

Моделювання процесу витіснення нафти теплоносієм з урахуванням капілярного ефекту

О. Р. Мічута, А. М. Сінчук, С. В. Ярощак

Напрям рукопису спрямований на удосконалення математичної моделі нафтовидобутку в неоднорідному середовищі із застосуванням теплового режиму витіснення з урахуванням дії капілярного ефекту. Розроблено алгоритм числового розв'язання відповідної нелінійної крайової задачі багатофазної фільтрації, ввівши функцію квазіпотенціалу φ та відповідну спряжену до неї функцію течії ψ . Причому, квазіпотенціал представлено у вигляді

$$\varphi = -p_o + \int_0^{s_w} f(\tilde{s}, T) \frac{dp_c(\tilde{s})}{d\tilde{s}} d\tilde{s}, \text{ що суттєво спростило загальну стратегію роз-$$

щеплення алгоритму розв'язання вихідної задачі.

Завдяки алгоритму, який базується на ідеях методів квазіконформного відображення та поетапної фіксації параметрів, здійснено розрахунки гідродинамічної сітки, полів швидкостей, температури, насиченості при врахуванні впливу капілярного ефекту та при його знехтуванні. Зокрема, на графіках полів насиченості помітно різницю співвідношення відсоткового вмісту витісняючого флюїду до 15 % при температурі вище 80°, що пояснює дію капілярних сил. Натомість при температурі від 50° до 70° різниця не помітна, хоча вже при 50° і нижче результати заводнення несуттєво відрізняються (до 5 %) в гіршу сторону реального відображення процесу. При цьому вважається, що динамічні в'язкості фаз змінюються зі зміною температури, рух рідини повільний та відбувається без фазових переходів, а функції відносних фазових проникностей і капілярного тиску є відомими та однозначними функціями насиченості.

Наведено чисельні розрахунки багатофазної неізотермічної фільтрації в елементі симетрії п'яти-точкової системи заводнення. При цьому встановлено, що врахування капілярного ефекту дозволяє не тільки передбачити розташування застійних зон, але і більш точно оцінити час прориву витісняючого реагенту в експлуатаційні свердловини для ефективного проведення відповідних водоізоляційних робіт

Ключові слова: нафтовидобування, тріщини гідророзриву, числові методи квазіконформних відображень, нелінійні задач

1. Вступ

При розробці нафтових родовищ наявна низка чинників, які впливають на ефективність видобутку. Складність процесу нафтовидобутку потребує розробки нових та модифікації існуючих методів прогнозування впливу різних процедур їх інтенсифікації. Це стосується як геологічних характеристик пласта, так і технічних його параметрів [1]. Зокрема, у заводнених пластах, де порушено те-

мпературний режим, проявляються, так звані, гідродинамічний та капілярний ефекти. Відомо [2], що з пониженням температури нафтових пластів збільшується в'язкість флюїду. Це, в свою чергу, призводить до насичення колекторів, які викликають додатковий опір руху рідини в пористому середовищі. За останні десятиліття накопичений великий досвід застосування таких інтенсивних систем розробки родовищ, як гідравлічного розриву пласта (ГРП) [3–6]. В результаті чого, утворені тріщини розширюють область впливу експлуатаційних свердловин, формуючи зв'язок із зонами підвищеної проникності. У випадку важкої нафти, наприклад бітуму, ефект процедури гідравлічного розриву підсилюють нагнітанням в пласт різних робочих реагентів: гаряча вода, пар, суміші різних поверхнево активних речовин.

Поєднання описаних факторів впливу на пласт дозволяє зменшити площі нерухомого флюїду, так звані застійні зони, та збільшити відбори на експлуатаційних свердловинах. Актуальним та водночас складним є врахування кожного із них для створення адаптованої математичної моделі до сучасних проблемних родовищ. Та, як наслідок, відповідного математичного апарату розв'язання крайових задач з подальшою оптимізацією їх параметрів.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

В роботі [7] наведено аналітичний розв'язок крайової задачі, де тріщини представлено у вигляді розрізу нульової товщини і кінцевої провідності. Однак така модель не відображає реальні фільтраційні властивості процесу витіснення. Однією з перших праць, де автор дослідив процес фільтрації через еліпсоподібну тріщину, представлено у роботі [8]. Така модель враховує лише ідеальний процес гідравлічного розриву. Відомо, що на формування тріщин впливають неоднорідне середовище навколо свердловини та вже існуючі тріщини гідророзриву. Зокрема, в роботі [9] пропонується дослідження взаємовпливу на процес витіснення розміщення декількох тріщин ГРП на одній експлуатаційній свердловині. При цьому було проведено обчислення фільтраційної витрати на видобувній свердловині, однак лишається проблема відшукування поля насиченості, яке дозволило б спрогнозувати темпи обводнення експлуатаційних свердловин. Також дозволило б визначити особливості експлуатації того чи іншого родовища за умови запроектованого розміщення свердловин та тріщин ГРП на них.

