## УДК 629.78 DOI: 10.15587/1729-4061.2020.192813

# Синтез алгоритму керування кутовим рухом космічних апаратів з аеромагнітною системою відведення

#### А. П. Алпатов, С. В. Хорошилов, Е. О. Лапханов

Відомо, що для певної задачі керування відносним рухом космічних апаратів (КА) проводиться синтез відповідного закону управління і вибираються відповідні керуючі органи. В якості виконавчих органів при керуванні орієнтацією і стабілізацією КА використовують двигуни-маховики, геродини, електромагніти пристрої з постійними магнітами і мікрореактивні двигуни. Так, для забезпечення точної стабілізації КА в задачах дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) найчастіше застосовують двигуни-маховики разом з електромагнітами. У свою чергу, існує ряд завдань управління відносним рухом КА, де немає необхідності в точній стабілізації КА і забезпеченні мінімальних похибок при орієнтації. До таких завдань можуть належати: завдання орієнтації КА для зарядки сонячних батарей, керування орієнтацією науково-дослідних та метеорологічних КА.

Метою дослідження є синтез закону для алгоритму керування орієнтацією КА при застосуванні виконавчих органів з постійними магнітами (ВОПМ). ВОПМ є органами керування орієнтацією КА і складаються з поворотних постійних магнітів, шагових двигунів і капсул-екранів зі стулками. Відкривання і закривання стулок капсул-екранів і поворот постійних магнітів певним чином забезпечують генерацію дискретного керуючого магнітного моменту. Слід зазначити, що ВОПМ не забезпечують точної стабілізації КА, а звідси не підходять для завдань ДЗЗ. Однак ВОПМ споживають меншу кількість бортової енергії, ніж інші системи керування орієнтацією КА, і доцільні для застосування в задачах, що потребують менш точної стабілізації.

Проведено синтез закону керування для КА з ВОПМ із застосуванням нелінійного регулятора і широтно імпульсного модулятора. Визначено межі ефективного застосування ВОПМ для різних космічних завдань, однією з яких є орієнтація і стабілізація аеродинамічного елементу перпендикулярно до динамічному потоку атмосфери, що набігає. Показано переваги використання ВОПМ в порівнянні з електромагнітними виконавчими органами в задачах стабілізації аеродинамічних елементів аеромагнітної системи відведення відпрацьованих КА з низьких навколоземних орбіт

Ключові слова: синтез закону керування, пристрої з постійними магнітами, космічний апарат, нелінійний регулятор

#### 1. Вступ

Пошук ефективних засобів керування орієнтацією і стабілізацією космічних апаратів (КА) є однією із головних задач досліджень в галузі ракетно-космічної техніки. Критерії ефективності системи керування обираються відповідно до задач космічних місій, що мають бути вирішені певним КА. Так, для вирішення задач

точної навігації та супутникового дистанційного моніторингу Землі (ДЗЗ) застосовують системи керування відносним рухом КА, що забезпечують високі показники якості орієнтації і стабілізації [1, 2]. На сьогодні, виконавчими органами, що забезпечують високу точність стабілізації, є гіроскопічні пристрої (двигунимаховики та геродини), що застосовуються разом із електромагнітними пристроями, які виконують функції розгрузки двигунів-маховиків. Одну із класифікацій за точністю гіроскопічних супутникових пристроїв наведено в табл. 1 [3].

#### Таблиця 1

Класифікація гіроскопічних суп	утникових пристроів
Гіроскопічні пристрої	Випадковий кутовий гіроскопічний ухід
Комерційні	>1 градус на секунду
Тактичні	~1 градус на годину
Навігаційні	0,01 градус на годину
Стратегічні	~0,001 градус на годину

Класифікація гіроскопічних супутникових пристроїв

В свою чергу, існує ряд космічних місій, де немає потреби у забезпеченні надточної стабілізації КА. До таких космічних задач можуть належати:

– орієнтація науково-дослідницьких, метрологічних супутників для здійснення певних вимірювань показників навколишнього середовища, або зарядки сонячних батарей;

– орієнтація аеродинамічних елементів перпендикулярно до динамічного потоку атмосфери [4], що набігає, з метою збільшення сили гальмування в рамках вирішення задачі відведення відпрацьованих КА [5–12];

- керування орієнтацією великогабаритних сонячних електростанцій;

– орієнтація КА, що має антену прийому-передачі з широкою діаграмою напрямленості для здійснення зв'язку з наземним центром керування польотом.

Для таких задач критерієм ефективного застосування системи керування є мінімізація витрат палива та бортової енергії. Виходячи з цього, було запропоновано виконавчі органи з постійними магнітами (ВОПМ), застосування яких дозволяє зменшити витрати бортової енергії КА при керуванні орієнтацією [4]. В свою чергу, мінімальні витрати бортової енергії при застосуванні ВОПМ забезпечуються лише при грубій стабілізації. Таким чином запропоновані ВОПМ є доцільними при застосуванні в космічних задачах без забезпечення точної орієнтації КА. Однією із таких задач є одновісна стабілізація КА з аеромагнітною системою відведення (АЕСВ) [4].

В свою чергу, для ефективного використання ВОПМ необхідною умовою є пошук ефективного закону керування, застосування якого відповідало обраному критерію оптимальності. Також, для застосування аеромагнітної системи відведення з ВОПМ на КА різного класу актуальним питанням є пошук алгоритму синтезу необхідного регулятора.

#### 2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Сьогоднішній стан розробки магнітних органів керування можна оцінити виходячи із аналізу робіт [13–19]. Так, в [13] пропонується застосування елект-

ромагнітних керуючих органів, що складаються з котушок з гістерезисними стержнями. Для здійснення тривісної орієнтації було запропоновано спеціальний алгоритм, що базується на «методі рухомого керування». Однак даний спосіб застосування електромагнітів мав ряд недоліків, що пов'язані із тодішнім розвитком навігаційних та електронно-обчислювальних систем. Слід зазначити, що значний час на стабілізацію при застосуванні системи [13] не дозволяв її використати для точної орієнтації КА.

Пізніше із розвитком алгоритмів фільтрації шумів та застосуванням нових електромагнітів в роботах [14–16] було показано можливість застосування магнітних виконавчих органів для здійснення більш точної орієнтації ніж в [7]. В свою чергу, час перехідного процесу також значно зменшився. Однак, незважаючи на відносно високі показники точності, дані системи є енерговитратними та потребують функціонування всіх систем орієнтації і стабілізації, що досить важко забезпечити в довготривалих місіях.

