

УДК 629.5.01.001.63

DOI: 10.15587/1729-4061.2020.197358

Разработка математической модели описания динамики морских технических систем с гибкими связями с целью совершенствования их проектирования

В. С. Блинцов, К. С. Трунин

Розроблені математична модель (ММ) опису динаміки елемента ГЗ МТС, в якості приклада якої розглядається підводна буксирувана система (ПБС), та ММ МТС з ГЗ.

ММ динаміки елемента ГЗ дає можливість враховувати:

- 1) рух судна-носія (СН);*
- 2) особливості конструкції ГЗ, які впливають на функціональні характеристики МТС;*
- 3) рух підводного апарату (ПА);*
- 4) вплив перешкод на шляху руху ПА та ГЗ;*
- 5) значні переміщення ГЗ в складі МТС.*

Математична модель МТС з ГЗ дозволяє вирішувати наступні завдання:

- 1) визначати зміну форми ГЗ та сил її натягіння в процесі маневрування СН та ПА з урахуванням морських хвиль, вітрових навантажень на СН, глибини моря та її зміни у визначеній акваторії, маси та пружних якостей ГЗ;*
- 2) визначати відносне положення СН та ПА в процесі їх маневрування;*
- 3) визначати максимальні навантаження на ГЗ, необхідні для оцінки його міцності в процесі маневрування СН і ПА.*

Аналіз проектних завдань при створенні морських прив'язних систем (МПС), як різновиду МТС, показує, що значну теоретичну складність та наукоємність отримують розрахунки ГЗ МПС. Запропонована методика удосконалення проектування МТС з ГЗ, заснована на ММ опису динаміки ГЗ МТС (а також МТС з ГЗ), дає можливість досліджувати різноманітні режими експлуатації практично всіх класів МПС. За її допомогою виникає можливість удосконалювати існуючі методи розрахунків і проектування МПС з ГЗ, довести їх до рівня інженерного додатку.

Ключові слова: гнучкий зв'язок, морська технічна система, математична модель опису динаміки гнучкого зв'язку, удосконалення проектування МТС з ГЗ.

1. Введение

В связи с изменениями экологии и климата Земли возросли требования к технике изучения и освоения Мирового океана, его шельфовой зоны. Изучение и освоение Мирового океана и других водных ресурсов нуждается в новых технических средствах изучения океана, что требует разработки новых методов расчётов и проектирования морских технических систем (МТС). Характерной особенностью современных МТС является наличие гибких связей – цепей, канатов, тросов, кабель-тросов, кабель-шланговых систем и пр., которые являются

их неотъемлемой частью и одним из основных элементов. Гибкие связи (ГС) используются в широком диапазоне режимов эксплуатации (различные глубины, течения, экстремальные режимы при буксировке, многозвенность технических систем, их взаимное влияние и т. п.). Гибкая связь, находящаяся в воде и являющаяся пространственным криволинейным объектом, до приложения нагрузки сохраняет свою форму до тех пор, пока на него не начнут воздействовать какие-либо силы. При функционировании МТС примером таких воздействий могут служить усилия на ГС судов-буксировщиков, течений, подводных аппаратов (ПА), аварийные режимы работы. При этом следует учитывать не только технические условия, но и механические нагрузки на ГС, которые возникают из-за влияния ветра, волнения моря, морских течений и маневров плавсредств.

Примером МТС является класс морских привязных систем (МПС), которые, в свою очередь, включают в себя подводные самоходные привязные системы и подводные буксируемые системы (ПБС) [1, 2]. При проектировании и эксплуатации МПС с самоходными подводными аппаратами (СПА) стационарные задачи, в которых объекты занимают неизменное положение в пространстве при неизменных характеристиках потока, и воспринимают постоянные во времени внешние нагрузки, являются квазистатическими. Состояние системы описывается уравнениями статики, хотя действующие на нее силы по своей природе гидродинамические.

Динамическая задача для рассмотренной системы связана с гидродинамической. Опыт проектирования и эксплуатации систем с СПА для задач шельфа показывает, что в уравнениях движения элементов таких систем используют упрощенные выражения для внешних сил, присоединенных масс жидкости, гидродинамических сил потока жидкости. Динамика процессов учитывается инерционными членами уравнений движения, динамической составляющей скорости элементов систем в жидкости.

Это обуславливает актуальность совершенствования теории и методов проектирования МПС с ГС, уточнения существующих методик расчётов.

Во многих случаях изменение характеристик ГС необходимо учитывать оперативно в реальном масштабе времени. При этом важно учитывать изменение формы поперечного сечения ГС по глубине, вызываемое изменением гидростатического давления:

- 1) при эксплуатации в неподвижной жидкости;
- 2) при установившемся движении, когда присоединенными массами воды можно пренебречь;
- 3) при динамических режимах эксплуатации ГС.

В настоящее время при проектировании МТС с ГС необходимо использовать новые ММ описания динамики МТС с ГС, которые позволят ответить на вопросы проектирования с максимальным учётом их эксплуатационных свойств.

Модели динамики ГС требуют дополнительных исследований применительно к конкретным схемам (новым задачам механики ГС) и конкретным возмущениям. В существующих расчётах ГС используются в основном их ММ для идеальных круглых сечений.

При этом необходимо учитывать изменение собственных характеристик ГС во время эксплуатации (изменение их характеристик во времени в течение длительной эксплуатации):

- при гидростатическом обжатии ГС меняет свою форму от идеальной окружности;

- происходит существенное растяжение ГС по длине, в том числе и внутренних жил кабелей, вследствие чего меняется гидродинамическое сопротивление ГС;

- происходит неравномерное старение и износ оболочек и оплетки кабелей ГС, изготовленных из различных материалов;

- меняется изгибная жёсткость ГС в зависимости от глубины погружения;

- возможно появление поперечной вибрации ГС в потоке воды, что существенно влияет на их надёжность.

Сегодня актуальной является задача оперативного расчёта усилий в ГС для задач исследовательского проектирования и использования в системах автоматического управления МПС в реальном масштабе времени.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

В статье [3] рассмотрена гидродинамическая модель буксируемой системы. Модель буксируемого кабеля в данной работе основана на методе Аблюу и Шехтера. В работе предлагается способ создания буксируемой системы. Основное уравнение решается с использованием численного метода Рунге-Кутты 4-го порядка для стабильного кабеля. Результаты вычислений близки к измеренным. Данная модель описания ГС ПБС не даёт возможности исследовать режимы маневрирования системы, приводящие к вибрации плохообтекаемых ГС в потоке.

В статье [4] рассмотрен метод управления движением для буксируемых подводных аппаратов (БПА) с подвижными крыльями. На БПА влияют нелинейность и неопределенность положения гибкого буксировочного троса, гидродинамические силы, параметрические колебания и внешние возмущения. В данной работе кабель аппроксимирован методом сосредоточенных масс, так что число сегментов кабелей определяет порядок системы. Непосредственное рассмотрение нелинейной динамики является одной из главных особенностей этой работы. Однако влияние гидродинамического обжатия на кабель при его пространственном перемещении не рассматривается.

В работе [5] разработан метод математического моделирования динамики ГС на основе автоматического контроля осевого движения его элементов. Синтезирован регулятор расстояний между элементами ГС как составляющая математической модели. Предложен способ моделирования ГС с изменяемой длиной. Показана эффективность разработанного метода в сравнении с методом сосредоточенных масс и эластичных связей при моделировании нерастяжимых ГС, однако не учитывается изменение гидродинамических характеристик ГС под действием гидростатического давления.

В работе [6] рассмотрен процесс моделирования и контроля скорости подводных колёсных привязных буксируемых аппаратов. Моделирование осу-

ществляется в двухкоординатной системе. Объединены гидродинамическая модель ПА и гидравлический механизм модели ГС, динамические характеристики оригинальной буксируемой системы изучаются с помощью компьютерного моделирования. Особенностью гибкой буксируемой системы является сочетание нелинейности временного регулирования нагружения, ограничений окружающей среды. Реальный контроль скорости базируется на разработанной и внедрённой теории, использующей высокоскоростной скользящий режим. Однако моделирование динамики осуществляется в двухмерной системе координат, что в настоящее время является недостаточным для описания динамики ПБС при больших перемещениях.

