

## ОПТИМІЗАЦІЯ МЕТОДУ ПОБУДОВИ ОПОРНИХ ПЛАНІВ МУЛЬТИМОДАЛЬНОЇ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ

Заболотній С. В., Могілей С. О.

### 1. Вступ

В умовах глобалізації світової економіки дедалі гостріше постає питання транспортної взаємодії між покупцями та постачальниками різноманітних товарів, які подекуди можуть знаходитися на різних кінцях планети. За цих умов дослідження оптимальних стратегій доставки вантажів набуває неабиякої актуальності.

Практика транспортної логістики ставить нові складні завдання перед такими галузями науки, як математичне програмування, дослідження операцій, теорія оптимізації тощо. Вирішення таких завдань потребує застосування комплексних підходів, заснованих на поєднанні різних методів дослідження, що притаманні суміжним науковим областям. Окремого значення набуває питання оптимальності таких підходів. Таким чином, актуальність даного дослідження є цілком обґрунтованою за рахунок наявності нагальної прикладної потреби у відшукуванні оптимальних алгоритмів вирішення сучасних задач транспортної логістики.

### 2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит

*Об'єкт дослідження* – класична транспортна задача, постановка якої передбачає наявність кількох засобів доставки вантажу, а саме: автомобільного, залізничного та водного.

Даний тип задач відноситься до тих, які є досить громіздкими для ручної реалізації. Іншими словами, для її розв'язання буде необхідно застосувати засоби програмного забезпечення – прикладні програми або математичні пакети. З точки зору математичного апарату реалізації подібних задач необхідно використовувати різноманітні чисельні методи.

За наявності невеликої кількості пунктів відправки та доставки вантажів дана транспортна задача матиме малу розмірність. Втім, на практиці кількість таких пунктів може налічувати десятки або навіть сотні. Це вказує на потенційні проблеми з тривалістю пошуку розв'язку задачі. Зокрема, виникає питання щодо якісної збіжності вказаних чисельних методів, що, зрештою, може негативно вплинути на точність проведених обчислень.

Звідси впливає потреба в попередженні ситуації, за якої транспортні задачі, що будуть реалізуватися на практиці, даватимуть неточні або взагалі незадовільні результати. Таким чином, варто зосередитися на деталізації існуючих алгоритмів реалізації транспортних задач з кількома засобами доставки вантажу, а також на їх оптимізації та вдосконаленні. Пропонується розпочати насамперед з побудови опорних планів задачі – надалі такий підхід може бути поширений і на інші етапи її розв'язання.

### 3. Мета та задачі дослідження

*Мета дослідження* – дослідити існуючі та запропонувати більш досконалі

методи побудови опорних планів транспортної задачі з кількома засобами доставки вантажу на основі критерію зменшення кількості чисельних ітерацій при відшукуванні її розв'язків.

Досягнення поставленої мети передбачає виконання наступних завдань:

1. Виконати загальну постановку транспортної задачі, що передбачає наявність кількох засобів доставки вантажу, формалізувавши цільову функцію (критерій) оптимізації та допустиму множину розв'язків.

2. Розробити в загальному вигляді новий удосконалений алгоритм розв'язання поставленої задачі та провести його адаптацію.

#### **4. Дослідження існуючих рішень проблеми**

Звертаючись до самого терміну «мультимодальна транспортна задача», варто розглянути результати досліджень, наведені в [1]. В даному джерелі автори вказують на певні відмінності між мультимодальними та інтермодальними транспортними перевезеннями. Головна з цих відмінностей – регулювання мультимодальних перевезень умовами єдиного контракту, чого при інтермодальних перевезеннях, навпаки, немає.

Пропонується відкинути юридичний аспект проблеми як несуттєвий для даного дослідження, і вважати мультимодальну транспортну задачу такою, що є класичною транспортною задачею з кількома засобами доставки вантажу (перевезення всіма видами транспорту здійснюються «паралельно», без пунктів перевалки). Натомість інтермодальна транспортна задача хоча і буде враховувати кілька засобів доставки вантажу, проте, передбачатиме реалізацію перевезень «послідовно» різними видами транспорту та через пункти перевалки.