В свою чергу, в [17, 18] було запропоновано пасивні системи орієнтації з постійними магнітами, що функціонують без витрат бортової енергії. Однак на відміну від [14–16] такі системи забезпечують лише пасивну стабілізацію космічних апаратів вздовж вектору магнітного поля Землі (МПЗ) і є некерованими. Зазвичай, такі системи застосовуються для КА малого розміру (нано або піко), у яких відсутня можливість оснащення виконавчими органами для активної орієнтації.

В рамках вирішення задачі стабілізації аеродинамічного елементу аеромагнітної вітрильної системи ACADS (Attitude Control and Aerodynamic Drag Sail) [19] було запропоновано застосування додаткових провідних контурів, що дозволяє резервування основних систем керування. Таким чином, в [19] було збільшено надійність системи магнітної стабілізації, шляхом оснащення КА з ACADS додатковими магнітними виконавчими органами. Звідси, система керування кутовим рухом в [19] є більш надійною для використання у довготривалих місіях ніж системи [13–16]. Однак суттєвим недоліком в [19] залишаються значні витрати бортової енергії на живлення електромагнітної системи керування, а також складнощі пов'язані з розгортанням складної вітрильної конструкції з котушками.

Із врахуванням перелічених недоліків в [4] було запропоновано нову конструктивну схему аеромагнітної системи відведення (AECB) з виконавчими органами на постійних магнітах (ВОПМ). Ця система пропонується для відведення відпрацьованих КА з низьких навколоземних орбіт в рамках вирішення глобальної проблеми боротьби із засміченням навколоземного простору. Результати досліджень при застосуванні нелінійного дискретного регулятора в [4] показали її працездатність та переваги у порівнянні з електромагнітними системами. Однак повного аналізу і синтезу закону керування кутовим рухом проведено не було.

Таким чином, постає завдання синтезу закону керуванням кутовим рухом КА з AECB із врахуванням необхідних критеріїв оптимізації.

#### 3. Мета і завдання дослідження

Метою дослідження є синтез алгоритму керування кутовим рухом КА з AECB при застосуванні ВОПМ.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

 провести синтез закону керування відносним рухом КА з АЕСВ при застосуванні ВОПМ;

– провести моделювання процесу кутової стабілізації КА з AECB за допомогою ВОПМ та оцінити стійкість і якість керування;

– розробити алгоритм вибору оптимальних параметрів регулятора.

## 4. Модель динаміки КА з аеромагнітною системою відведення для дослідження керованості і стійкості системи

Для дослідження орбітального руху КА введемо інерціальну систему координат (ICK) і орбітальну систему координат (OCK). ICK  $O_I x_I y_I z_I$  має початок в центрі мас Землі, вісь  $O_I y_I$  напрямлена по осі обертання Землі, вісь  $O_I z_I - y$ точку весняного рівнодення,  $O_I x_I - доповнює систему до правої. Центр ОСК$  $<math>O_o x_o y_o z_o$  точка  $O_o$  співпадає з центром мас КА, вісь  $O_o z_o$  напрямлена по радіус-вектору КА в поточній точці орбіти, вісь  $O_o y_o$  обирається в площині орбіти і складає зі швидкістю КА гострий кут, вісь  $O_o x_o$  доповнює систему до правої.

Рух КА по орбіті описується за допомогою системи диференційних рівнянь Лагранжа в оскулюючих елементах [20]:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} &= \frac{2 \cdot a^2}{h} \left( e \cdot \sin \vartheta \cdot S + \frac{p}{r_{\mathrm{KA}}} T \right), \\ \frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{h} \left\{ p \cdot \sin \vartheta \cdot S + \left[ \left( p + r_{\mathrm{KA}} \right) \cos \vartheta + r_{\mathrm{KA}} \cdot e \right] T \right\}, \\ \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} &= \frac{r_{\mathrm{KA}}}{h} \cos(\vartheta + \omega) \cdot W, \\ \frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} &= \frac{r_{\mathrm{KA}} \sin(\vartheta + \omega)}{h \cdot \sin i} W, \\ \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{h \cdot e} \left\{ -p \cdot \cos \vartheta \cdot S + \left( p + r_{\mathrm{KA}} \right) \cdot \sin \vartheta T \right\} - \\ -\cos i \frac{r_{\mathrm{KA}} \sin(\vartheta + \omega)}{h \cdot \sin i} W, \\ \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}t} &= \frac{h}{r_{\mathrm{KA}}^2} + \frac{1}{h \cdot e} \left( p \cdot \cos \vartheta \cdot S - \left( p + r_{\mathrm{KA}} \right) \cdot \sin \vartheta \cdot T \right), \end{aligned}$$

(1)

де

*– а – велика піввісь орбіти;* 

- *е* – ексцентриситет орбіти;

- Ω пряме сходження висхідного вузла;
- ω аргумент перигею;
- µ гравітаційна стала, µ=3,986 · 10<sup>5</sup> км<sup>3</sup>/с<sup>2</sup>;

 $-r_{\rm KA}$  – радіус-вектор КА,  $r_{\rm KA} = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos 9};$ 

 $-p - \phi$ окальний параметр орбіти,  $p = a(1-e^2);$ 

- *i* - нахилення орбіти;

 $-\vartheta$  – істинна аномалія;

-t – час руху по орбіті;

- *S*, *T*, *W* - проекції радіальних, трансверсальних і нормальних прискорень, що збурюють, на осі ОСК.

В свою чергу, для близьких до кругових орбіт для даної задачі пропонується застосування адаптованої версії системи диференційних рівнянь (1) [21], або математичної моделі орбітального руху, яку наведено в роботі [22]. При моделюванні використовується модель атмосфери [23] та перші шість зональних гармонік гравітаційного потенціалу [20].