В работе [7] исследовано сопротивление подводного аппарата без ГС, однако остались нерешенными вопросы, связанные с описанием динамики ГС.

В работе [8] рассмотрена модель гибких сегментов, принятая для динамических расчётов. В данной модели кабель делится на определённое количество гибких сегментов и описывается нелинейными ~~зависимыми~~ уравнениями в моменты равномерного движения сегментов. В данном примере моделирование динамики осуществляется также в двухкоординатной системе, что в настоящее время является недостаточным для описания ~~динамики~~ пространственного движения ПБС.

В работе [9] рассмотрено применение метода динамической оптимизации траектории свободно плавающего кабеля в толще воды. Рассмотрена модель в трёхмерной системе координат с разбивкой ГС на элементы, связанные между собой. Кабель моделируется как цепочка жёстких стержней, соединённых друг с другом шарнирами с двумя степенями свободы, которые могут описывать изгиб кабеля в двух плоскостях (три координаты). Кабель считается очень гибким, но не способным к удлинению. Данная модель даёт возможность получать траекторию движения судна и кабеля, однако без учета изменения гидродинамических характеристик кабеля, что недостаточно для всестороннего изучения динамики ГС.

В работе [10] рассмотрено применение метода динамической оптимизации для буровой колонны, закреплённой одним концом на морском дне, по аналогии с методом, предлагаемым в [9]. В данной модели учитываются нагрузки от растяжения и поворота буровой колонны. Однако для использования в расчетах кабельных линий указанная модель непригодна.

Существуют множество инструментальных средств описания ГС МТС, в основном, в плоской постановке задачи. Однако решение задачи совершенствования проектирования МТС с ГС состоит в необходимости комплексного использования существующих и разработанных методов с учётом всего количества имеющейся информации о МТС с ГС.

В настоящее время нет единой теории проектирования МТС с ГС – надводных, подводных (буксируемых и привязных), стационарных и дрейфующих, которая бы учитывала все существенные факторы эксплуатации ГС и достоверно позволяла их проектировать. Причиной этого могут быть объективные трудности, связанные с существенными финансовыми и временными затратами, что делает соответствующие исследования довольно трудоёмкими.

Анализ проектных задач при создании МПС с ГС показывает, что значительную теоретическую сложность и наукоёмкость приобретают расчёты ГС МТС, прочности и надёжности их элементов.

В связи с этим возникают задачи разработки ММ функционирования МТС в квазистационарных режимах работы, ММ описания динамики МТС, создания комплекса для компьютерного моделирования квазистационарных и динамических режимов работы МТС.

3. Цель и задачи исследования

Целью исследования является совершенствование проектирования морских технических систем с гибкими связями на основе уточненной математической модели их динамики, описывающей явления растяжения ГС с учетом продольной жесткости и изменение формы ГС в процессе эксплуатации.

Создание таких моделей позволит описывать функционирование практически всех видов МТС с ГС (надводных, подводных, стационарных и дрейфующих), работающих в реальных условиях эксплуатации. С позиций проектирования использование таких математических моделей позволит отказаться от организации и проведения сложных натурных экспериментов, часть из которых практически невозможно выполнить в натурных условиях. Создание таких моделей послужит основой для развития компьютерных технологий исследования и проектирования ГС МТС и МТС с ГС.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- создание ММ описания динамики ГС МТС на примере подводной буксируемой системы (ПБС), которая, в отличие от существующих моделей, позволит учитывать ГС в составе МПС, особенности конструкции ГС;
- создание ММ описания динамики МТС с ГС, которая позволит определять изменение формы ГС и сил её натяжения в процессе маневрирования СН и ПА с учётом морского волнения и подводных течений; относительное положение СН и ПА в процессе их маневрирования;
- усовершенствовать методику проектирования МТС с ГС, базирующуюся на использовании ММ ГС МТС и МТС с ГС.

4. Математическая модель описания динамики гибкой связи морской технической системы

Работа ГС МТС и ПБС, в частности, в процессе эксплуатации характеризуется следующими условиями:

- 1) канаты подвергаются действию перепадов температур воздуха (от $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $50\text{ }^{\circ}\text{C}$) морской воды (от $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $30\text{ }^{\circ}\text{C}$);
- 2) канаты подвергаются многократному изгибу на блоках, диаметр которых $D_B=200-500$ мм и более;
- 3) блоки имеют диаметр желоба $D_{ж}$, достигающий до трёх и более диаметров каната, следовательно, жёлоб можно считать практически плоским;
- 4) канаты на барабанах буксирных лебёдок наматываются в $15\div 20$ слоёв;

5) канаты подвергаются раздавливанию на барабанах лебёдки в связи с многослойной навивкой, что непосредственно влияет на целостность конструкции канатов;

6) при проводке каната через блоки возникают значительные углы девиации (до $30\text{--}45^\circ$);

7) канаты эксплуатируются в жестких условиях коррозионной усталости, так как при этом подвергаются воздействию переменной среды: воздух – морская вода;

8) канаты испытывают динамические нагрузки при волнении на море и особенно при задевании за грунт и подводные препятствия;

9) канаты подвергаются значительному механическому износу вследствие трения на блоках и о морское дно.

Как показывает морская практика, в процессе длительной эксплуатации МПС и ПБС:

– канаты получают большое остаточное удлинение (до $15\div 20$ м и больше на 1000 м длины);

– неравномерная укладка канатов на барабаны лебёдок и вьюшек приводит к вырыванию отдельных проволок и целых прядей из тела каната;

– наблюдается выдавливание органического сердечника по всей длине каната;

– происходит разрушение реборд барабана;

– происходит интенсивное изнашивание проволок каната вследствие механического истирания на блоках и роульсах, в клюзах и на кнехтах. Это приводит к обрыву каната, особенно при зацепе за подводное препятствие, и в конечном итоге – к потере буксируемых носителей и др. дорогостоящего оборудования;

– у КТ происходит вытягивание жил электрических проводов, что вызывает изменение их сопротивления, а при проникновении воды в местах разрыва – к короткому замыканию и выходу их из строя.

В связи с этим, математические модели описания динамики МТС с ГС должны максимально полно учитывать характер проектных задач с учётом эксплуатационных факторов: характеристик волнения, конструктивных особенностей ГС, новых подходов к определению запасов прочности ГС и элементов МТС. Это позволит комплексно учитывать с единых теоретических позиций гидродинамики ГС все эксплуатационные характеристики МТС с ГС.

В общем случае МПС состоит из судна-носителя (СН), буксируемого подводного аппарата (ПА) и соединяющей их ГС (рис. 1) [2]. Используется правая система координат $Oxyz$. Оси Ox и Oy лежат в плоскости поверхности моря, а ось Oz совпадает с направлением вектора силы тяжести q .

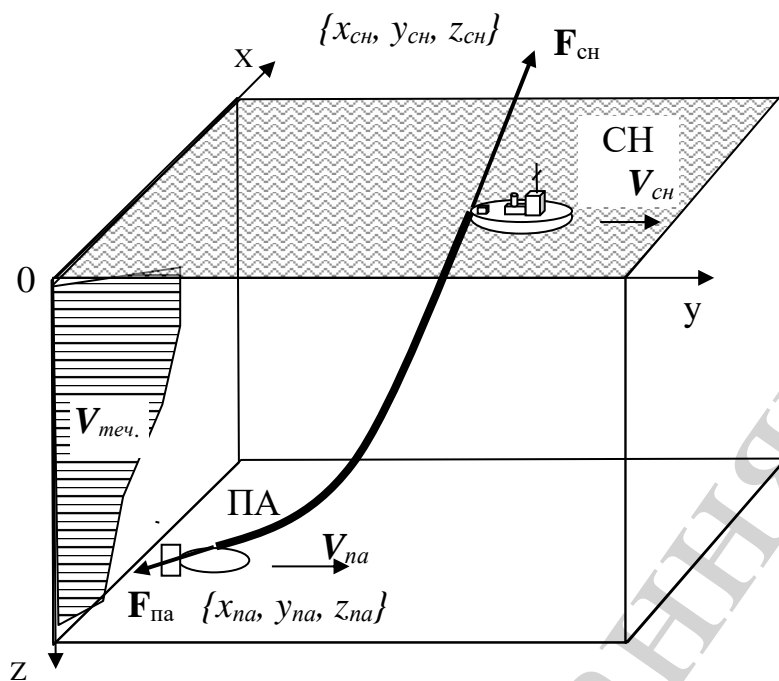


Рис. 1. Общая схема МТС на примере ПБС

Коренной конец ГС закреплён на СН и имеет координаты x_{ch}, y_{ch}, z_{ch} . Ходовой конец ГС закреплён на ПА и имеет координаты x_{na}, y_{na}, z_{na} . Скорость СН задана вектором V_{ch} , а скорость ПА – вектором V_{na} . Скорость морского течения $V_{теч}$ стационарна, имеет произвольную эпюру.