Задачу, що поєднує в собі особливості мультимодальної та інтермодальної транспортних задач, будемо називати змішаною (комбінованою) транспортною задачею. Варто зазначити, що на практиці найчастіше зустрічаються транспортні системи (а отже, і задачі) саме змішаного типу.

З іншого боку, в [2] автори серед компонентів мультимодальної транспортної системи виділяють митне оформлення вантажів та експортно-імпорتنі операції. Модель мультимодальної транспортної задачі дані компоненти не сприймає в якості суттєвих, оскільки вони особливо не впливають на її математичну інтерпретацію. Більше того, достатньо розглядати мультимодальну транспортну задачу, яка реалізується в межах однієї країни та одним логістичним оператором. Схожа бізнес-модель з використанням кількох видів транспорту характерна, зокрема, для українських підприємств (ТОВ СП «Нібулон», м. Миколаїв тощо). І хоча в своїй діяльності вони послуговуються переважно змішаними транспортними перевезеннями, в рамках даного дослідження особливу увагу буде приділено саме їх мультимодальному аспекту.

Об'єктивність такого підходу частково підтверджується в [3], де автори розглядають інтермодальний тип транспортних перевезень в якості частинного випадку мультимодальних перевезень. Дійсно, так само, врахувавши в постановці мультимодальної транспортної задачі наявність пунктів перевалки і виключивши з неї всі, крім одного, види транспорту, що функціонують «паралельно», таку задачу можна звести до інтермодальної. Зрештою, в такому

випадку зникає необхідність вводити поняття змішаної транспортної задачі.

Торкаючись теми вибору засобів доставки вантажу, варто так само звернути увагу на бізнес-моделі українських та зарубіжних підприємств. Багато з них послуговуються насамперед автомобільним, залізничним та річковим (внутрішнім водним) видами транспорту. Так, в [4] надано порівняльну характеристику основних транспортних засобів, зокрема, вантажної логістики. Саме названі вище види транспорту в комплексі мають такі переваги, як висока швидкість, невеликий рівень собівартості витрат, широкий асортимент вантажів та можливість перевозити великі обсяги товару, надійність та зручність транспортування.

Постійне вдосконалення логістичних схем вантажних перевезень тягне за собою оптимізацію економіко-математичних моделей цих схем та методів їх реалізації. В цьому контексті залишається незмінним критерій мінімізації собівартості перевезень, але, разом з тим, додаються все нові критерії оптимізації (цільові функції). В [5], окрім критерію мінімальної собівартості, автор пропонує також мінімізувати час перевезення вантажу. В якості значущих параметрів пропонується взяти експлуатаційну швидкість та чисту вантажопідйомність транспортних засобів. Далі функція собівартості мінімізується в рамках відповідної моделі, алгоритм реалізації якої складається з двох етапів:

1. За допомогою методів геометричного програмування знаходяться значення параметрів транспортного засобу, що мінімізують цільову функцію.

2. За допомогою одного з відомих методів розв'язання класичної транспортної задачі знаходиться план перевезень, що мінімізує цільову функцію.

З іншого боку, мультимодальна транспортна задача може не містити цільової функції мінімізації часу перевезень, проте, бути залежною від часової змінної. Саме така задача привернула увагу дослідників у [6]. Для її розв'язання пропонується модель графу переносу – автори роботи наголошують на тому, що в процесі практичної комп'ютерної реалізації даної моделі вдалося досягти балансу між часом обчислень та використанням ресурсів пам'яті обчислювальної машини. В цілому, даний аспект вказує на важливість дотримання такого балансу при реалізації всіх типів мультимодальних транспортних задач.

Ті самі автори продовжують цю думку в [7]. В даній роботі запропоновано паралельний алгоритм розв'язання залежної від часу мультимодальної транспортної задачі для дуже великих транспортних мереж. Знову ж таки, дослідники звертають особливу увагу на використання досить потужного комп'ютерного забезпечення при реалізації даного алгоритму.

В будь-якому випадку, така постановка задачі – лише одна за можливих. Повертаючись до класичної однокритеріальної (за мінімальною собівартістю) транспортної задачі, варто розглянути можливість врахування в ній кількох засобів доставки вантажу.