Для опису обертального руху КА вводиться зв'язана с центром мас КА система координат (ЗСК), осі якої співпадають з головними центральними осями інерції КА. Математична модель руху КА відносно центра мас описується динамічними рівняннями Ейлера:

$$J_{x} \frac{\mathrm{d}\omega_{x}}{\mathrm{d}t} + \omega_{y} \omega_{z} \left(J_{z} - J_{y}\right) = \mathbf{M}_{x.\mathrm{kep.}} + \sum M_{x.36\mathrm{yp.}}$$

$$J_{y} \frac{\mathrm{d}\omega_{y}}{\mathrm{d}t} + \omega_{x} \omega_{z} \left(J_{x} - J_{z}\right) = \mathbf{M}_{y.\mathrm{kep.}} + \sum M_{y.36\mathrm{yp.}}$$

$$J_{z} \frac{\mathrm{d}\omega_{z}}{\mathrm{d}t} + \omega_{y} \omega_{x} \left(J_{y} - J_{x}\right) = \mathbf{M}_{z.\mathrm{kep.}} + \sum M_{z.36\mathrm{yp.}}$$

$$(2)$$

де

 $-J_x, J_y, J_z$  – головні центральні моменти інерції КА з АЕСВ;

 $-\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проекції абсолютної кутової швидкості КА на осі зв'язаної системи координат (ЗСК);

 $-M_{x.kep}$ ,  $M_{y.kep}$ ,  $M_{z.kep}$  – проекції керуючого моменту на осі ЗСК;

- *M*<sub>*x*.збур.</sub>, *M*<sub>*y*.збур.</sub>, *M*<sub>*z*.збур.</sub> - проекції моментів збурень на осі ЗСК.

В моделях, враховуються аеродинамічні і гравітаційні сили і моменти, що збурюють рух КА.

Рівняння кінематики відносного руху КА можуть бути представлені в наступній формі:

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos\phi} \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi\sin\psi & \sin\phi\cos\psi \\ 0 & \cos\phi\cos\psi & -\sin\psi\cos\phi \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x^F \\ \omega_y^F \\ \omega_z^F \end{bmatrix},$$
(3)

- φ, θ, ψ – кути Крилова (крен, тангаж, рискання);

 $-\omega_{x}^{F}, \omega_{y}^{F}, \omega_{z}^{F}$  – проекції кутової швидкості КА на осі ЗСК відносно ОСК.

Таким чином, математична модель динаміки КА з АЕСВ (1)–(3) застосовується в роботі для дослідження основних параметрів орієнтації φ, θ, ψ, які є головними показниками якості орієнтації і стабілізації КА з АЕСВ.

#### 5. Синтез закону керування відносним рухом КА з АЕСВ

ВОПМ складаються з поворотних постійних магнітів, що поміщені до спеціальних капсул-екранів зі створами, шагових двигунів і системи керування відкриванням-закриванням створів капсул-екранів та поворотами постійних магнітів. Конструктивну схему ВОПМ та принцип їх дії наведено в роботі [4], а також показано алгоритм керування ВОПМ для стабілізації аеродинамічного елементу аеромагнітної системи відведення (AECB) КА. Для синтезу регулятора, за допомогою методу лінеаризації зворотного зв'язку, нелінійну математичну модель відносного руху КА (3) зручно представити у формі простору станів у такому дискретному вигляді:

$$\mathbf{X}_{k+1} = A\mathbf{X}_k + B\mathbf{U}_k + C\boldsymbol{\xi}_k,\tag{4}$$

де  $\mathbf{X}_{k} = \begin{bmatrix} \psi, \phi, \theta, \dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\theta} \end{bmatrix}^{T}$  – вектор стану на *k*-тому такті керування;  $\mathbf{U}_{k} = \begin{bmatrix} M_{x.\text{кер.}}, M_{y.\text{кер.}}, M_{z.\text{кер.}} \end{bmatrix}^{T}$  – вектор керування на *k*-тому такті;

$$\boldsymbol{\xi}_{k} = \left[ \sum \boldsymbol{M}_{x,\text{36yp.}}, \sum \boldsymbol{M}_{y,\text{36yp.}}, \sum \boldsymbol{M}_{z,\text{36yp.}} \right]$$

- вектор збурення на *k*-тому такті;

- матриця стану;

$$B = \begin{bmatrix} J_x^{-1} & 0 & 0\\ 0 & J_y^{-1} & 0\\ 0 & 0 & J_z^{-1} \end{bmatrix}$$

де

- матриця керування;

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

– матриця збурення;

Однак слід зазначити, що при синтезі модального регулятора матриця і вектор збурень не враховуються. В той же час у моделі (1)–(3) враховуються аеродинамічні та гравітаційні збурення. Працездатність регулятора визначається шириною полоси пропускання та можливістю компенсувати збурення.

В свою чергу керування може бути представлено таким чином:

$$\mathbf{U}_{k}^{L} = -K\mathbf{X}_{k}M_{z.\text{kep.}},\tag{5}$$

де К-матриця коефіцієнтів підсилення.

Матрицю коефіцієнтів підсилення пропонується знаходити методом розташування коренів характеристичного полінома «pole placement method (PPM)» для забезпечення необхідної якості керування [24]. Так, швидкодія  $\omega_0$  для замкненої системи зв'язана з часом перехідного процесу модального регулятора  $T_{\rm m}^{\rm M}$  таким співвідношенням:

$$T_{\rm mn}^{\rm M} \cong \frac{3}{\omega_0}.$$
 (6)

В свою чергу, із застосуванням біноміального розподілу коренів характеристичного полінома [25], матрицю коефіцієнтів підсилення представлено таким чином:

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & K_2 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 & 0 & 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_1 & 0 & 0 & K_2 \end{bmatrix},$$
(7)

де  $K_1 = \omega_0^2$ ;  $K_2 = 2 \cdot \omega_0$ .

Тоді, з урахуванням (5)–(8), моменти керування, що є складовими вектору  $\mathbf{U}_{k}^{L}$ , запишуться таким чином:

$$M_{x.\text{kep.n.}} = -J_x \big( K_1 \psi + K_2 \dot{\psi} \big),$$

$$M_{y,\text{kep,II}} = -J_{y} \Big( K_{1} \phi + K_{2} \dot{\phi} \Big),$$

$$M_{z,\text{kep,II}} = -J_{z} \Big( K_{1} \theta + K_{2} \dot{\theta} \Big),$$
(8)

де  $M_{x. \text{кер.л.}}$ ,  $M_{y. \text{кер.л.}}$ ,  $M_{z. \text{кер.л.}}$  – моменти керування, що формуються за допомогою лінійного регулятора.

