УДК 681.04

Ю. Д. Полисский

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ СРАВНЕНИЯ ЧИСЕЛ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ СИСТЕМОЙ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

Рассмотрено алгоритмическое решение выполнения немодульной операции сравнения чисел, представленных в системе остаточных классов.

Ключевые слова: *остаточные классы, алгоритм, модули, сравнение*

1. Введение

Развитие параллельных принципов обработки информации связано с использованием системы остаточных классов (СОК), преимущества и недостатки которой подробно рассмотрены в [1] и [2]. Показано, что применение СОК позволяет существенно повысить эффективность вычислений. Кроме того, достоинствами такого представления чисел являются также малая разрядность остатков, высокая точность и надежность, способность системы к самокоррекции. Недостатки СОК обусловлены трудностями при реализации сложных, немодульных операций. К таким операциям относится сравнение чисел, с помощью которого могут быть выполнены все остальные немодульные операции [3]. В связи с этим значительное количество работ по использованию СОК посвящено повышению быстродействия операции сравнения чисел, в частности, работы автора [3–9]. В данной статье рассмотрено еще одно алгоритмическое решение ускорения процесса сравнения.

2. Основная часть

При изложении материала воспользуемся определениями и обозначениями, представленными в [9].

Сущность сравнения сводится к следующему. Если для каждого

$$N(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n)\in M-1,\ M=\prod_{i=1}^{n} m_i$$

составить разности $\tilde{\alpha}_i=(\alpha_i-\alpha_n)(\mathrm{mod}\ m_i)$, $i=1,2,\ldots,n-1$, то весь диапазон чисел M окажется разбитым на $K=\dfrac{M}{m_n}$ поддиапазонов длины m_n, внутри каждого из которых значения $\tilde{\alpha}_i$ одинаковы. Большим (меньшим) из чисел поддиапазона при этом является число с большим (меньшим) значением α_n.

Работа алгоритма сравнения чисел иллюстрируется табл. 1. Как видно из табл. 1 при сравнении чисел, например, $N_1=9876$ и $N_2=2123$ для системы модулей $m_1=2$, $m_2=3$, $m_3=5$, $m_4=7$, $m_5=11$ требуются 4 итерации.

Таблица 1

		Модули					
Числа	Итерация	2	3	5	7	11	13
9876		0	0	1	6	9	9
2123		1	2	3	2	0	4
9867	1	1	0	2	4	0	0
2119		1	1	4	5	7	0
759		1	0	4	3	0	
163		1	1	3	2	9	
759	2	1	0	4	3	0	
154		0	1	4	0	0	
69		1	0	4	6		
14		0	2	4	0		
63	3	1	0	3	0		
14		0	2	4	0		
9		1	0	4			
2		0	2	2			
5	4	1	2	0			
0		0	0	0			
1		1	1				
0		0	0				

Эффективная реализация алгоритма зависит от выбора значения m_i, $i=1,2,\ldots,n-(j-1)$ на каждой j-й итерации, $j=1,2,\ldots,n-1$ получения приведенных остатков

$$\tilde{\alpha}_i=(\tilde{\alpha}_i-\tilde{\alpha}_j)(\mathrm{mod}\ m_i),\quad \tilde{\beta}_i=(\tilde{\beta}_i-\tilde{\beta}_j)(\mathrm{mod}\ m_i),$$

$$i=n-1,n-2,\ldots,1.$$

$$\tilde{A}^j=(\tilde{\alpha}_1,\tilde{\alpha}_2,\ldots,\tilde{\alpha}_j);\quad \tilde{B}=(\tilde{\beta}_1,\tilde{\beta}_2,\ldots,\tilde{\beta}_j).$$

Наибольшая вероятность $p_i=\dfrac{1}{\prod_{u=1}^{i=1} m_i}$ попадания чисел в диапазон длины m_i на j-й итерации достигается при наименьшем значении $\prod_{u=1}^{i-1} m_i$. Следовательно, на каждой итерации в качестве m_i следует принимать наибольший из модулей. Поэтому для уменьшения количества итераций представляется целесообразным выполнять процесс сравнения чисел, записанных в системе основных модулей $m_1, m_2, \ldots, m_i, \ldots, m_t, \ldots, m_n$, на системе модулей $m_1, m_2, \ldots, \widetilde{m}_i, \ldots, \widetilde{m}_t, \ldots, m_n$, где $\widetilde{m}_i$ и $\widetilde{m}_t$ — дополнительные большие модули. Выполнение других вычислительных операций осуществляется по основным модулям системы.

Табл. 2 иллюстрирует работу данного алгоритма. Здесь вместо основных модулей $m_5 = 11$ и $m_6 = 13$ введены дополнительные модули $\widetilde{m}_5 = 59$ и $\widetilde{m}_6 = 61$, а результат достигается за 2 итерации.