Особливе місце в цьому контексті посідає так звана розподільна транспортна задача. Вона, на відміну від класичної транспортної задачі, враховує наявність кількох видів транспорту, однак, містить припущення про те, що всі товари доставляються лише на один склад. Втім, навіть в цьому випадку алгоритм розв'язання такої розподільної задачі значно ускладнюється та потребує реалізації за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення.

В контексті питання вибору таких програмних засобів варто вказати на різноманітність пакетів та додатків, функціонал яких дозволяє реалізувати мультимодальну транспортну задачу. Прикладом такого програмного забезпечення є TIMIPLAN – спеціальний додаток, розроблений під час впровадження проекту автоматизації однієї з іспанських логістичних компаній та розрахований на обслуговування близько 300 вантажів щодня [8]. Натомість, в рамках даного дослідження функціоналу MS Excel буде цілком достатньо.

Про важливість проведення досліджень в даному напрямку для логістичних операторів йдеться, зокрема, в [9]. На прикладі Республіки Словенія автори даної роботи розглядають процеси інтеграції транспортної системи цієї країни в загальноєвропейську транспортну інфраструктуру. Вони вказують на підвищення ефективності функціонування логістичних операторів насамперед в процесі здійснення мультимодальних транспортних перевезень та пропонують власну модель мультимодального логістичного оператора.

Тим більше, ефективність роботи логістичних операторів зростає в умовах створення так званих транспортних хабів або, іншими словами, великих мультимодальних транспортних вузлів. Функціонування саме таких утворень розглядають автори у [10], застосовуючи в процесі дослідження методи мікросимуляції. Також варто зазначити, що в даній роботі вивчаються взаємозалежності між такими видами транспорту, як автомобільний, водний та залізничний.

Повертаючись до методів реалізації мультимодальних транспортних задач варто звернутися до досвіду поєднання підходів лінійного програмування та автоматизованого планування процесів транспортних перевезень. Саме такий підхід пропонують автори в [11]. Разом з тим, дослідники вказують на те, що даний метод розв'язання вони застосовують для інтермодальної транспортної задачі, – на відміну від більшості попередніх робіт в цьому напрямку, в яких постановка задачі не враховувала наявності кількох видів транспорту. Таким чином, даний метод може стати в нагоді при реалізації мультимодальної транспортної задачі.

Отже, цілком обґрунтованою є необхідність постановки такої мультимодальної транспортної задачі, яку від класичної відрізняє лише наявність кількох засобів доставки вантажу. Критерій мінімізації сукупної собівартості перевезень залишається незмінним з можливістю перетворення задачі на багатокритеріальну.

## **5. Методи досліджень**

Одним з найбільш поширених методів реалізації класичної транспортної задачі є метод мінімального елемента, що передбачає побудову опорних планів, виходячи з відшукування екстремального значення елементів з таблиці перевезень вантажів. Зазначимо, що зазвичай екстремальним є мінімальне значення елементів таблиці, – за критерієм мінімізації цільової функції собівартості транспортних перевезень.

При розв'язанні мультимодальної транспортної задачі буде запропоновано модифікований метод мінімального елемента, що передбачатиме побудову опорного плану, виходячи з пошуку мінімальних значень елементів відповідних комірок таблиць перевезень, записаних для кожного виду транспорту окремо.

Також, за методом аналогії, даний опорний план вважатиметься таким, що відтворює певне «компромісне» рішення задачі. Цей план слугуватиме

аналогом точки Торічеллі у відомій задачі Штейнера – тобто, буде компромісним відносно опорних планів мультимодальної транспортної задачі, побудованих для кожного виду транспорту окремо.

Точність отриманих розв'язків буде перевірено за методом порівняння – результати побудови компромісного опорного плану мультимодальної транспортної задачі за допомогою кожного з підходів, описаних в даному дослідженні, повинні співпадати.

## 6. Результати досліджень

### 6.1. Загальна постановка задачі

Поставлена задача полягає у відшуванні оптимального плану транспортних перевезень за наявності кількох видів транспорту: автомобільного, залізничного та водного. Критерієм оптимізації в рамках даної транспортної задачі є найменша сумарна собівартість перевезень.