ГС может быть представлена в виде совокупности отдельных малых элементов длиной ds , соединённых между собой упругими связями (рис. 2) [11].

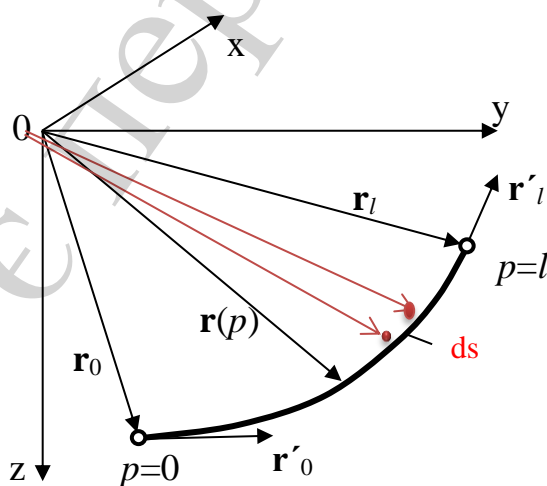


Рис. 2. Осевая линия элемента ГС

Полная длина ГС определяется как сумма элементарных длин ds , количество которых $p=0, \dots, l$. На малый элемент ГС длиной ds действуют силы растяжения, которые создаются в результате сил, приложенных к коренному F_{ch} и ходовому F_{na} концам ГС со стороны СН и ПА.

В процессе движения СН и ПА под действием сил гидродинамической природы и силы тяги судна-носителя пространственная форма ГС и, как следствие, расстояние между СН и ПА изменяются. Силы тяжести q ГС характеризуются линейной плотностью самой ГС.

Если ГС сохраняет неизменный диаметр d_0 по длине, тогда в математической модели он задаётся числовым значением, а если d_0 зависит от координаты s вдоль длины ГС (например, под действием гидростатического обжатия), тогда задаётся функцией.

Радиус-вектор ГС $\mathbf{r}(p)$ связан с вектором координат \mathbf{e} зависимостью

$$\vec{r}(p) = \mathbf{S}(p) \cdot \vec{e}, \quad (1)$$

где \vec{e} – вектор обобщённых координат;

$$\vec{e} = \{\vec{r}_0^{0T} \vec{r}_0^{1T} \vec{r}_l^{0T} \vec{r}_l^{1T}\}^T;$$

$$\vec{r}_u^k = \left. \frac{\partial \vec{r}^k}{\partial p^k} \right|_{p=u} = \begin{Bmatrix} x_u^k \\ y_u^k \\ z_u^k \end{Bmatrix};$$

– радиус-векторы ($k=0$) и касательные векторы ($k=1$) к осевой линии ГС в её конечных точках ($p=0$ и $p=l$) когда u принимает значения 0 ($p=0$) или l ($p=l$); $\mathbf{S}(p) = \parallel s_1 \mathbf{I} \ s_2 \mathbf{I} \ s_3 \mathbf{I} \ s_4 \mathbf{I} \ 0 \ 0 \parallel$ – матрица функций форм ГС; \mathbf{I} – единичная матрица (3×3) [11].

В качестве функций формы ГС использованы функции Эрмита, позволяющие аппроксимировать форму элемента ГС по величине и производной радиуса-вектора ГС

$$x(p) = s_1(p) \cdot x_0 + s_2(p) \cdot x'_0 + s_3(p) \cdot x_l + s_4(p) \cdot x'_l, \quad (2)$$

$$y(p) = s_1(p) \cdot y_0 + s_2(p) \cdot y'_0 + s_3(p) \cdot y_l + s_4(p) \cdot y'_l, \quad (3)$$

$$z(p) = s_1(p) \cdot z_0 + s_2(p) \cdot z'_0 + s_3(p) \cdot z_l + s_4(p) \cdot z'_l. \quad (4)$$

Уравнения движения элемента ГС могут быть получены с помощью уравнений Лагранжа II рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{e}}} - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{e}} + \frac{\partial U}{\partial \mathbf{e}} = \frac{\delta W}{\delta \mathbf{e}}, \quad (5)$$

где T – кинетическая энергия элемента ГС, Дж;

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho_l \cdot \dot{\vec{r}}^T \cdot \dot{\vec{r}} \cdot dp; \quad (6)$$

ρ_l – линейная плотность материала ГС, кг/м; U – потенциальная энергия деформации элемента ГС, Дж; δW – виртуальная работа активных сил, Дж;

$$\delta W = \int_0^l \delta \vec{r}^T \cdot \rho_l \cdot \vec{g} \cdot dp + \int_0^l \delta \vec{r}^T \cdot \vec{F} \cdot dp; \quad (7)$$

g – вектор ускорения силы тяжести, м/с²; F – вектор активных (внешних) сил, действующих на ГС, Н.

Использование вектора обобщённых координат в абсолютной системе координат не требует пересчёта координат узлов ГС между ней и вспомогательными системами координат. При этом также отсутствует необходимость учёта присоединённых масс жидкости к ГС, если при определении гидродинамических сил сопротивления ГС использовать коэффициенты сопротивления, определённые эмпирическим путём. Использование метода абсолютных координат имеет существенные преимущества по сравнению с использованными ранее методами.

После подстановки производных по времени радиуса-вектора $\dot{\vec{r}} = S \cdot \dot{\vec{e}}$ (1) и его вариации $\delta \vec{r} = S \cdot \delta \vec{e}$ в уравнение (5) уравнения движения в матричной форме принимают вид

$$M \cdot \ddot{\vec{e}} + \vec{Q}^e = \vec{Q}^g + \vec{Q}^F, \quad (8)$$

куда входят постоянные матрица масс (M) и столбец обобщённых сил тяжести (Q^g), а также вектор внешних активных сил (Q^F) и реакций упругого деформирования ГС (Q^e). Уравнение (8) записано без учёта жёсткости изгиба и кручения, которые будут приняты во внимание при дальнейшем совершенствовании математической модели ГС в составе МТС.

Матрица масс определяется по формуле

$$M = \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\vec{e}} \partial \dot{\vec{e}}^T} = \rho_l \int_0^l S^T S \cdot dp = const, \quad (9)$$

а столбец обобщённых сил тяжести

$$\vec{Q}^g = \frac{\partial W^g}{\partial \vec{e}} = \int_0^l \rho_l \cdot S^T \cdot \vec{g} \cdot dp = const. \quad (10)$$

Потенциальная энергия внутренних сил упругих деформаций элемента ГС определяется по формуле

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l E \cdot A \cdot \varepsilon^2 \cdot dp, \quad (11)$$

где E – модуль Юнга материала ГС, Па; A – площадь поперечного сечения ГС, m^2 ; ε – продольная деформация осевой линии ГС с продольной жёсткостью $E \cdot A$

$$\varepsilon = \sqrt{\vec{r}'^T \vec{r}'} - 1 \approx \frac{1}{2}(r'^T r' - 1) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial p} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right)^2 - 1 \right]. \quad (12)$$

Продольные силы можно определить по формуле

$$Q_i^\varepsilon = \frac{\partial \Pi^\varepsilon}{\partial e_i} = EA \int_0^l \varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial e_i} dp = \sum_{k=1}^4 E \cdot A \cdot \bar{\varepsilon} \cdot \bar{S}_{ik}^{11} \cdot e_k = \sum_{k=1}^4 K_{ik}^\varepsilon \cdot e_k, \quad (13)$$

где K_{ik}^ε – матрица продольной жёсткости ГС;

Элементы матрицы масс можно определить по формуле (9) выполнив замену переменной интегрирования

$$M_{ij} = \rho_l \int_0^l s_i^T s_j \cdot dp = \rho_l \cdot l \int_0^l s_i^T s_j \cdot d \frac{p}{l} = \rho_l \cdot l \int_0^1 s_i^T s_j \cdot d\xi, \quad i, j \in [1; 4]. \quad (14)$$

Аналогичным образом вычисляются остальные элементы матрицы M .

