didapat

$$u(qT) = \alpha\left\{y_d - \sum_{j=1}^{n_m} a_j \sum_{i=k-j}^{k-1} u(iT) + \sum_{i=1}^{q-1} h(iT)\right\}.$$

Karena $\sum_{j=1}^{n_m} a_j = 1$, maka

$$\begin{aligned} y\left[(q+1)T\right] &= y_d - (1-\alpha)y_d + (1-\alpha)y(qT) - \sum_{j=1}^{n_m} a_j\alpha \sum_{i=q-j}^{q-1} h(iT) - h(qT) \\ &\leq y_d - (1-\alpha)y_d + (1-\alpha)y(qT). \end{aligned}$$

Diperoleh $y\left[(q+1)T\right] \leq y_d$, untuk setiap $q \geq n_p + 1$. Dengan menggunakan induksi matematika diperroleh $y(kT) \leq y_d$, $\forall k \geq 0$.

Selanjutnya, teorema kdua akan menjamin bahwa jumlah data pada simpul jaringan akan selalu memenuhi jumlah data yang dibutuhkan penerima.

Teorema 2. Jika persamaan (19) diaplikasikan untuk sistem diskrit LTI pada persamaan (4) dan kapasitas maksimum pada simpul jaringan akan memenuhi

$$y_d > d_{\max}\left[\frac{1}{T}\sum_{p=1}^{m}\gamma_p L_p + \frac{1}{\alpha}\right],$$

Selanjutnya jumlah data pada simpul jaringan akan selalu positif tegas untuk sebarang $k \geq n_m + 1$.

Bukti.

Diberikan waktu tunggu $RTT_p = n_p.T$. Kebutuhan data akan terpenuhi setelah waktu tunggu tersebut. Pembuktian induksi matematika akan digunakan untuk terorema ini. Untuk $q=1$, berlaku $y(1T)>0$. Untuk sebarang integer positif q, diperoleh $y(qT)>0$. Untuk $k=q+1$, akan dibuktikan bahwa $y\left[(q+1)T\right] \leq 0$. Misalkan,

$$u(qT) = \alpha\left\{y_d - y(kT) - \sum_{j=1}^{n_m} a_j \sum_{i=k-j}^{k-1} u(iT)\right\},$$

disubstitusikan pada persamaan (3), diperoleh

$$u(qT) = \alpha\left\{y_d - \sum_{j=1}^{n_m} a_j \sum_{i=k-j}^{k-1} u(iT) + \sum_{i=1}^{q-1} h(iT)\right\}.$$

Karena $\sum_{j=1}^{n_m} a_j = 1$, maka

$$y\left[(q+1)T\right] \geq \alpha y_d - \sum_{j=1}^{n_m} a_j \alpha \sum_{i=q-j}^{q-1} h(iT) - h(qT)$$

$$\geq \alpha\left[y_d - \sum_{j=1}^{n_m} a_j \sum_{i=q-j}^{q-1} h(iT) - \frac{1}{\alpha} h(qT)\right]$$

Misalkan diambil sebarang k , $0 \leq h(kT) \leq d_{\max}$, maka

$$y\left[(q+1)T\right] \geq \alpha\left[y_d - d_{\max}\left(\sum_{p=1}^{m}\gamma_p L_p + \frac{1}{\alpha}\right)\right].$$

Karena $y_d > d_{\max}\left[\frac{1}{T}\sum_{p=1}^{m}\gamma_p L_p + \frac{1}{\alpha}\right]$, diperoleh

$$y\left[(q+1)T\right] \geq \alpha\left[y_d - d_{\max}\left(\sum_{p=1}^{m}\gamma_p L_p + \frac{1}{\alpha}\right)\right] > 0 .$$

Dengan menggunakan induksi matematika, kita dapat membuktikan bahwa jumlah data pada simpul jaringan akan selalu postif tegas untuk sebarang $k \geq n_m + 1$.

Pada teorema ketiga untuk menjamin bahwa jumlah data yang dibutuhkan oleh penerima kaan selalu non-negatif dan terbatas.