Математична формалізація даної задачі є наступною:

$$S = \sum_{i,j=1}^{m,n} a_{ij}x_{ij} + \sum_{i,j=1}^{m,n} b_{ij}y_{ij} + \sum_{i,j=1}^{m,n} c_{ij}z_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

де  $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$  –  $n$  пунктів відправки та  $m$  пунктів доставки відповідно;

$x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}$  – кількість одиниць товару, що перевозиться з  $i$ -го пункту відправки до  $j$ -го пункту доставки, відповідно, автомобільним, залізничним та водним транспортом (шукані величини);

$a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}$  – вартість перевезення одиниці товару з  $i$ -го пункту відправки до  $j$ -го пункту доставки, відповідно, автомобільним, залізничним та водним транспортом;

$S$  – функція собівартості.

В загальному випадку дана задача є закритою, оскільки до неї можна звести відкриту задачу, що суттєво не вплине на алгоритм її розв'язання. Іншими словами, сума потреб пунктів доставки дорівнює сумі запасів в пунктах відправки. Так само, можна обмежитися розглядом задачі мінімізації, зважаючи на те, що вона є двоїстою до задачі максимізації.

Таким чином, множина обмежень  $D$  задачі складається з таких рівнянь та нерівностей:

$$D: \begin{cases} \sum_{i,j=1}^{m,n} x_{ij} \leq x; \sum_{i,j=1}^{m,n} y_{ij} \leq y; \sum_{i,j=1}^{m,n} z_{ij} \leq z; \\ N_j = x_{ij} + y_{ij} + z_{ij} = M_i, \end{cases} \quad (2)$$

де  $x, y, z$  – сумарна вантажопідйомність парків автомобільного, залізничного та водного видів транспорту відповідно;

$M_i, N_j$  – величини запасів в  $i$ -му пункті відправки та потреб  $j$ -го пункту доставки відповідно.

Варто одразу зазначити, що перша умова системи (2) позначає обмеженість парків кожного з видів транспорту, проте, в рамках даного дослідження вона враховуватися не буде.

Оскільки в задачі наявні засоби доставки вантажу, кількість яких більше 1, то, відповідно, розв'язком задачі є не якийсь один план перевезень, а деяка комбінація таких планів – для кожного виду транспорту окремо. Тому варто перейти до методики побудови таких комбінацій.

## 6.2. Розробка алгоритму реалізації поставленої задачі

Алгоритм розв'язання класичної транспортної задачі за наявності одного виду транспорту є відомим. Таким чином, є можливість побудувати опорні плани для задачі (1), (2), по чергово відкинувши всі види транспорту, крім одного. Тобто, можна отримати оптимальний розв'язок для автомобільного, залізничного та водного видів транспорту окремо.

Отже, існує деякий «компромісний» опорний план, який повинен забезпечити мінімізацію цільової функції (1). Принцип побудови такого компромісного плану аналогічний відшукуванню точки Торічеллі в задачі Штейнера – тобто, точки, сума відстаней від якої до вершин деякого трикутника є мінімальною [12].

Далі, задача Штейнера може бути поширена на довільний  $n$ -кутник [13], або ж, в постановці даної задачі, на деяку скінченну кількість засобів доставки вантажу. Таким чином, підхід до відшукування такого компромісного плану будемо називати методом Штейнера.

Введемо наступні позначення:

– матриці собівартостей перевезень автомобільним, залізничним та водним транспортом, відповідно:

$$A = (a_{ij}), B = (b_{ij}), C = (c_{ij});$$

– матриці планів перевезень автомобільним, залізничним та водним транспортом, відповідно:

$$X = (x_{ij}), Y = (y_{ij}), Z = (z_{ij}).$$

Матрицю компромісного плану перевезень позначимо  $T = (t_{ij})$ .

Введемо відношення добутку матриць собівартостей та планів перевезень (на прикладі автомобільного транспорту):

$$A \times X = (a_{ij}) \times (x_{ij}) = \sum_{i,j=1}^{m,n} a_{ij} x_{ij}. \quad (3)$$

Таким чином, з урахуванням (3), цільова функція (1) набуде вигляду:

$$S = A \times X + B \times Y + C \times Z \rightarrow \min. \quad (4)$$

Для побудови загального алгоритму методу Штейнера використаємо підхід, аналогічний методу мінімального елемента, що застосовується при розв'язанні класичної транспортної задачі. Всі елементи матриці собівартостей перевезень

ранжуються за зростанням, а розподіл вантажів, що доставляються з пунктів відправки до пунктів доставки, починається з найменшого елемента цієї матриці.