Для определения K_{ik}^ε – матрицы продольной жёсткости элементов ГС, необходимо вычислить составляющие её элементов. Элементы матрицы \bar{S}_{ik}^{11} симметричны относительно главной диагонали.

$$Q_i^\varepsilon = \sum_{k=1}^4 E \cdot A \cdot \bar{\varepsilon} \cdot \bar{S}_{ik}^{11} \cdot e_k = \sum_{k=1}^4 K_{ik}^\varepsilon \cdot e_k = K^\varepsilon \cdot \bar{e}, \quad K^\varepsilon = K_0^\varepsilon \cdot \bar{\varepsilon}. \quad (15)$$

Подставив функции Эрмита (2)–(5) в формулу для элемента матрицы M_{22} , получим

$$\bar{Q}_1^g = \rho_l \cdot \bar{g} \cdot \int_0^l s_1 \cdot dp, \quad (16)$$

$$\bar{Q}_2^g = \rho_l \cdot \bar{g} \cdot \int_0^l s_2 \cdot dp, \quad (17)$$

$$\bar{Q}_3^g = \rho_l \cdot \bar{g} \cdot \int_0^l s_3 \cdot dp, \quad (18)$$

$$\bar{Q}_4^g = \rho_l \cdot \bar{g} \cdot \int_0^l s_4 \cdot dp, \quad (19)$$

Обобщенная математическая модель динамики элемента ГС определена системой уравнений [12]:

$$\ddot{x}_1 = f_{1X} \left(x_1, y_1, z_1, \frac{\partial x_1}{\partial t}, \frac{\partial y_1}{\partial t}, \frac{\partial z_1}{\partial t} \right), \quad (20)$$

$$\ddot{y}_1 = f_{1Y} \left(x_1, y_1, z_1, \frac{\partial x_1}{\partial t}, \frac{\partial y_1}{\partial t}, \frac{\partial z_1}{\partial t} \right), \quad (21)$$

$$\ddot{z}_1 = f_{1Z} \left(x_1, y_1, z_1, \frac{\partial x_1}{\partial t}, \frac{\partial y_1}{\partial t}, \frac{\partial z_1}{\partial t} \right), \quad (22)$$

$$\ddot{x}_2 = f_{1X} \left(x_1, y_1, z_1, \frac{\partial x_1}{\partial t}, \frac{\partial y_1}{\partial t}, \frac{\partial z_1}{\partial t} \right) + f_{2X} \left(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \frac{\partial x_2}{\partial t}, \frac{\partial y_2}{\partial t}, \frac{\partial z_2}{\partial t} \right), \quad (23)$$

$$\ddot{y}_2 = f_{1Y} \left(x_1, y_1, z_1, \frac{\partial x_1}{\partial t}, \frac{\partial y_1}{\partial t}, \frac{\partial z_1}{\partial t} \right) + f_{2Y} \left(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \frac{\partial x_2}{\partial t}, \frac{\partial y_2}{\partial t}, \frac{\partial z_2}{\partial t} \right), \quad (24)$$

$$\ddot{z}_2 = f_{1Z} \left(x_1, y_1, z_1, \frac{\partial x_1}{\partial t}, \frac{\partial y_1}{\partial t}, \frac{\partial z_1}{\partial t} \right) + f_{2Z} \left(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \frac{\partial x_2}{\partial t}, \frac{\partial y_2}{\partial t}, \frac{\partial z_2}{\partial t} \right), \quad (25)$$

Система уравнений (20)–(25) зависит от параметров, характеризующих свойства ГС, и внешних воздействий на неё. Правые части зависимостей (20)–(25) являются функциями от искомых переменных и их производных по времени.

5. Математическая модель динамики морской привязной системы с гибкой связью

Параметры, необходимые для выполнения математического моделирования динамики МПС:

- 1) амплитуда, длина и скорость гармонических волн на поверхности моря;
- 2) координаты вектора скорости СН в зависимости от времени;
- 3) координаты вектора скорости морского течения;
- 4) максимальная длина ГС;
- 5) коэффициент (модуль) упругости ГС на растяжение в каждой её точке;
- 6) допустимые силы (или напряжения) растяжения ГС в каждой её точке;
- 7) координаты и массы грузов, закреплённых на ГС;
- 8) координаты и плавучесть поплавков и буёв, закреплённых на ГС;
- 9) коэффициенты гидродинамического сопротивления ГС;
- 10) линейная плотность ГС;
- 11) масса, плавучесть, коэффициенты гидродинамического сопротивления и вектор скорости ПА по отношению к неподвижной воде в зависимости от времени;
- 12) координаты преград в воде;

- 13) размеры и масса преград;
- 14) координаты скорости движения преград;
- 15) глубина моря.

Характеристики МПС, которые определяются с помощью математической модели:

- 1) силы, действующие на коренной и ходовой конец ГС;
- 2) длину ГС;
- 3) относительное растяжение ГС;
- 4) координаты ПА по отношению к СН;
- 5) форму ГС в зависимости от времени;
- 6) распределение сил и напряжений растяжения ГС по её длине;
- 7) определять квазистатическое положение МПС и форму ГС, если оно возможно при заданных параметрах МПС и ГС, используя разработанную компьютерную программу в режиме "установления решения", когда в процессе решения задачи искомые функции перестают зависеть от времени.

Математическая модель динамики морской привязной системы (МПС) включает не только уравнения ГС, но и уравнения динамики СН и буксируемого ПА, движение которых определяет граничные условия в узлах ГС с номерами $i=0$ и $i=N$. Будем считать, что узел ГС с номером $i=0$ закреплён на СН, а узел ГС с номером $i=N$ закреплён на ПА.

Динамика СН и буксируемого ПА отличаются только параметрами, поэтому уравнения их динамики имеют одинаковый вид. Считаем, что СН и ПА представляют собой абсолютно жёсткие стержни, положение которых в пространстве определяется координатами их центра массы (x_i, y_i, z_i) , курсовым углом (φ_{ki}) , углом дифферента (φ_{di}) и крена (φ_{kri}) . Длина стержней (L_i) равна длине СН или ПА, а положение центра массы определяется расстоянием до него от кормы (L_{ki}) . Положение и ориентация этих переменных и параметров показано на рис. 3.

Система уравнений динамики СН или ПА состоит из шести уравнений [13]

$$M_{ci} \cdot \ddot{x}_i = F_{cxi}, \quad (28)$$

$$M_{ci} \cdot \ddot{y}_i = F_{cyi}, \quad (29)$$

$$M_{ci} \cdot \ddot{z}_i = F_{czi}, \quad (30)$$

$$J_{ki} \cdot \ddot{\phi}_{ki} = M_{zi}, \quad (31)$$

$$J_{di} \cdot \ddot{\phi}_{di} = M_{di}, \quad (32)$$

$$J_{kri} \cdot \ddot{\phi}_{kri} = M_{kri}, \quad (33)$$

где M_{ci} – масса судна; J_{ki} , J_{di} , J_{kri} – моменты инерции судна относительно осей поворота, дифферента и крена; F_{cxi} , F_{cyi} , F_{czi} , M_{zi} , M_{di} , M_{kri} – внешние силы и крутящие моменты действующие на судно.