Teorema 3. Jika persamaan (19) diaplikasikan pada sistem diskrit LTI pada persamaan (4), maka jumlah data yang dibutuhkan oleh penerima selalu non-negatif dan terbatas mengikuti

$$0 \le u(kT) \le \max(\alpha y_d, d_{\max})$$

Bukti.

Induksi matematika akan digunakan untuk membuktikan teorema ini. Untuk $q=1$, berlaku $0 \le u(1T) \le \max(\alpha y_d, d_{\max})$. Untuk sebarang integer positif q, berlaku $0 \le u(qT) \le \max(\alpha y_d, d_{\max})$. Untuk $k=q+1$, akan dibuktikan bahwa $0 \le u[(q+1)T] \le \max(\alpha y_d, d_{\max})$. Misalkan,

$$u(qT) = \alpha \left\{ y_d - y(kT) - \sum_{j=1}^{n_m} a_j \sum_{i=k-j}^{k-1} u(iT) \right\},$$

disubtituskan pada persamaan (3), diperoleh

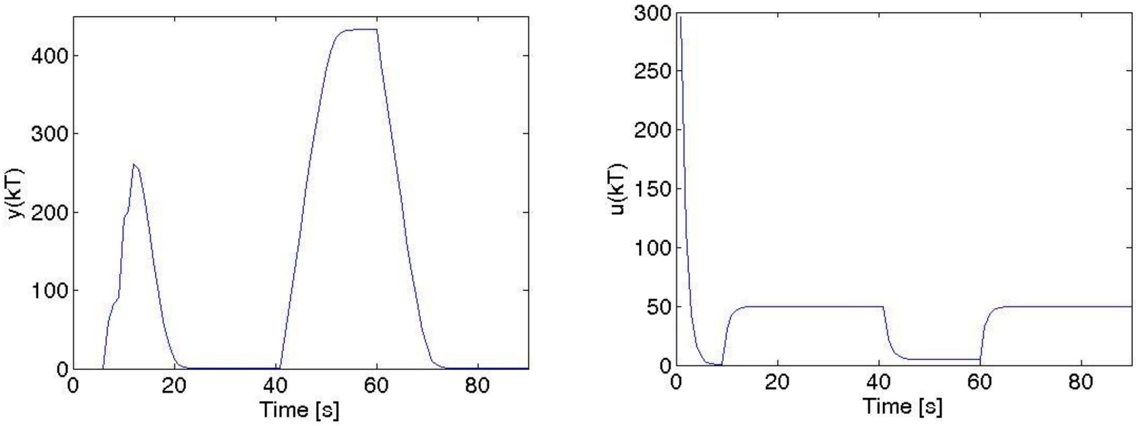
$$\begin{aligned} u(qT) &= \alpha \left\{ y_d - \sum_{j=1}^{n_m} a_j \sum_{i=k-j}^{k-1} u(iT) + \sum_{i=1}^{q-1} h(iT) \right\}. \\ &= u(qT) - \alpha u(qT) + \alpha h(qT). \end{aligned}$$

Karena $0 \le h(qT) \le d_{\max}$, $0 \le u(qT) \le \max(\alpha y_d, \mathrm{d}_{\max})$, dan $\alpha \in (0,1)$, maka terbukti bahwa $0 \le u[(q+1)T] \le \max(\alpha y_d, d_{\max})$. Dengan menggunakan induksi matematika, terbukti bahwa jumlah data yang dibutuhkan selalu bernilai non-negatif dan terbatas $0 \le u(kT) \le \max(\alpha y_d, d_{\max})$.

5. Simulasi Numerik

Dengan mengkonstruksi jaringan seperti pada model yang didiskusikan diatas, pertama diambil periode diskrit 1 ms, dan waktu tunggu untuk 4 sumber adalah $RTT_1 = 5$ ms , $RTT_2 = 8$ ms, $RTT_3 = 8$ ms, $RTT_4 =$ 10 ms. Dengan kata lain $m =$ 4, dan sistem membutuhkan $n =$ 11. Elemen pada baris pertama matriks **G** adalah a_1 =1/5, a_2 =1/8, a_3 =3/8, a_4 =3/10. Jumlah data maksimum adalah $d_{\max} =$ 50 kb, dan kapasitas yang pada simpul jaringan adalah y_d = 481 kb (berdasarkan Teorema 2). Diasumsikan data diterima 100 % oleh penerima.