Отже, для скінченної кількості засобів доставки вантажу алгоритм методу Штейнера буде наступним:

1. Будуємо матрицю Штейнера, тобто матрицю, елементами якої є мінімальні (за критерієм оптимізації) собівартості перевезень кожним видом транспорту з  $i$ -го пункту відправки до  $j$ -го пункту доставки:

$$St = (st_{ij}) = (\min(a_{ij}; b_{ij}; c_{ij})). \quad (5)$$

Тобто, мінімальне значення собівартості перевезень обчислюється наступним чином:

$$S_{\min} = St \times T. \quad (6)$$

2. Записуємо цільову функцію мінімізації собівартості – суму добутків елементів матриці  $St$  на значення відповідних показників опорного компромісного плану перевезень:

$$S = St \times T^* \rightarrow \min, \quad (7)$$

де  $T^*$  – матриця опорного (неоптимального) компромісного плану перевезень.

3. Мінімізуємо цільову функцію  $S$  – отримуємо мінімальне значення собівартості перевезень (6) та оптимальний компромісний план перевезень – тобто, виконується умова  $T^* = T$ .

4. Генеруємо множину комбінацій опорних планів для кожного виду транспорту, серед яких обираємо оптимальну (приклад такої генерації наведено нижче).

### 6.3. Адаптація розробленого алгоритму за допомогою модельного прикладу

Задля ефективності демонстрації застосування методів реалізації поставленої задачі використаємо модельний приклад. В даному прикладі припустимо наявність трьох пунктів відправки та трьох пунктів доставки вантажу. Задачу будемо розв'язувати за допомогою програми MS Excel наступними двома способами:

*1 спосіб.* Мінімізація комірки, що містить цільову функцію.

Нехай собівартість перевезень для кожного виду транспорту є наступною (табл. 1–3).

**Таблиця 1**

Собівартість перевезень автомобільним транспортом

| Автомобільний | b1 | b2 | b3 |
|---------------|----|----|----|
| a1            | 5  | 4  | 9  |
| a2            | 3  | 1  | 7  |
| a3            | 4  | 3  | 1  |

Таблиця 2

## Собівартість перевезень залізничним транспортом

| Залізничний | b1 | b2 | b3 |
|-------------|----|----|----|
| a1          | 10 | 8  | 8  |
| a2          | 8  | 11 | 7  |
| a3          | 4  | 3  | 1  |

Таблиця 3

## Собівартість перевезень річковим транспортом

| Річковий | b1 | b2 | b3 |
|----------|----|----|----|
| a1       | 6  | 2  | 8  |
| a2       | 2  | 3  | 6  |
| a3       | 5  | 2  | 9  |

Потреби пунктів доставки складають відповідно: 120, 80, 100.

Запаси в пунктах відправки – відповідно: 150, 90, 60.

Перші опорні плани для кожного виду транспорту окремо приймаємо нульовими. Цільова функція задачі – сума добутків собівартостей перевезень на їх обсяг – подається у вигляді (1) або (4). Далі, за допомогою надбудови «Пошук рішення» мінімізуємо дану цільову функцію. Одержимо плани перевезень, які наведено в табл. 4–6.

Таблиця 4

## Оптимальний план перевезень автомобільним транспортом

| Автомобільний | b1 | b2 | b3 |
|---------------|----|----|----|
| a1            | 30 | 0  | 0  |
| a2            | 0  | 0  | 0  |
| a3            | 0  | 0  | 60 |

Таблиця 5

## Оптимальний план перевезень залізничним транспортом

| Залізничний | b1 | b2 | b3 |
|-------------|----|----|----|
| a1          | 0  | 0  | 21 |
| a2          | 0  | 0  | 0  |
| a3          | 0  | 0  | 0  |

Таблиця 6

## Оптимальний план перевезень річковим транспортом

| Річковий | b1 | b2 | b3 |
|----------|----|----|----|
| a1       | 0  | 80 | 19 |
| a2       | 90 | 0  | 0  |
| a3       | 0  | 0  | 0  |

Оптимальне значення цільової функції в цьому випадку дорівнюватиме 870.