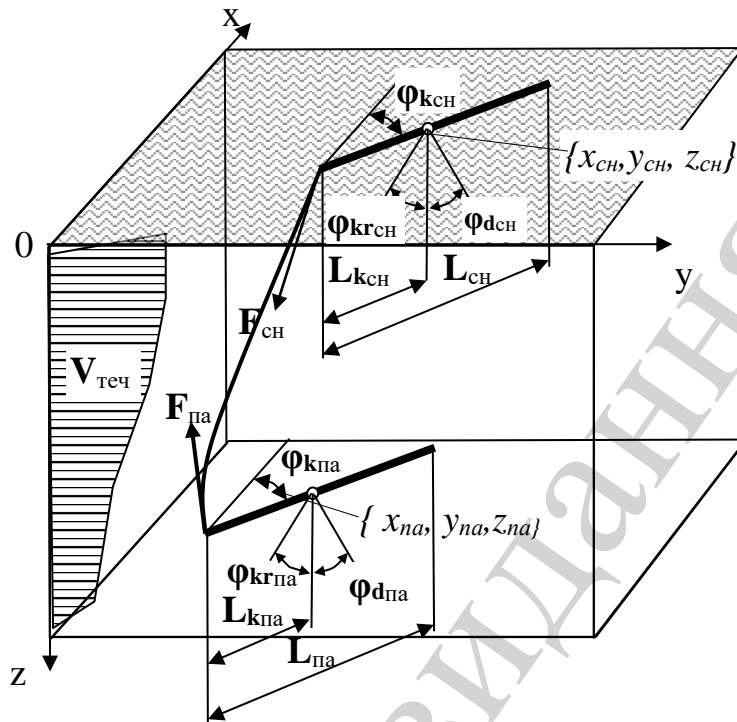


Рис. 3. Схема геометрических параметров СН и ПА

Систему уравнений двух связанных элементов ГС можно решить, используя численные методы. С учётом полученных матриц уравнение имеет вид [13]

$$\mathbf{M}_1 \cdot \ddot{\bar{e}}_{i-1} + \mathbf{M}_2 \cdot \ddot{\bar{e}}_i + \mathbf{M}_3 \cdot \ddot{\bar{e}}_{i+1} + \mathbf{K}_1 \cdot \bar{e}_{i-1} + \mathbf{K}_2 \cdot \bar{e}_i + \mathbf{K}_3 \cdot \bar{e}_{i+1} = \bar{Q}_i, \quad (34)$$

Производную второго порядка по времени вектора обобщённых координат необходимо заменить её дискретным аналогом.

$$\ddot{\bar{e}} \approx \frac{\frac{\bar{e}^{n+1} - \bar{e}^n}{\Delta t_{n+1}} - \frac{\bar{e}^n - \bar{e}^{n-1}}{\Delta t_n}}{\frac{1}{2}(\Delta t_n + \Delta t_{n+1})}, \quad (35)$$

где n – номер расчётного шага по времени t ;

$$\Delta t_n = t_n - t_{n-1}; \quad (36)$$

$$\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n. \quad (37)$$

В результате преобразования (35) получим

$$\ddot{\vec{e}} \approx \frac{2}{(\Delta t_n + \Delta t_{n+1})} \left(\frac{\vec{e}^{n+1} - \vec{e}^n}{\Delta t_{n+1}} - \frac{\vec{e}^n - \vec{e}^{n-1}}{\Delta t_n} \right), \quad (38)$$

Вводя обозначения коэффициентов уравнения (38)

$$C_{t0} = \frac{2}{(\Delta t_n + \Delta t_{n+1}) \cdot \Delta t_n}, \quad (39)$$

$$C_{t1} = \frac{2}{\Delta t_{n+1} \cdot \Delta t_n}, \quad (40)$$

$$C_{t2} = \frac{2}{(\Delta t_n + \Delta t_{n+1}) \cdot \Delta t_{n+1}}, \quad (41)$$

выражение (38) преобразуем к виду

$$\ddot{\vec{e}} \approx C_{t2} \vec{e}^{n+1} - C_{t1} \vec{e}^n + C_{t0} \vec{e}^{n-1}. \quad (42)$$

С учётом (42) преобразуем уравнение (34)

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 \cdot (C_{t2} \vec{e}^{n+1} - C_{t1} \vec{e}^n + C_{t0} \vec{e}^{n-1})_{i-1} + \mathbf{M}_2 \cdot (C_{t2} \vec{e}^{n+1} - C_{t1} \vec{e}^n + C_{t0} \vec{e}^{n-1})_i + \\ + \mathbf{M}_3 \cdot (C_{t2} \vec{e}^{n+1} - C_{t1} \vec{e}^n + C_{t0} \vec{e}^{n-1})_{i+1} + \mathbf{K}_1 \cdot \vec{e}_{i-1}^n + \mathbf{K}_2 \cdot \vec{e}_i^n + \mathbf{K}_3 \cdot \vec{e}_{i+1}^n = \vec{Q}_i^n. \end{aligned} \quad (43)$$

Матричное алгебраическое уравнение (43) записано в неявной форме с использованием трёх временных слоёв. Для его решения используем двухшаговый итерационный метод. На первом шаге будем считать, что матрицы \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_3 нулевые, тогда уравнение (43) принимает явную форму

$$\mathbf{M}_2 \cdot (C_{t2} \tilde{\vec{e}}^{n+1} - C_{t1} \vec{e}^n + C_{t0} \vec{e}^{n-1})_i + \mathbf{K}_1 \cdot \vec{e}_{i-1}^n + \mathbf{K}_2 \cdot \vec{e}_i^n + \mathbf{K}_3 \cdot \vec{e}_{i+1}^n = \vec{Q}_i^n, \quad (44)$$

в котором знаком "тильда" отмечена приближённая величина вектора обобщённых координат на $n+1$ слое по времени. Решение уравнения (44) можно получить по методу обратной матрицы

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_2 \cdot (C_{t2} \tilde{\vec{e}}^{n+1} - C_{t1} \vec{e}^n + C_{t0} \vec{e}^{n-1})_i + \\ + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_1 \cdot \vec{e}_{i-1}^n + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_2 \cdot \vec{e}_i^n + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_3 \cdot \vec{e}_{i+1}^n = \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \vec{Q}_i^n. \end{aligned} \quad (45)$$

Корректировка (уточнение и регуляризация) вектора обобщённых координат выполняется с его использованием в уравнении (43), которое преобразовано по методу Абарбанеля и Цваса [14] к виду

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_1 \cdot (C_{i2} \tilde{\vec{e}}^{n+1} - C_{i1} \vec{e}^n + C_{i0} \vec{e}^{n-1})_{i-1} + \mathbf{M}_2 \cdot (C_{i2} \vec{e}^{n+1} - C_{i1} \vec{e}^n + C_{i0} \vec{e}^{n-1})_i + \\ & + \mathbf{M}_3 \cdot (C_{i2} \tilde{\vec{e}}^{n+1} - C_{i1} \vec{e}^n + C_{i0} \vec{e}^{n-1})_{i+1} + \mathbf{K}_1 \cdot \tilde{\vec{e}}_{i-1}^{n+1} + \mathbf{K}_2 \cdot \tilde{\vec{e}}_i^{n+1} + \mathbf{K}_3 \cdot \tilde{\vec{e}}_{i+1}^{n+1} = \vec{Q}_i^n. \end{aligned} \quad (46)$$

Уравнение (46) также решаем по методу обратной матрицы

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_1 \cdot (C_{i2} \tilde{\vec{e}}^{n+1} - C_{i1} \vec{e}^n + C_{i0} \vec{e}^{n-1})_{i-1} + \\ & + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_2 \cdot (C_{i2} \vec{e}^{n+1} - C_{i1} \vec{e}^n + C_{i0} \vec{e}^{n-1})_i + \\ & + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_3 \cdot (C_{i2} \tilde{\vec{e}}^{n+1} - C_{i1} \vec{e}^n + C_{i0} \vec{e}^{n-1})_{i+1} + \\ & + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_1 \cdot \tilde{\vec{e}}_{i-1}^{n+1} + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_2 \cdot \tilde{\vec{e}}_i^{n+1} + \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_3 \cdot \tilde{\vec{e}}_{i+1}^{n+1} = \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \vec{Q}_i^n. \end{aligned} \quad (47)$$

Последовательное применение формул (45) и (47) позволяет определить вектор обобщённых координат во всех узлах ГС на $n+1$ слое по времени.