З урахуванням нелінійності математичної моделі (2), (3) пропонується застосування переходу від лінійної моделі до нелінійної за таким перетворенням:

$$\mathbf{U}_{k}^{N} = \left(JF_{k}J^{-1}\right)^{-1} \left(\mathbf{U}_{k}^{L} - J\dot{F}_{k}\omega_{k}^{T}\right) + \omega_{k} \times J\omega_{k}^{T}, \qquad (9)$$

де J – діагональна матриця інерції КА зі складовими  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_z$ ;  $\omega_k = \left[ \omega_x^F, \omega_y^F, \omega_z^F \right]$ ;

$$F_{k} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \phi_{k} \sin \psi_{k} & \tan \phi_{k} \cos \psi_{k} \\ 0 & \cos \psi_{k} & -\sin \psi_{k} \\ 0 & \sec \phi_{k} \sin \psi_{k} & \sec \phi_{k} \cos \psi_{k} \end{bmatrix};$$
  
$$\dot{F}_{k} = \begin{bmatrix} 0 & \begin{bmatrix} \sec^{2} \phi_{k} \sin \psi_{k} \dot{\phi}_{k} + \\ +\cos \psi_{k} \tan \phi_{k} \dot{\psi}_{k} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sec^{2} \cos \psi_{k} \phi_{k} \dot{\phi}_{k} - \\ -\sin \psi_{k} \tan \phi_{k} \dot{\psi}_{k} \end{bmatrix} \\ 0 & \begin{bmatrix} -\sin \phi_{k} \dot{\phi}_{k} & -\cos \psi_{k} \dot{\psi}_{k} \\ 0 & \begin{bmatrix} \sec \phi_{k} \begin{pmatrix} \sin \psi_{k} \tan \phi_{k} \dot{\phi}_{k} + \\ +\cos \psi_{k} \dot{\psi}_{k} \end{pmatrix} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sec \phi_{k} \begin{pmatrix} \cos \psi_{k} \tan \phi_{k} \dot{\phi}_{k} - \\ -\sin \psi_{k} \dot{\psi}_{k} \end{pmatrix} \end{bmatrix}.$$

Таким чином, складовими вектору  $\mathbf{U}_{k}^{N}$  є синтезовані керуючі моменти для нелінійного закону керування  $\mathbf{U}_{k}^{N} = \begin{bmatrix} M_{x.\text{кер.нл.}}, M_{y.\text{кер.нл.}} \end{bmatrix}^{T}$ .

Відповідно до принципу дії ВОПМ [4], керуючою дією виступає дискретний магнітний момент, що генерується при взаємодії постійних магнітів з магнітним полем Землі (МПЗ). В загальному випадку, магнітний момент, що виникає при взаємодії магнітного поля КА з МПЗ, записується таким чином:

$$\bar{M}_{\text{Marh.}} = \bar{p}_m \times \bar{B}_{\text{MII3}},\tag{10}$$

де  $\overline{M}_{{}_{\text{магн.}}}$  – вектор магнітного моменту, що діє на КА;  $\overline{p}_{m}$  – вектор магнітного дипольного моменту КА;  $\overline{B}_{{}_{\text{МПЗ}}}$  – вектор магнітної індукції МПЗ.

Алгоритми керування для активних магнітних систем, що складаються з електромагнітів, наведено в роботах [4, 13–16]. Розглянемо задачу одновісної орієнтації аеродинамічно нестійкої космічної системи (КА+АЕСВ) за допомогою ВОПМ [4] за таким алгоритмом:

$$M_{\text{MAFH},x} = p_{my} \cdot B_z - p_{mz} \cdot B_y,$$
  

$$M_{y,\text{kep,HI}} = M_{\text{kep,MAFH},y} = sign(\delta_y) \cdot p_{mz} \cdot B_x,$$
  

$$M_{z,\text{kep,HI}} = M_{\text{kep,MAFH},z} = sign(\delta_z) \cdot (-p_{my} \cdot B_x),$$
(11)

де  $M_{\text{магн.}x}$  – момент збурення що обертає КА з АЕСВ за креном (канал за креном є некерованим);  $M_{\text{кер.магн.}y}$ ,  $M_{\text{кер.магн.}z}$  – дискретні моменти керування за рисканням і тангажем, що генеруються за допомогою нелінійного регулятора (9);  $p_{my}$ ,  $p_{mz}$  – магнітні дипольні моменти постійних магнітів, що встановлюються вздовж осей z і y ЗСК;  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$  – проекції  $\overline{B}_{\text{MП3}}$  на осі ЗСК;  $\delta_y$ ,  $\delta_z$  – функції знаку (зміна полярності магніту – поворот за допомогою шагового двигуна на 180 градусів).

Так, із застосуванням алгоритму (11) і нелінійного закону керування пропонується розрахунок теоретичних дипольних моментів  $p_{my.reop.}$ ,  $p_{mz.reop.}$ , що задовольняють значенням синтезованим керуючим моментам  $\mathbf{U}_k^N$  таким чином:

$$p_{my.\text{reop.}} = \frac{-M_{z.\text{kep.HI.}}}{B_x},$$

$$p_{mz.\text{reop.}} = \frac{M_{y.\text{kep.HI.}}}{B_x}.$$
(12)

Слід зазначити, що значення  $p_{my.reop.}$ ,  $p_{mz.reop.}$  змінюються безперервно, в залежності від змін компоненти магнітної індукції  $B_x$  і теоретичних значень  $M_{x.\text{кер.нл.}}$ ,  $M_{y.\text{кер.нл.}}$ . Однак, на відміну від електромагнітних пристроїв, де плавна зміна напруги живлення електромагніту дозволяє безперервно плавно змінювати значення  $p_{my.reop.}$ ,  $p_{mz.reop.}$ , значення  $p_{my}$ ,  $p_{mz}$  для постійних магнітів є константами. Таким чином, для синтезу закону керування згідно алгоритму (12), необхідною умовою є застосування широтно-імпульсного модулятора (ШІМ).

Для отримання необхідної довжини імпульсу, спочатку пропонується застосування дискретизації розрахованих теоретичних дипольних моментів  $p_{my.reop.}(t)$ ,  $p_{mz.reop.}(t)$ , що є функціями від часу (інтервалу керування) t. Дискретизація реалізується класичним методом із застосуванням решіткових функцій за такими формулами:

$$p_{my.\text{reop.d.}}(t) = p_{my.\text{reop.d.}}(t) \cdot \sum_{k=0}^{n} \sigma(t - k \cdot \Delta t),$$

$$p_{mz.\text{reop.d.}}(t) = p_{mz.\text{reop.d.}}(t) \cdot \sum_{k=0}^{n} \sigma(t - k \cdot \Delta t),$$
(13)

де  $p_{my.reop.d.}(t)$ ,  $p_{mz.reop.d.}(t)$  – функції дискретних дипольних моментів;  $\Delta t$  – період дискретизації регулятора для генерації  $p_{my.reop.}(t)$ ,  $p_{mz.reop.}(t)$ ; k – кількість імпульсів на інтервалі керування t;  $\sigma(t)$  – дельта-функція Дірака.