Pada Gambar 1(a) menunjukkan bahwa jumlah data yang ada pada jaringan tidak akan melebihi kapasitas jaringan, yaitu y_d. Hal tersebut sejalan dengan Teorema 2 bahwa jumlah data yang ada pada jaringan selalu pisitif tegas. Pengontrol $u(kT)$ harus dapat mengontrol jumlah data agar tidak melebihi kapasitas tetapi tatp dapat memenuhi jumlah data yang



dibutuhkan. Hal tersebut ditunjukkan pada Gambar 1(b), yang dijamin pada Teorema 2 dan Teorema 3.

(a) (b)

Gambar 1. (a) Jumlah data pada jaringan $y(kT)$ untuk setiap k [second], (b) Jumlah data yang dibutuhkan $u(kT)$ untuk setiap k [second]

D. Simpulan

Dari hasil dan pembahasan, dapat ditarik kesimpulan bahwa system transmisi data dnegan sumber jaringan jamak dapat dikontrol dengan menggunakan kontrol linier, khususnya dengan menggunakan kendali LQR. Dengan menggunakan kendali tersebut, dapat sekaligus meminimalkan fungsi biaya pada jaringan dan stabil asimtotik.

E. Daftar Pustaka

Bartoszewicz, A., & Lesniewski, P. (2013). Linear Quadratic Optimal Congestion Control Strategy for Connection-oriented Networks with Lossy Links, *IEEE Transaction Control Systems Technology*.

Harshavardhana, P., Dravida, S., & Bondi, A.B.(1992). Congestion Control for Connectionless Networks via Alternate Routing. *IEEE Xplore*.

Ignaciuk, P., & Bartoszewicz, A. (2008[a]). Linear Quadratic Optimal Descrete-Time Sliding Mode Controller for Connection-Oriented Communication Networks. *IEEE Transaction Control Systems Technology*, 55(11).

Ignaciuk, P., & Bartoszewicz, A. (2008[b]). Linear Quadratic Optimal Sliding Mode Congestion Control in Multi-Source Connection-Oriented Data Transmission Networks, *IEEE*.

Ignaciuk, P. (2008). Congestion Control in Connection-Oriented Data Transmission Networks (Doctorate Dissertation). Technical University of Lodz.

Ignaciuk, P., & Bartoszewicz, A. (2012). Linear-Quadratic Optimal Control of Periodic-Review Perishable Inventory Systems. *IEEE*, 20(5).

Ignaciuk, P., & Bartoszewicz, A. (2013). *Congestion Control in Data Transmission Networks Sliding Mode and Other Design, Communication and Control Engineering*. London : Springer-Verlag.

Kwakernaak & Sivan. (1972). *Linear Optimal Control Systems*. New York : Wiley-Interscience.

Mital, K.V. (1976). *Optimization Methods in Operations Research and Systems Analysis*. New Delhi : Wiley Eastern Limited.

Morawski, M., & Zajaczkowski, A.M. (2010). Approach to The design of Robust Networked Control Systems. *Int.J.Appl.Math.Compt.Sci*, 20(4), 689-698.

Munawwaroh, D.A., & Sutrisno. (2014). Kendali LQR Diskrit untuk Sistem Transmisi Data dengan Sistem Jaringan Tunggal. *Jurnal Matematika*, 17(3), 104-111.

Ogata,K. (1995). *Discrete Time Control Systems*. New Jersey : Prentice-Hall.

Olsder, G.J. (1994). *Mathematical Systems Theory*. Delft : The Netherlands.

Tanenbaum, A.S., & Wetherall, D.J. (2010). *Computer Networks*. New Jersey : Prentice-Hall.