Неважко пересвідчитися, що сумарний компромісний план перевезень (сума



значень відповідних комірок кожного окремого плану) буде наступним (табл. 7).

Таблиця 7

Сумарний компромісний план перевезень

| Всі види транспорту | b1 | b2 | b3 |
|---------------------|----|----|----|
| a1                  | 30 | 80 | 40 |
| a2                  | 90 | 0  | 0  |
| a3                  | 0  | 0  | 60 |

2 способ. Метод Штейнера.

На першому кроці необхідно знайти компромісний план транспортних перевезень. Для цього побудуємо матрицю  $St$  Штейнера у вигляді (5).

$$St = \begin{pmatrix} \min(5;10;6) & \min(4;9;2) & \min(9;8;8) \\ \min(3;8;2) & \min(1;11;3) & \min(7;7;6) \\ \min(4;1;5) & \min(3;1;2) & \min(1;12;9) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Помножимо цю матрицю собівартостей на опорний компромісний план перевезень. Далі мінімізуємо, згідно (6), (7), відповідну комірку в середовищі MS Excel. Отримаємо результат, аналогічний одержаному за допомогою першого способу, – мінімальну собівартість перевезень  $S_{\min} = 870$ , та наступний компромісний план перевезень  $T$  (табл. 8).

Таблиця 8

Компромісний план перевезень

| Всі види транспорту | b1 | b2 | b3 |
|---------------------|----|----|----|
| a1                  | 30 | 80 | 40 |
| a2                  | 90 | 0  | 0  |
| a3                  | 0  | 0  | 60 |

Далі необхідно згенерувати множину комбінацій планів перевезень для кожного з видів транспорту. Так, якщо величина перевезень з пункту  $a_1$  до пункту  $b_1$  складає 30, то необхідно перебрати всі варіанти отримання такого результату за допомогою додавання трьох (за кількістю видів транспорту) доданків, наприклад:  $30+0+0$ ,  $29+1+0$  і т. д. Такий підхід породить досить об'ємний масив комбінацій планів, серед яких необхідно буде обрати оптимальний. Очевидно, зробити це вручну буде доволі громіздким завданням, тому тут знову варто звернутися до прикладних програмних засобів.

Виходячи з припущення, що кількість видів транспорту дорівнює трьом (наприклад, автомобільний, залізничний та водний) в середовищі MS Excel реалізовано поставлену задачу розмірності  $3 \times 3$ . Для розв'язання поставленої задачі застосовано два способи: мінімізація комірки, що містить цільову функцію, та метод Штейнера.

Використання методу Штейнера забезпечує прискорення процесу

відшукування оптимальних планів транспортної задачі, умовою якої передбачено наявність кількох видів транспорту. Гіпотетичне скорочення кількості ітерацій в процесі реалізації такої задачі може суттєво оптимізувати роботу програмного забезпечення у випадках, коли необхідно знайти розв'язок задачі розмірності  $m \times n$  при  $m, n \rightarrow \infty$ .

## 7. SWOT-аналіз результатів досліджень

*Strengths.* Розроблений метод побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі започатковує якісно новий підхід до реалізації задач такого типу. Фактично являючи собою спосіб деталізації алгоритму побудови опорних планів, метод Штейнера є вагомим кроком до зменшення кількості чисельних ітерацій при розв'язанні транспортної задачі, постановка якої передбачає кілька засобів доставки вантажу.

*Weaknesses.* Уточнюючи та деталізуючи з метою зменшення кількості чисельних ітерацій вже відомі наразі методи розв'язання мультимодальної транспортної задачі сам метод Штейнера розширює та ускладнює загальний алгоритм побудови опорних планів такої задачі.

*Opportunities.* Метод Штейнера може бути поширений на більш складні бізнес-моделі – тобто, на значно ширші класи мультимодальних чи змішаних транспортних задач. Крім того, застосування закладених в ньому підходів на всіх етапах реалізації тієї чи іншої транспортної задачі може бути доволі ефективним з точки зору оптимізації процесу її розв'язання.

*Threats.* Складність розробленого метода Штейнера потенційно може знівелювати вигоди від зменшення кількості чисельних ітерацій, додавши громіздкості в процес побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі.