Після дискретизації теоретичних дипольних моментів за допомогою ШІМ отримуємо необхідні широти імпульсів для синтезу дискретних керуючих моментів (11) за допомогою формул, запропонованих в [4, 26]:

$$dt_{y} = \frac{\left| p_{my.\text{Teop.d.}}(t) \right|}{p_{my}} \Delta t,$$

$$dt_{z} = \frac{\left| p_{mz.\text{Teop.d.}}(t) \right|}{p_{mz}} \Delta t,$$
(14)

де  $dt_y$ ,  $dt_z$  – відповідні широти імпульсів в каналах керування  $M_{\text{кер.магн.}y}$ ,  $M_{\text{кер.магн.}z}$ .

В свою чергу із врахуванням можливих від'ємних теоретичних значень функцій  $p_{my.reop.d.}(t)$ ,  $p_{mz.reop.d.}(t)$ , пов'язаних із наданням необхідної полярності дипольних моментів функція повороту (знаку магнітного дипольного) моменту запишеться наступним чином:

$$\delta_{y} = \frac{p_{my.\text{Teop.g.}}(t)}{p_{my}} \Delta t,$$
  

$$\delta_{z} = \frac{p_{mz.\text{Teop.g.}}(t)}{p_{mz}} \Delta t.$$
(15)

Таким чином, із застосуванням синтезу лінійного модального регулятора (4)–(8), перетворення до нелінійного закону керування (9), алгоритму (11), дискретизації розрахованих  $p_{my.reop.}$ ,  $p_{mz.reop.}$  і ШІМ було отримано необхідні закони керування ВОПМ. Також було синтезовано необхідні дискретні закони керування відкриванням і закриванням капсул-екранів (14) і поворотом постійних магнітів для зміни полярності (15).

## 6. Моделювання процесу кутової стабілізації КА з АЕСВ із застосуванням синтезованого закону керування

Для аналізу основних показників якості системи керування ВОПМ проведемо моделювання одновісної орієнтації КА з АЕСВ з наступними характеристиками, що наведені в табл. 1.

#### Таблиця 1

Характеристики КА з АЕСВ	Y
Maca KA, $m_{\rm KA}$	180 кг
$J_x$	75 кг·м²
$J_y$	100 кг·м <sup>2</sup>
$J_z$	67 кг·м²
Площа міделя КА, S <sub>m</sub>	1,69 м <sup>2</sup>
Площа аеродинамічного елементу АЕСВ, SAECB	5 м <sup>2</sup>
Маса АЕСВ (з магнітними органами керування), <i>m</i> <sub>АЕСВ</sub>	5 кг
Магнітний дипольний момент постійних магнітів $p_{my}$ і $p_{mz}$	$20 \mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^2$
Відстань від центру мас до центру тиску $r_b$	0,5 м

Так, для висоти 600 км, близької до кругової орбіти з ексцентриситетом *e*=0,0001, на періоді руху 32400 с (приблизно 3 витки), пропонується провести моделювання стабілізації КА з АЕСВ і характеристиками, що наведені в табл. 2. Одновісна стабілізація здійснюється за рисканням і тангажем, при заданих початкових відхиленнях рискання  $\psi = 70^{\circ}$  і тангажу  $\theta = 55^{\circ}$ . Моделювання орбітального руху, при врахуванні аеродинамічних і гравітаційних сил і моментів збурення та керуючого магнітного моменту, реалізується із використанням математичних моделей (1)–(3) та синтезованого закону керування (4)–(15). Для розрахунків обрано наступні програмні середовища: пакет прикладних програм SciLab та середовищі Visual Studio C++. Графіки моделювання стабілізації і необхідних моментів керування для її здійснення представлено на рис. 1–4.

Із проведеного моделювання видно, що система з виконавчими органами на постійних магнітах забезпечує стійкість керування на заданому періоді (рис. 1, 2), де максимально допустима похибка керування не перевищує  $\varepsilon \le 0,15$  рад. В роботі [4] показано, що похибка  $\varepsilon \le 0,15$  рад задовольняє вимогам керування при стабілізації аеродинамічного елементу АЕСВ, з чого можна зробити висновок, що об'єкт є керованим. В свою чергу, обрана за допомогою РРМ методу швидкодія нелінійного регулятора склала  $\omega_0 = 0,012 \text{ c}^{-1}$ , а звідси за формулою (7) час перехідного процесу модального регулятора  $T_{nn}^{\mathcal{M}} = 250$  с. Для забезпечення стійкості системи  $\omega_0$  розташовується у лівій частині комплексної площини. Також, слід зазначити, що  $\omega_0$  і  $T_{nn}^{\mathcal{M}}$  є ключовими параметрами при синтезі закону керування, оскільки вказують на здатність регулятора компенсувати вплив збурень. Що стосується часу перехідного процесу реального дискретного нелінійного регулятора  $T_{nn}^{p}$ , то згідно графіків  $T_{nn}^{p}$  (рис. 1, 2) в середньому в обох каналах приблизно дорівнює 2000 с. Таке значення  $T_{nn}^{p}$  задовольняє вимогам при стабілізації аеродинамічних елементів в довготривалих місіях по відведенні відпрацьованих КА.



Рис. 2. Стабілізація за тангажем



Рис. 3. Керуючий момент для забезпечення стабілізації за рисканням



Рис. 4. Керуючий момент для забезпечення стабілізації за тангажем

Наступними ключовими параметрами при синтезі закону керування для ВОПМ є період дискретизації регулятора  $\Delta t$  та широти імпульсів  $dt_{y_{.}}$  і  $dt_{z_{.}}$ . Ці параметри вказують на частоту відкриттів-закриттів створів капсул-екранів, що в свою чергу впливає на витрати бортової енергії шаговими двигунами на здійснення цих операцій. Для зменшення частоти відкриттів капсул-екранів застосовується максимізація мінімальних широт  $dt_{y,min}$ ,  $dt_{z,min}$  імпульсів в обох каналах, при умові збереження якості керування. Це означає, що регулятор не генерує імпульси менші за  $dt_{y.min}$ ,  $dt_{z.min}$  і система не відпрацьовує відкриття створів капсул-екранів, з метою економії бортової енергії. Так, при моделюванні  $dt_{y.min}$  і  $dt_{z.min}$  було обрано рівними 150 с. Отримані графіки промодельованих необхідних імпульсів для синтезу керуючих моментів наведено на рис. 5, 6. В свою чергу, загальний час роботи шагових двигунів на відкриття капсул-екранів в обох каналах склав 108 с і на поворот постійних магнітів 150 с.