Векторы обобщённых координат в граничных узлах ГС ($i=0$ и $i=N$) на $n+1$ слое по времени можно определить из уравнений (39)–(44). Обобщённые координаты в граничных узлах ГС ($i=1$ и $i=N-1$) на $n+1$ слое по времени определены по формулам (45) и (47).

Величину Δt необходимо задать, используя принцип причинно-следственной связи между волновыми процессами деформирования ГС. Этот принцип учитывается, если выполняется условие Куранта-Фридрихса-Леви, определяющее устойчивость итерационного вычислительного процесса по формулам (45) и (47). Согласно условию Куранта-Фридрихса-Леви [13]

$$\Delta t \leq C_k \cdot l / C_T, \quad (48)$$

где C_k – коэффициент запаса устойчивости вычислений ($C_k \leq 1$); C_T – скорость продольных волн растяжения ГС, м/с, определяемая по формуле

$$C_T = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}. \quad (49)$$

Полученные формулы (45) и (47) решения системы уравнений (34) позволяют составить алгоритм моделирования динамики ГС под действием внешних воздействий на неё.

Алгоритм состоит из следующих этапов:

1) ввод основных параметров ГС, СН, ПА;

- 2) ввод основных функций, определяющих волнение моря, кинематику преград, скорость морского течения и внешних сил, действующих на ГС;
- 3) задание начальных и граничных условий для ГС, СН и ПА;
- 4) дискретизация ГС и вычисление искомых функций в узлах сетки, в соответствии с заданными начальными и граничными условиями;
- 5) определение шага изменения времени Δt по условию (48) и момента времени на $n+1$ слое $t^{k+1}=t^k+\Delta t$;
- 6) проверка условия окончания вычислений $t^{n+1} \leq t_m$. Если условие выполнено, тогда переходим к пункту 7 данного алгоритма для вычисления искомых функций на $n+1$ слое времени, иначе считаем процесс вычисления окончанным и переходим к пункту 12;
- 7) расчёт изменения координат узлов ГС на этапе предиктор;
- 8) корректировка изменения координат узлов ГС на этапе регуляризации по формуле (49);
- 9) вычисление характеристик МПС на $n+1$ временном слое по времени по формулам (начальные и граничные условия, результаты моделирования);
- 10) запись результатов вычисления характеристик МПС на $n+1$ временном слое по времени в заданные файлы;
- 11) переход к пункту 5;
- 12) окончание вычислений.

Блок-схема разработанного алгоритма показана на рис. 4 [13].

Полученный алгоритм моделирования динамики ГС, позволяет перейти в дальнейшем к разработке компьютерной программы, описывающей динамику МПС.

ММ динамики элемента ГС позволяет учитывать большие перемещения ГС в составе МПС и учитывать:

- 1) движение судна носителя (СН), которое определяется следующими факторами: волнение поверхности моря; кинематические характеристики движения СН скорость морского течения;
- 2) особенности конструкции ГС, влияющие на функциональные характеристики МПС, определяются длиной и изменением длины ГС в процессе движения СН, упругими и прочностными характеристиками ГС, положительной или отрицательной плавучестью ГС, а также грузов, поплавков и буев, связанных с ГС. Необходимо также учитывать; силы гидродинамического сопротивления ГС в процессе её движения в воде, а также силы, действующие на коренной и ходовой конец ГС;
- 3) движение ПА, которое определяется массой и плавучестью ПА, относительным расположением ПА по отношению к СН и кинематическими характеристиками его движения, силами гидродинамического сопротивления ПА в процессе его движения в воде;
- 4) влияние преград на пути движения ПА и ГС, которое определяется следующими факторами: расположением преград в воде; размерами преград; – кинематическими характеристиками движения преград.

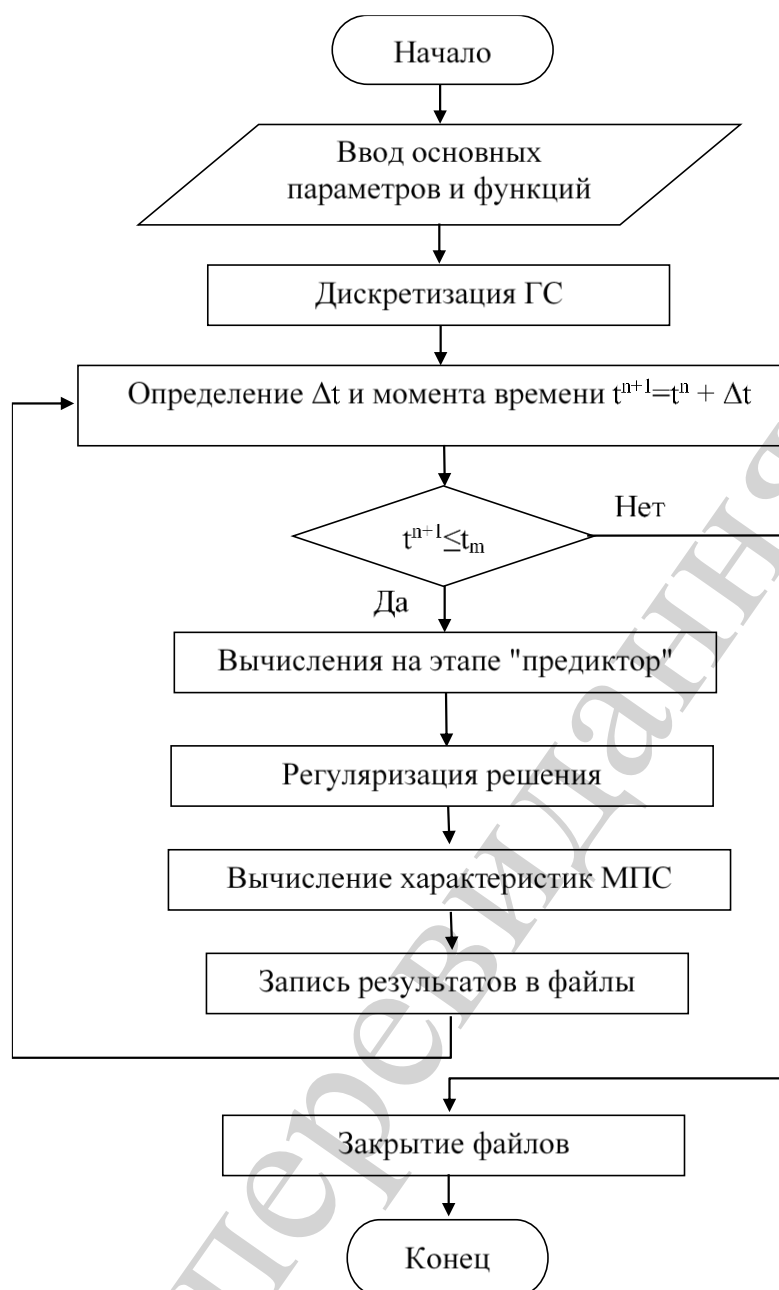


Рис. 4. Блок-схема алгоритма моделирования динамики МПС

ММ двух связанных элементов ГС МПС позволяет разработать алгоритм расчёта динамики ГС при её больших перемещениях и позволяет решать следующие задачи, которые в существующих ММ не учитывались:

1) определять изменение формы ГС и сил её натяжения в процессе маневрирования СН и ПА с учётом морского волнения и подводных течений. Возможен также учёт ветровых нагрузок на СН, глубины моря и её изменения в заданной акватории, массы и упругих свойств ГС;

2) определять относительное положение СН и ПА в процессе их маневрирования;

3) определять резонансные режимы растяжения ГС и максимальные нагрузки на ГС для оценки её прочности в процессе маневрирования СН и ПА;

4) определять усилия растяжения ГС;

5) определить систему уравнений, описывающих динамику элемента ГС в результате действия на неё внешних сил и реакций растяжения.