Таблица 2

		Модули							
Числа	Итерация	**2**	**3**	**5**	**7**	**59**	**61**	**11**	**13**
9876		0	0	1	6	**23**	**55**	9	9
2123		1	2	3	2	**58**	**49**	0	4
9821	1	1	2	1	0	**27**	$\boxed{\mathbf{0}}$	9	6
2074		0	1	4	2	**9**	$\boxed{\mathbf{0}}$	6	7
161		1	2	1	0	43		7	5
34		0	1	4	6	34		1	8
118	2	0	1	3	6	8		8	1
0		**0**	**0**	**0**	**0**	**0**		**0**	**0**

Введение дополнительных модулей позволяет одновременно со сравнением чисел решить и другие немодульные операции, в частности, определение выхода числа за диапазон. В работе [7] показано, что для однозначного определения выхода $S_{\Pi} = N_1 \times N_2 = T \times \frac{M}{2}$ за диапазон M необходимо расширить его до $M \times \frac{\sqrt{M}\downarrow}{2}$, где $T = \sqrt{M}\downarrow$ — ближайшее меньшее к $\sqrt{M}$ целое число. Для данной системы основных модулей $\frac{\sqrt{M}\downarrow}{2} = 89$, что обеспечивается двумя введенными дополнительными модулями $\widetilde{m}_5 = 59$ и $\widetilde{m}_6 = 61$.

Заключение

Рассмотрено алгоритмическое решение задачи сравнения чисел, представленных системой остаточных классов. Для ускорения операции сравнения предлагается введение дополнительных больших модулей вместо некоторых основных модулей системы. Представленное алгоритмическое решение рассматривается как одно из возможных направлений повышения быстродействия операций сравнения чисел в системе остаточных классов.

Литература

1. Акушский И. Я. Машинная арифметика в остаточных классах [Текст] / И. Я. Акушский, Д. И. Юдицкий. — М. : Советское радио, 1968. — 440 с.
2. Червяков Н. И. Методы и принципы построения модулярных нейрокомпьютеров [Текст] : Труды Юбилейной Международной научно-технической конференции «50 лет модулярной арифметики», Россия, Москва, Зеленоград, 23–25 ноября 2005 / Н. И. Червяков. — М. : МИЭТ. — С. 232—242.
3. Полисский Ю. Д. Формирование позиционных характеристик при табличной реализации алгоритмов системы остаточных классов [Текст] : Сб. трудов конференции «Моделирование-2008», 14–16 мая 2008, г. Киев / Ю. Д. Полисский. — Т. 2. — Киев, 2008. — С. 489—495.
4. Полисский Ю. Д. Сравнение чисел в системе остаточных клас сов [Текст] : Труды Юбилейной Международной научно-технической конференции «50 лет модулярной арифметики», Россия, Москва, Зеленоград, 23–25 ноября 2005 / Ю. Д. Полисский. — М. : МИЭТ. — С. 274—290.
5. Полисский Ю. Д. О выполнении сложных операций в системе остаточных классов [Текст] / Ю. Д. Полисский // Электронное моделирование. — 2006. — № 3. — Т. 28. — С. 117—123.
6. Полисский Ю. Д. Сравнение чисел в системе остаточных клас сов [Текст] / Ю. Д. Полисский // Управляющие системы и машины. — 2007. — № 1. — С. 39—42.
7. Полисский Ю. Д. Новые способы выполнения сложных операций в системе остаточных классов [Текст] / Ю. Д. Полисский // Электронное моделирование. — 2011. — Т. 33. — № 5. — С. 73—81.
8. Полисский Ю. Д. Ускоренное выполнение операции попарного сравнения чисел в системе остаточных классов [Текст] : тези доповідей / Ю. Д. Полисский // Міждержавна науково-методична конференція «Проблеми математичного моделювання», 13–15 червня 2012 р., Дніпродзержинськ. — 2012. — С. 29—31.
9. Полисский Ю. Д. Алгоритмы выполнения немодульных операций сравнения чисел в модулярной системе остаточных классов [Текст] : матеріали Міжнародної наукової конференції «Наукова періодика слов'янських країн в умовах глобалізації», 12 жовтня 2012 р., м. Київ / Ю. Д. Полисский // Технологический аудит и резервы производства. — 2012. — Т. 5, № 2(7). — С. 43—44.

ПРО ОДНЕ АЛГОРИТМІЧНЕ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ ПОРІВНЯННЯ ЧИСЕЛ, ПРЕДСТАВЛЕНИХ СИСТЕМОЮ ЗАЛИШКОВИХ КЛАСІВ

Ю. Д. Поліський

Розглянуто алгоритмічне вирішення виконання немодульної операції порівняння чисел, представлених в системі залишкових класів.

Ключові слова: залишкові класи, алгоритм, модулі, порівняння.

***Юрій Давидович Поліський**, кандидат технічних наук, Науково-дослідницький інститут автоматизації чорної металургії, **тел.: (056) 7443365, e-mail: polissky@mail.ru**.*

ABOUT ONE ALGORITHMIC DECISION OF TASK OF COMPARISON OF NUMBERS, RESIDUE CLASSES PRESENTED SYSTEM

Y. Polisskiy

The algorithmic decision of implementation of unmodule operation of comparison of numbers, presented in residue class system.

Keywords: Residue classes, algorithm, modules, comparison.

***Yuri Polisskiy**, candidate of engineerings sciences, Research institute of automation of ferrous metallurgy, **tel.: (056) 7443365, e-mail: polissky@mail.ru**.*