Рис. 5. Кількість імпульсів для генерації керуючого моменту М<sub>у.кер.</sub>



Рис. 6. Кількість імпульсів для генерації керуючого моменту М<sub>г.кер.</sub>

Так, за допомогою комп'ютерного моделювання було проведено аналіз стійкості і керованості КА з АЕСВ при застосуванні ВОПМ для стабілізації ае-

родинамічного елементу перпендикулярно до потоку атмосфери, що набігає. Виходячи із отриманих результатів моделювання можна зробити висновок, що при застосуванні отриманого закону керування аеродинамічно нестійкими космічними об'єктами за допомогою ВОПМ система зберігає стійкість при заданій максимальній похибці, яка задовольняє вимогам стабілізації. Також було визначено, що межею ефективного застосування ВОПМ для КА з АЕСВ при заданих характеристиках (табл. 2) є висота не нижче ніж 580 км, де система зберігає стійкість і регулятор може компенсувати збурення. Для аеродинамічно нестійких КА без вітрильних елементів, в залежності від геометричних параметрів і форми КА, межею ефективного застосування ВОПМ для КА з даними параметрами і балістичним коефіцієнтом є висоти не нижче 480 км. Таким чином, можна сформулювати алгоритм для вибору параметрів регулятора для ВОПМ.

# 7. Алгоритм вибору параметрів регулятора для КА з АЕСВ і ВОПМ з урахуванням критеріїв оптимізації

Для різних аеродинамічно нестійких космічних об'єктів пропонується алгоритм вибору параметрів регулятора з урахуванням критеріїв оптимізації. Враховуючи те, що ВОПМ забезпечують тільки грубу стабілізацію, а шагові двигуни витрачають значно менше бортової енергії ніж електромагніти [4], пропонується критерій оптимального застосування ВОПМ, суть якого полягає в мінімізації витрат бортової енергії. Цей критерій оптимізації може бути записано таким чином:

$$Q = \sum_{k=0}^{n} \int_{0}^{T_{1}} k \cdot U_{k} I_{k} dt + \sum_{k_{1}=0}^{n} \int_{0}^{T_{2}} k_{1} \cdot U_{k_{1}} I_{k_{1}} dt \to \min,$$
(16)

де Q – сумарні витрати бортової енергії шаговими двигунами ВОПМ;  $U_k$ ,  $U_{k_1}$  – напруги живлення шагових двигунів відкриття створів капсул-екранів і повороту постійних магнітів;  $I_k$ ,  $I_{k_1}$  – струми живлення шагових двигунів відкриття створів капсул-екранів і повороту постійних магнітів; k – кількість відкриттів капсул-екранів (кількість імпульсів в обох каналах керування);  $k_1$  – кількість поворотів постійних магнітів в обох каналах керування);  $k_1$  – кількість переходів через 0 графіків функцій керуючих моментів  $M_{\text{кер.магн.}y}$ ,  $M_{\text{кер.магн.}z}$ );  $T_1$  – час роботи шагового двигуна що відкриває створи капсул-екранів;  $T_2$  – час роботи шагового двигуна, що повертає постійні магніти.

Також слід зазначити, що параметри k і  $k_1$  є функціями від швидкодії  $\omega_0$ , заданої максимально допустимої похибки керування є і мінімальних широт імпульсів  $dt_{y.min}$ ,  $dt_{z.min}$ . Таким чином, умови виконання критерію (16) можна записати у такому вигляді:

$$k, k_1 = f(\omega_0, \varepsilon, \mathrm{d}t_{y.\min}, \mathrm{d}t_{z.\min}),$$

$$\begin{split} & \omega_0 = \omega_{_{\rm HOM.}}, \\ & \varepsilon \leq \varepsilon_{_{\rm HOM.}}, \\ & {\rm d}t_{_{y.{\rm min}}}, {\rm d}t_{_{z.{\rm min}}} \rightarrow {\rm max}, \end{split}$$

де ω<sub>ном.</sub> – номінальне значення швидкодії регулятора для певної космічної місії; ε<sub>ном.</sub> – задане номінальне значення максимально допустимої похибки керування для певної місії.

(17)

Витрати бортової енергії на здійснення одновісної стабілізації КА з АЕСВ, при моделюванні орбітального руху в задачі, що наведена в попередньому пункті можна оцінити за критерієм (17). Так, при застосуванні шагових двигунів в ВОПМ, приведених в [4], сумарні витрати бортової енергії на здійснення відкриттів і закриттів капсул-екранів та поворотів постійних магнітів склали Q = 0,0016185 кВт · год. В свою чергу, при застосуванні чотирьох електромагнітів класу МТ15-1 «ZARM Technik», що мають дипольні моменти  $10 \text{ A} \cdot \text{M}^2$ , напругу живлення  $U_* = 10 \text{ B}$  і струм живлення  $I_* = 1 \text{ A}$ , сумарні витрати енергії на керування значно більші. Так, при збережені стійкості і умові  $\varepsilon \le 0,15$  рад, при постійній стабілізації, витрати енергії складають  $Q_{EM} = 0,072 \text{ kBt} \cdot \text{год}$ . Виходячи із отриманих витрат бортової енергії за заданий період руху, застосування ВОПМ при здійсненні грубої стабілізації є більш ефективним, ніж застосування електромагнітних пристроїв.

Таким чином, для застосування ВОПМ і подальших досліджень приводів з постійними магнітами із використанням критеріїв оптимізації (16), (17) пропонується алгоритм синтезу нелінійного дискретного регулятора для ВОПМ, що представлено на рис.7. Даний алгоритм може бути застосовано для аеродинамічно нестійких КА різного класу, що оснащуються ВОПМ, а також для КА, що не потребують точної стабілізації під час виконання польотного завдання.

Розроблений алгоритм (рис. 7, 8) дозволяє обирати необхідні параметри регулятора для аеродинамічно нестійких КА різного класу, що розширює межі застосування ВОПМ.