Разработанная математическая модель предназначена, прежде всего, для решения нестационарных задач динамики привязных систем. Поэтому стационарные режимы буксировки определены в результате завершения математического моделирования нестационарного (переходного) процесса системы от начального положения (ГС подвешена на СН вертикально в направлении оси Z) до её установившегося состояния. Для упрощения моделирования установившегося состояния привязной системы использовали принцип "обращения воздействия", когда элементы системы считали неподвижными, а на них набегает поток воды со скоростью равной скорости движения СН и противоположной по направлению.

Тестирование математической модели привязной системы и алгоритма расчёта выполнено на примерах стационарного режима буксировки трёх видов привязных систем.

Привязная система 1 [15]. Судно-буксировщик (СБ) соединено с буксируемым носителем (БН) кабель-буксиром диаметром 30 мм, длиной – 400 м, жёсткость кабель-буксира – $6,75 \cdot 10^7$ Н, погонная масса – 1,43 кг/м. К БН присоединён стабилизирующий участок дополнительного каната нулевой плавучести, создающий при скорости буксировки 3 м/с усилие ($F_{БН}$) 1 кН. БН представляет собой круговой цилиндр диаметром 0,8 м, длиной 2 м, массой 1030,44 кг, при которой обеспечивается его нулевая плавучесть. Коэффициенты сопротивления БН $C_x=C_z=0,77$, кабель-буксира $C_n=1,35$, $C_t=0,04$ [15, с. 144-146].

Линия кабель-буксира рассчитана в вышеназванной работе [15] без учёта гидродинамического сопротивления кабель-буксира. Были также рассчитаны их линии по разработанной модели без учёта гидродинамического сопротивления кабель-буксира и с его учётом. Было также получено распределение силы натяжения вдоль кабель-буксира в направлении координаты S.

В результате проведенного исследования следует, что результаты моделирования согласуются с расчётами, приведёнными в [15], без учёта гидродинамического сопротивления кабель-буксира. Учёт сопротивления кабель-буксира при математическом моделировании приводит к уменьшению глубины его погружения, что соответствует физическим законам.

Привязная система 2 [16]. В данном примере использован БН с собственным движителем, упор которого принимал значения 50, 100, 150 и 250 Н в направлении движения СБ со скоростью 0,8 м/с под углом заглубления 30° по отношению к оси X. Диаметр кабель-троса 12 мм, а его длина 100 м [16].

Рассчитаны линия кабель-троса в вышеназванной работе [16], а также линии, рассчитанные по разработанной модели. Получено также распределение силы натяжения вдоль кабель-троса в направлении координаты S. Результаты моделирования согласуются с расчётами, приведёнными в работе [16] как по форме профиля кабель-троса, так и по величине силы натяжения троса возле БН ($S=100$ м).

Привязная система 3 [17]. В данном примере использован БН с собственным движителем, упор (F_x) которого в направлении движения СБ со ско-

ростью 0,5 м/с и заглубляющая сила (F_z). Диаметр кабель-троса 12 мм, а его длина 100 м. Для расчёта использованы данные из работы [17].

Проведено сравнение линия кабель-троса, рассчитанной в работе [17], а также линий, рассчитанных по разработанной модели. Получено также распределение силы натяжения вдоль кабель-троса в направлении координаты S в результате математического моделирования и модуль силы натяжения кабель-троса возле БН ($S=100\text{м}$) из работы [17]. Результаты моделирования согласуются с расчётами, приведёнными в [17], как по форме профиля кабель-троса, так и по величине силы натяжения троса возле БН ($S=100\text{ м}$).

6. Уточнение методики проектирования морской технической системы с гибкой связью

Совершенствование проектирования МТС с ГС основывается на совершенствовании существующих методов их проектирования путём использования разработанных ММ описания динамики ГС МТС и МТС с ГС на примере ПБС.

Предлагается использовать комплексный подход в проектировании МТС с ГС с учётом эксплуатационных факторов, который подразумевает:

1) учёт минимального радиуса изгиба и количества слоёв намотки ГС на барабане лебёдки, что влияет на габаритные размеры барабана и всей лебёдки в целом в зависимости от необходимой длины ГС;

2) учёт динамических ударных нагрузок на ГС, что требует моделирования режимов эксплуатации ГС МПС для определения прочности ГС и узлов крепления ходового и коренного конца ГС буксирной линии;

3) учёт сил гидродинамической природы, возникающих при поперечной вибрации ГС в потоке воды и конструктивных особенностей ГС, позволяющих устранить её;

4) обеспечение заданной плавучести ГС;

5) обеспечение заданного радиуса изгиба ГС на барабане.

Важнейшим элементом проектирования любой ТС в настоящее время является необходимость разработки концепции. Концепция совершенствования проектирования МТС с ГС заключается в создании комплексной модели совершенствования проектирования МТС с ГС (математической и компьютерной), позволяющей учитывать внутренние и внешние факторы, оказывающие влияние на эксплуатацию ГС МТС.

Основными чертами концепции совершенствования проектирования МТС с ГС являются:

– применение классических методов теории проектирования с учётом особенностей (специфики) проектирования МТС в зависимости от типа МПС;

– разработка ММ динамики ГС МПС и МПС с ГС и отражение в них характерных физических процессов в ходе создания конкретной МПС с ГС;

– разработка компьютерной программы описания динамики ГС МПС и МПС с ГС;

– оптимизация элементов и характеристик объекта как системы на всех уровнях ее иерархии и на всех этапах проектирования по мере накопления до-

стоверной информации (примером такого иерархического уровня является комплектация объекта основными элементами системы (оборудованием);

- синтез классических методов и исследовательского проектирования с использованием созданной ММ, уточняющей результаты оптимизации элементов и характеристик объекта, полученные на основе разработанных математической и компьютерной моделей МТС;

- организация взаимодействия проектанта, заказчика, разработчиков головных образцов оборудования и обратная связь этапных результатов с первоначальными техническими заданиями на МТС с ГС и комплектующее оборудование. Аргументированная и согласованная корректировка заданий, т. е. использование метода последовательных приближений;

- повышение устойчивости оптимальных решений путем изучения технических возможностей МТС с ГС в аварийных ситуациях и обеспечению общей безопасности МТС с ГС.

Краткий перечень наиболее важных задач концепции:

- учет конкретных условий эксплуатации ГС и уточнение проблемы внешних сил на базе опыта и модельного эксперимента, научных исследований;

- анализ параметров морского волнения и различных аспектов эксплуатации;

- исследование технологических процессов использования ГС в морских условиях;

- оценка аварийных ситуаций и принятие мер по выходу из них;

- обоснованный выбор критериев прочности и их оценка;

- оценка надежности ГС и элементов МТС;

- совершенствование методики проектирования с учетом назначения объекта (ГС), результатов предыдущих научных исследований, имеющихся достижений в области науки и техники и опыта проектирования.

Концепция совершенствования проектирования МТС с ГС может быть создана в виде алгоритма, позволяющего учитывать внутренние и внешние факторы среды, оказывающие влияние на эксплуатацию ГС МТС, их параметры.

7. Обсуждение результатов исследования динамики гибкой связи морской технической системы и морской технической системы с гибкой связью

Преимуществом данного исследования по сравнению с аналогичными является то, что ММ двух связанных элементов ГС МТС позволяет:

- 1) определять изменение формы ГС и сил её натяжения, массы и упругих свойств ГС в процессе эксплуатации (маневрирования СН и ПА и пр.). При этом учитываются морское волнение, подводные течения, ветровые нагрузки на СН, глубины моря и её изменения в заданной акватории;

- 2) определять резонансные режимы растяжения ГС и максимальные нагрузки на ГС для оценки её прочности в процессе маневрирования СН и ПА;

- 3) определять усилия растяжения ГС.

Полученный алгоритм моделирования динамики ГС, позволяет перейти в дальнейшем к разработке компьютерной программы, описывающей динамику МПС.

Математическая модель динамики морской привязной системы включает не только уравнения ГС, но и уравнения динамики СН и буксируемого ПА, движение которых определяет граничные условия в узлах ГС с номерами $i=0$ и $i=N$.