Оптимізація існуючих методів реалізації мультимодальної транспортної задачі потенційно дозволяє значно зменшити кількість чисельних ітерацій при побудові її опорних планів, проте, неминуче призводить до ускладнення загального алгоритму розв'язання такої задачі. Втім, дане ускладнення буде цілком виправданим, зокрема, при реалізації транспортних задач, закладених в основу більш складних бізнес-моделей.

## 8. Висновки

1. В даній роботі було проведено дослідження існуючих методів побудови опорних планів транспортної задачі з кількома засобами доставки вантажу, а саму задачу визначено як мультимодальну. На основі критерію зменшення кількості чисельних ітерацій при відшуванні розв'язків такої задачі було запропоновано більш досконалий метод побудови її опорних планів – так званий метод Штейнера. А також реалізовано загальну постановку мультимодальної транспортної задачі – формалізовано її цільову функцію (критерій) оптимізації та допустиму множину розв'язків.

2. В загальному вигляді розроблено новий, більш досконалий алгоритм розв'язання поставленої задачі та проведено його адаптацію на модельному прикладі. Дослідження вигляду отриманих розв'язків та порівняння їх з результатами, отриманими за допомогою раніше відомих методів, дає змогу

говорити про ідентичність розв'язків, отриманих різними способами.

Таким чином, впорядкування алгоритму підбору розв'язку поставленої мультимодальної задачі, що його передбачає метод Штейнера, дасть змогу значно пришвидшити процес її розв'язання за рахунок зменшення кількості чисельних ітерацій.

### Література

1. Пасічник В. І., Грисюк Ю. С., Пацьора О. В. Ефективність інтермодальних перевезень як елемент забезпечення високої якості транспортних послуг // Управління проектами, системний аналіз і логістика. Технічна серія. 2013. Вип. 12. С. 125–131.
2. Щербина Р. С. Методологічний аспект основних елементів змішаних перевезень експортних вантажів // Збірник наукових праць ДЕТУТ. Серія «Транспортні системи та технології». 2015. Вип. 26–27. С. 242–249.
3. Lin C.-C., Lin S.-W. Two-stage approach to the intermodal terminal location problem // Computers & Operations Research. 2016. Vol. 67. P. 113–119. doi: <http://doi.org/10.1016/j.cor.2015.09.009>
4. Slavova-Nocheva M. Competitiveness of the transport market in Bulgaria // Ikonicheski Izsledvania. 2012. Vol. 21, Issue 3.
5. Сторожев В. В. Оптимізація параметрів транспортних засобів в мультимодальних системах доставки вантажів: автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук. Одеса: Одеський національний морський університет, 2008. 22 с.
6. Solving time-dependent multimodal transport problems using a transfer graph model / Ayed H. et. al. // Computers & Industrial Engineering. 2011. Vol. 61, Issue 2. P. 391–401. doi: <http://doi.org/10.1016/j.cie.2010.05.018>
7. A parallel algorithm for solving time dependent multimodal transport problem: Proceedings / Ayed H. et. al. // IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, ITSC. 2011. P. 722–727. doi: <http://doi.org/10.1109/itsc.2011.6082973>
8. TIMIPLAN: An Application to Solve Multimodal Transportation Problems / Flórez J. E. et. al. // Scheduling and Planning Applications Workshop (SPARK). 2010.
9. Logistic operator – fundamental factor in rational production of services in multimodal transport / Zelenika R. et. al. // Promet – Traffic – Traffico. 2005. URL: <https://trid.trb.org/view/755378>
10. OPTIHUBS – Multimodal Hub Process Optimization by Means of Micro Simulation / Elias D. et. al. // Transportation Research Procedia. 2016. Vol. 14. P. 457–466. doi: <http://doi.org/10.1016/j.trpro.2016.05.098>
11. Combining linear programming and automated planning to solve intermodal transportation problems / García J. et. al. // European Journal of Operational Research. 2013. Vol. 227, Issue 1. P. 216–226. doi: <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.12.018>
12. Жалдак М. І., Триус Ю. В. Основи теорії і методів оптимізації: навчальний посібник. Черкаси: Брама-Україна, 2005. 608 с.
13. Романовский И. В. Задача Штейнера на графах и динамическое программирование // Компьютерные инструменты в образовании. 2004. № 2. С. 80–86.