Рис. 7. Алгоритм вибору параметрів регулятора для КА з ВОПМ, частина 1



Рис. 8. Алгоритм вибору параметрів регулятора для КА з ВОПМ, частина 2

# 8. Обговорення результатів синтезу закону керування КА з АЕСВ за допомогою ВОПМ

В результаті роботи було проведено аналіз і синтез закону керування КА з АЕСВ за допомогою ВОПМ. Для дослідження орбітального руху КА з АЕСВ було обрано систему диференційних рівнянь в оскулюючих елементах (1). В свою чергу, рух відносно центра мас системи, що складається з КА і АЕСВ, описується динамічними рівняннями Ейлера (2). Дані математичні моделі динаміки КА застосовуються для комп'ютерного моделювання процесу стабілізації КА при застосуванні відповідного закону керування.

Так, на першому етапі синтезу закону керування КА з АЕСВ було застосовано лінеаризацію зворотного зв'язку (4) для нелінійної моделі руху КА відносно центра мас (2). Із застосуванням даної лінеаризації проведено синтез модального лінійного регулятора (5)-(8). Враховуючи обмеження застосування лінійних регуляторів тільки для малих кутів відхилень, було проведено перехід до нелінійного регулятора із використанням перетворення (9). В свою чергу, перетворення (9) дозволяє проводити моделювання керування кутовою орієнтацією КА при значних кутах відхилення за рисканням, креном чи тангажем. Виходячи з того, що керуючими пристроями для КА з АЕСВ є ВОПМ, було обрано відповідний алгоритм (11) для здійснення одновісної стабілізації за двома кутами: рисканням і тангажем. В свою чергу, магнітними пристроями ВОПМ є поворотні постійні магніти [4], що обертаються на 180 градусів для зміни полярності за допомогою маловитратних шагових двигунів. Враховуючи це, на відміну від електромагнітів, можливість безперервного регулювання струмом в котушках для генерації необхідних магнітних дипольних моментів для постійних магнітів відсутня. Виходячи з цього, було запропоновано застосування дискретизації розрахованих теоретичних  $p_{my,\text{reop}}$ ,  $p_{m_{z,\text{теор.}}}$ і їх широтно-імпульсна модуляції, що дозволяє розрахувати необхідні такти для закривання-відкривання капсул-екранів і повороту постійних магнітів ВО-ПМ. Відкривання і закривання капсул екранів і поворот постійних магнітів дозволяє створювати дискретні керуючі моменти, що дозволяють компенсувати збу-

рення і здійснювати необхідну стабілізацію КА з АЕСВ. Таким чином, із застосуванням нелінійного дискретного регулятора розроблено закон керування (4)–(15) ВОПМ із зазначеним критерієм оптимізації (16), (17). Критерій оптимізації полягає в мінімізації витрат бортової електричної енергії в довготривалих місіях (16). В свою чергу, моделювання орбітального руху показали ефективність застосування ВОПМ при одновісній двоканальній стабілізації аеродинамічного елементу перпендикулярно до потоку атмосфери, що набігає. Виходячи із отриманих результатів моделювання одновісної стабілізації за двома кутами (рис. 1, 2) показано можливість застосування ВОПМ для здійснення грубої стабілізації КА з АЕСВ із максимальною допустимою похибкою ε ≤ 0,15 рад. Значення максимальної допустимої похибки в ε ≤ 0,15 рад, було обрано виходячи із попередніх досліджень і розрахунків сили аеродинамічного гальмування в залежності від орієнтації аеродинамічного плоского вітрильного елементу [4]. Так, було визначено, що при застосуванні ВОПМ для надання стабілізації із зазначеною похибкою витрачається значно менше бортової електроенергії, ніж при застосуванні електромагнітних керуючих органів. Це пояснюється застосуванням маловитратних шагових двигунів ВОПМ та синтезованого дискретного закону керування (14), (15), що дозволяє мінімізувати кількість відкриттів-закриттів капсул екранів на зазначеному періоді, при заданій максимальній похибці. В свою чергу, мінімізація відкриттів-закриттів капсулекранів і поворотів постійних магнітів мінімізує витрати бортової електричної енергії КА, що відповідає сформованим критеріям (16), (17).

Однак, слід зазначити, що мінімальні витрати бортової енергії спостерігаються лише при наданні грубої стабілізації КА, що пояснюється мінімальною кількістю необхідних імпульсів (рис. 5, 6) для генерації дискретних керуючих моментів (11). У випадку точної стабілізації, частота імпульсів збільшується і витрати бортової енергії ВОПМ, що пов'язані із частотою відкриттів-закриттів капсул-екранів, є близькими до застосування інших електромагнітних керуючих органів. Таким чином, ВОПМ є ефективними для застосування в космічних місіях, де немає вимог в наданні стабілізації і орієнтації високої точності, як і при здійсненні кутової стабілізації КА з АЕСВ.

Виходячи із отриманих результатів дослідження, було розроблено алгоритм синтезу регулятора для КА (рис. 7), що оснащуються ВОПМ, із урахуванням зазначених критеріїв оптимізації (16), (17). Цей алгоритм дозволяє проводити синтез законів керування для аеродинамічно нестійких КА, що мають ВОПМ, для забезпечення грубої стабілізації. Алгоритм дозволяє обирати необхідну швидкодію регулятора  $\omega_0$ , виходячи із масових і габаритних параметрів КА та вимог до точності стабілізації і орієнтації в певній космічній місії. Таким чином, даний алгоритм дозволяє розширити межі застосування синтезованого закону для різних космічних місій, де немає потреби в точній стабілізації.

#### 9. Висновки

1. Проведено аналіз і синтез закону керування кутовим рухом системи, що складається з КА та АЕСВ, за допомогою ВОПМ. Метою застосування ВОПМ для аеродинамічно нестійкої системи (КА+АЕСВ) є надання грубої одновісної стабілізації з метою орієнтації аеродинамічного плоского елементу максимальною площею до аеродинамічного потоку, що набігає. В свою чергу, синтезований нелінійний дискретний закон керування дозволяє проводити вибір необхідних параметрів регулятора для ВОПМ, при певних масових і габаритних характеристиках КА і вимогах до якості керування.

2. Результати моделювання при застосуванні синтезованого закону показали достатні показники якості керування, що задовольняють вимогам грубої стабілізації аеродинамічного елементу перпендикулярно до динамічного потоку атмосфери, що набігає. При обраному максимальному допустимому відхиленні в кожному каналі  $\varepsilon \le 0,15$  рад, спостерігалися значно менші витрати бортової енергії при застосуванні ВОПМ у порівнянні з електромагнітами. Виходячи з цього, можна виділити переваги застосування ВОПМ у довготривалих космічних місіях. Однак переваги спостерігаються лише при забезпеченні грубої стабілізації КА з АЕСВ, де число керуючих імпульсів є мінімальним. 3. Для розширення меж застосування ВОПМ було розроблено алгоритм синтезу нелінійного дискретного закону керування для різних КА з ВОПМ, що не потребують точної стабілізації. Даний алгоритм дозволяє виходячи з характеристик КА та вимог керування вибирати необхідні параметри швидкодії регулятора методом розташування полюсів для КА любого класу. Таким чином, при застосуванні цього алгоритму стає можливим зручно проводити синтез законів керування ВОПМ для різних аеродинамічно нестійких КА і космічних систем, таких як сонячні електростанції, плоскі вітрила і т. д.