Недостатком данного исследования является то, что данная модель не учитывает растяжение ГС, её изгиб и кручение. Альтернативными решениями могут быть расширение данной модели и введение новых параметров в компьютерную программу описания динамики ГС МТС, например, учёт растяжения ГС, её изгиба и кручения. В дальнейшем ММ МТС с ГС будет расширена за счёт введения новых уравнений, учитывающих растяжение ГС, изгиб и кручение.

Ограничением данного исследования является то, что величину Δt необходимо задать, используя принцип причинно-следственной связи между волновыми процессами деформирования ГС. Этот принцип учитывается, если выполняется условие Куранта-Фридрихса-Леви, определяющее устойчивость итерационного вычислительного процесса по формулам (45) и (47).

Количество элементов ГС определяет погрешность моделирования и затраты времени на выполнение расчётов. Чем больше элементов ГС, тем меньше погрешность расчёта, но тем больше его длительность. В программе, реализованной авторами на основе созданной ММ, можно задать не более 100 элементов ГС. Ориентировочно, длина одного элемента не должна превышать 20 метров. Окончательный выбор количества элементов ГС можно выполнить в результате сравнения решений задачи, полученных с разным количеством элементов ГС.

Кроме того, в результате расширения и совершенствования данной ММ потребуется корректировка алгоритма моделирования динамики МПС и

Математическая модель МТС с ГС позволяет решать следующие задачи, которые в существующих ММ не учитывались:

- 1) определять изменение формы ГС и сил её натяжения в процессе маневрирования СН и ПА с учётом морского волнения и подводных течений. Возможен также учёт ветровых нагрузок на СН, глубины моря и её изменения в заданной акватории, массы и упругих свойств ГС;
- 2) определять относительное положение СН и ПА в процессе их эксплуатации;
- 3) определять резонансные режимы растяжения ГС и максимальные нагрузки на ГС для оценки её прочности в процессе маневрирования СН и ПА.

Благодаря особенностям предложенных решений с использованием разработанных ММ возможно проводить модельный эксперимент, не обращаясь к физическому эксперименту. При этом появляется возможность моделирования различных режимов работы проектируемой МТС с ГС, вплоть до экстремальных и аварийных.

Для расчётов СПМ на прочность в данном случае будут использоваться данные о нагрузках, полученных из модельного эксперимента.

Тестирование математической модели привязной системы и алгоритма расчёта выполнено на примерах стационарного режима буксировки трёх видов привязных систем. Результаты моделирования согласуются с расчётами, приведёнными в [12, 13, 15, 16].

Предлагаемая методика проектирования МПС с ГС, основанная на ММ описания динамики ГС МПС (и МПС с ГС), позволяет исследовать различные режимы эксплуатации практически всех классов МПС, получить значения сил, действующих на ГС и рабочие органы СПМ. При этом возможно оценить реальные разрушающие усилия в ГС и МПС и в дальнейшем разработать рекомендации по прогнозированию возможных нагрузок для проектирования их элементов, усовершенствовать существующие методы расчёта и проектирования МПС с ГС и довести их до уровня инженерного приложения.

7. Выводы

1. Анализ существующих моделей динамики ГС МПС показал, что в большинстве моделей элемента ГС в МПС рассматривают динамику ГС при относительно малых перемещениях и изгибах, что показывает актуальность разработки данной математической модели динамики элемента ГС, позволяющей исследовать реальные условия эксплуатации (большие перемещения ГС в составе МПС и пр.). Получены уравнения динамики элемента ГС МПС, которые позволяют описывать значительные величины его перемещений.

2. Разработанная математическая модель динамики ГС и алгоритм математической модели позволят проектанту МПС, имеющей в своём составе ГС, более качественно и оперативно проектировать практически все классы МПС. Это также позволит решать задачи описания динамики ГС МПС в экстремальных и аварийных условиях эксплуатации.

3. Уточнена методика проектирования МТС с ГС, базирующаяся на концепции совершенствования проектирования МТС с ГС. Использование ММ ГС МТС и МТС с ГС позволяет довести проектирование элементов МТС до инженерных методов расчёта. Использование комплексного подхода в проектировании МТС с ГС подразумевает т. н. подход «единой кнопки», когда при её нажатии осуществляется проектирование всей МТС в целом. При этом возможно осуществлять проектирование не только отдельных элементов МТС – ГС, СПМ, СН и др., а всей МТС как единой системы в целом с учётом влияния элементов МТС друг на друга. Использование такой комплексной системы совершенствования проектирования МТС с ГС позволит сократить затраты времени на ранних этапах проектирования МТС.

Литература

1. Blintsov, V., Klochkov, O. (2019). Generalized method of designing unmanned remotely operated complexes based on the system approach. *EUREKA: Physics and Engineering*, 2, 43–51. doi: <https://doi.org/10.21303/2461-4262.2019.00878>
2. Blintsov, V., Kucenko, P. (2019). Application of systems approach at early stages of designing unmanned towed underwater systems for shallow water areas. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5 (9 (101)), 15–24. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.179486>
3. Feng, D. K., Zhao, W. W., Pei, W. B., Ma, Y. C. (2011). A New Method of Designing Underwater Towed System. *Applied Mechanics and Materials*, 66-68, 1251–1255. doi: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amm.66-68.1251>

4. Minowa, A., Toda, M. (2019). A High-Gain Observer-Based Approach to Robust Motion Control of Towed Underwater Vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 44 (4), 997–1010. doi: <https://doi.org/10.1109/joe.2018.2859458>
5. Blintsov, O. (2017). Development of the mathematical modeling method for dynamics of the flexible tether as an element of the underwater complex. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (7 (85)), 4–14. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.90291>
6. Liu, G., Xu, G., Wang, G., Yuan, G., Liu, J. (2019). Modeling and Speed Control of the Underwater Wheeled Vehicle Flexible Towing System. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, 1–11. doi: <https://doi.org/10.1155/2019/3943472>
7. Nedelcu, A., Tărăbuță, O., Clinci, C., Ichimoaiei, G. (2018). CFD approach used for modelling hydrodynamic analysis and motion characteristics of a remotely operated vehicle. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 172, 012029. doi: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/172/1/012029>
8. Xu, X., Wang, S., Lian, L. (2013). Dynamic motion and tension of marine cables being laid during velocity change of mother vessels. *China Ocean Engineering*, 27 (5), 629–644. doi: <https://doi.org/10.1007/s13344-013-0053-5>
9. Drag, Ł. (2016). Application of dynamic optimisation to the trajectory of a cable-suspended load. *Nonlinear Dynamics*, 84 (3), 1637–1653. doi: <https://doi.org/10.1007/s11071-015-2593-0>
10. Drag, Ł. (2017). Application of dynamic optimisation to stabilise bending moments and top tension forces in risers. *Nonlinear Dynamics*, 88 (3), 2225–2239. doi: <https://doi.org/10.1007/s11071-017-3372-x>
11. Трунин, К. С. (2017). Уравнения динамики элемента гибкой связи морской привязной системы. *Збірник наукових праць НУК*, 1, 18–25. doi: <https://doi.org/10.15589/jnn20170104>
12. Трунин, К. С. (2017). Математическая модель двух связанных элементов гибкой связи морской привязной системы. *Збірник наукових праць НУК*, 2, 3–10. doi: <https://doi.org/10.15589/jnn20170201>
13. Трунин, К. С. (2017). Динамика морской привязной системы с гибкой связью. *Збірник наукових праць НУК*, 3, 3–10. doi: <https://doi.org/10.15589/jnn20170301>
14. Роуч, П. (1980). *Вычислительная гидродинамика*. М.: Мир, 618.
15. Бугаенко, Б. А. (2004). *Динамика судовых спускоподъемных операций*. Киев: Наукова думка, 320.
16. Нужный, С. Н. (1998). Особенности проектирования кабель-тросов для самоходных привязных подводных аппаратов. *Республіканський міжвідомчий науково-технічний збірник електричного машинобудування та електрообладнання*. Одеса, 224.
17. Бабкин, Г. В. (1998). Оценка энергетических характеристик двухзвенной привязной подводной системы с бум-отводителем. *II Міжнародна НТК «Проблеми енергозбереження і екології суднобудування*. Миколаїв, УДМТУ.