## Література

1. Bhatia, D., Bestmann, U., Hecker, P. (2017). High accuracy pointing attitude determination estimator system of the future infrared astronomy satellite swarm mission. 10-th International ESA Conference on Guidance, Navigation & Control Systems. Salzburg. URL: https://www.researchgate.net/publication/ 317457336\_High\_Accuracy\_Pointing\_Attitude\_Determination\_Estimator\_System\_o f\_the\_Future\_Infrared\_Astronomy\_Satellite\_Swarm\_Mission

2. Zosimovych, N. (2019). Stability of spacecraft's partially invariant system. Aeronautics and Aerospace Open Access Journal, 3 (4), 145–153. URL: https://medcraveonline.com/AAOAJ/AAOAJ-03-00093.pdf

3. Barbour, N. M. (2011). Inertial navigation sensors. RTO-EN-SET-116. URL: https://pdfs.semanticscholar.org/9dba/30cad95662bceb6c0fce6e6c8bc283742e9a.pdf

4. Lapkhanov, E., Khoroshylov, S. (2019). Development of the aeromagnetic space debris deorbiting system. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 5 (5 (101)), 30–37. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.179382

5. Benvenuto, R., Salvi, S., Lavagna, M. (2015). Dynamics analysis and GNC design of flexible systems for space debris active removal. Acta Astronautica, 110, 247–265. doi: https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.01.014

6. Дронь, Н. М., Хорольский, П. Г., Дубовик, Л. Г. (2014). Пути уменьшения техногенного засорения околоземного космического пространства. Науковий Вісник Національного гірничого університету, 3 (141), 125–130.

7. Dron', M., Khorolskiy, P., L. Dubovik, A. Khitko, I. Velikiy (2012). Estimation of Capacity of Debris Collector with Electric Propulsion System Creation Taking in a Count Energy Response of the Existing Launch Vehicles. Proc. of 63-th International Astronautical Congress. Naples, 2694–2698.

8. Dron, M., Dreus, A., Golubek, A., Abramovsky, Y. (2018). Investigation of aerodynamics heating of space debris object descending in earth atmosphere. 69th International Astronautical Congress. Bremen, 3923–3929.

9. Shan, M., Guo, J., Gill, E. (2016). Review and comparison of active space debris capturing and removal methods. Progress in Aerospace Sciences, 80, 18–32. doi: https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2015.11.001

10. Dron', M., Golubek, A., Dubovik, L., Dreus, A., Heti, K. (2019). Analysis of ballistic aspects in the combined method for removing space objects from the near-Earth orbits. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2 (5 (98)), 49–54. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.161778

11. Лапханов, Е. О. (2019). Особливості розробки засобів відведення космічних апаратів з навколоземних робочих орбіт. Технічна механіка, 2, 16–29.

12. Alpatov, A. P., Khoroshylov, S. V., Maslova, A. I. (2019). Contactless de-orbiting of space debris by the ion beam. Dynamics and control. Kyiv: Akademperiodyka, 150. doi: https://doi.org/10.15407/akademperiodyka.383.170

13. Алпатов, А. П. (2016). Динамика космических летательных аппаратов. Киев, 488.

14. Rodriquez-Vazquez, A. L., Martin-Prats, M. A., Bernelli-Zazzera, F. (2015). Spacecraft magnetic attitude control using approximating sequence Riccati equations. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 51 (4), 3374–3385. doi: https://doi.org/10.1109/taes.2015.130478

15. Desouky, M. A. A., Abdelkhalik, O. (2019). Improved Spacecraft Magnetic Attitude Maneuvering. Journal of Spacecraft and Rockets, 56 (5), 1611–1623. doi: https://doi.org/10.2514/1.a34452

16. Schlanbusch, R., Kristiansen, R., Nicklasson, P. J. (2010). Spacecraft Magnetic Control Using Dichotomous Coordinate Descent Algorithm with Box Constraints. Modeling, Identification and Control: A Norwegian Research Bulletin, 31 (4), 123–131. doi: https://doi.org/10.4173/mic.2010.4.1

17. Ismailova, A., Zhilisbayeva, K. (2015). Passive magnetic stabilization of the rotational motion of the satellite in its inclined orbit. Applied Mathematical Sciences, 9, 791–802. doi: https://doi.org/10.12988/ams.2015.4121019

18. Овчинников, М. Ю., Пеньков, В. И., Ролдугин, Д. С., Иванов, Д. С. (2016). Магнитные системы ориентации малых спутников. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша, 366.

19. Pfisterer, M., Schillo, K., Valle, C., Lin, K.-C, Ham, C. (2011). The Development of a Propellantless Space Debris Mitigation Drag Sail for LEO Satellites. URL: http://www.iiis.org/Chan.pdf

20. Fortescue, P., Stark, J., Swinerd, G. (2011). Spacecraft systems engineering. John Wiley & Sons Ltd. Chichester, 724.

21. Аппазов, Р. Ф., Сытин, О. Г. (1987). Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. М.: Наука, 440.

22. Маслова, А. И., Пироженко, А. В. (2016). Изменение орбиты под действием малого постоянного торможения. Космічна наука і технологія, 22 (6), 20–25. doi: https://doi.org/10.15407/knit2016.06.020

23. ECSS-E-ST-10-04C. Space engineering, Space environment (2008). Noordwijk: ECSS Secretariat, ESA-ESTEC, Requirements & Standards Division, 198.

24. Паршуков, А. Н. (2009). Методы синтеза модальных регуляторов. Тюмень, 83.

25. Курдюков, А. П., Тимин, В. Н. (2009). Синтез робастного h\_infрегулятора для управления энергетической котельной установкой. Управление большими системами: сборник трудов, 25, 179–214.

26. Alpatov, A., Khoroshylov, S., Bombardelli, C. (2018). Relative control of an ion beam shepherd satellite using the impulse compensation thruster. Acta Astronautica, 151, 543–554. doi: https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.06.056