Великий інтерес присвячено процесу двофазної фільтрації, як, наприклад, у роботі [10]. Однак врахування перетоків між рідинами лишається відкритим питанням і до сьогодні. Дослідження взаємодії декількох рідин із видобувною нафтою породжує питання щодо впливу капілярних сил на привибійну зону свердловин. Зокрема, у роботах [11] закладаються певні основи для подальшого дослідження потоків рідини під час процесу теплового витіснення. Також у роботі [12] більш детально досліджується трифазна неізотермічна фільтрація нафти у випадку паро-гравітаційного дренажу. Стосовно функцій капілярного тиску p_{ow} і p_{go} , що залежать від насичення і температури відповідних фаз (пари, сконденсованої води та нафта), то вони вважаються відомими. Автори роботи [13] враховують розміри пор середовища, де відбувається фільтрація. Встановлено, що за несприятливого співвідношення гідродинамічних і капілярних сил

формується застійні зони, не охоплені заводненням. Однак залишились не вирішеними питання щодо розподілу насиченості пласта та поля швидкостей. Корисним є врахування зміни в'язкості нафти при збільшенні частки води на різних етапах розробки нафтових родовищ, як досліджено у роботі [14]. Тому виникає потреба розв'язання більш ширших класів задач для врахування капілярного ефекту при неізотермічній багатофазній фільтрації в неоднорідних нафтових пластах. При цьому необхідно розрахувати гідродинамічну сітку для відшукати поля швидкостей, розподілу температури та насиченості у будь-якому вузлі сітки. Також координати критичних точок та значення фільтраційної витрати в елементі симетрії, наприклад, п'яти-точкової системи заводнення.

3. Мета і завдання дослідження

Метою дослідження є математичне моделювання процесів витіснення флюїдів у нафтових пластах з урахуванням капілярного ефекту та впливу тріщин гідророзриву, засобами числових методів квазіконформних відображень.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- адаптувати математичну модель процесу витіснення нафти із пористих неоднорідних осадових порід на випадок неізотермічної багатофазної фільтрації за умов урахування капілярного ефекту;
- розвинути методологію та розробити відповідний числовий алгоритм розв'язування відповідних крайових задач;
- провести числові розрахунки та аналіз отриманих результатів.

4. Моделювання впливу капілярного ефекту на процес витіснення у нафтових пластах

Розглянемо процес неізотермічного витіснення нафти теплоносієм (зокрема, водою) в горизонтальному пласті, що породжений перепадом тиску на нагнітальних та експлуатаційних свердловинах. На рис. 1 зображено елемент пласта, зовнішній контур якого L являється непроникним або ж контуром живлення. У цьому пласті містяться $\alpha = \overline{1, n_*}$ нагнітальних ($\bullet$) та $\beta = \overline{1, n^*}$ експлуатаційних ($\circ$) свердловин, контури яких, відповідно $\check{L}_\alpha$, Нагнітальні та експлуатаційні свердловини разом із зовнішнім контуром, визначають область G_z фільтрації флюїдів.

Пласт вважається неоднорідним, що в свою чергу дозволяє врахувати існування тріщин гідравлічного розриву пласта (ГРП). Окрім цього, враховується, що динамічна в'язкість фаз змінюється зі зміною температури. У процесі витіснення рух рідини повільний та відбувається без фазових переходів. Функції відносних фазових проникностей і капілярного тиску є відомими та однозначними функціями насиченості.

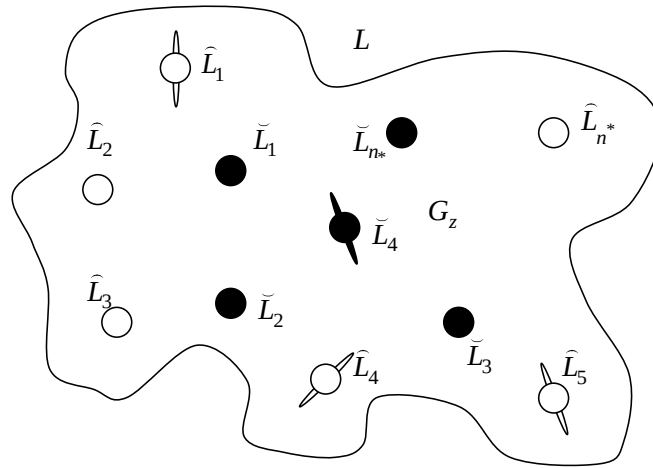


Рис. 1. Схематичне зображення пласта з $n_* + n^*$ свердловинами, деякі з них пронизані тріщинами гідророзриву

З урахуванням капілярних сил закон фільтрації [15] для двох фаз запишемо у вигляді рівняння нерозривності

$$\frac{\partial(\sigma s_l)}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_l) = 0, \quad (l = o, w) \quad (1)$$

і рівняння руху

$$\mathbf{v}_l = -k(x, y) \frac{\tilde{k}_l(s)}{\mu_l(T)} \text{grad}(p_l), \quad (l = o, w), \quad s_o + s_w = 1, \quad (2)$$

де p_l – тиск в фазах, $\mu_l(T)$ – динамічна в'язкість, T – температура, $\vec{v}_l$ – швидкість фільтрації l -ї фази, s_l – насиченість пласта l -ю фазою; σ , $k=k(x, y)$ – коефіцієнти пористості та абсолютної проникності ґрунту, $k_w = k_w(s)$, $k_o = k_o(s)$ – відносні фазові проникності ($s=s_w$). Індексами «w» і «o» позначено величини, що характеризують воду та нафту. Різниця тисків в фазах приймається рівною капілярному тиску: $p_o - p_w = p_c$, де $p_c = \chi \cos \theta \sqrt{\sigma/k} J(s)$, χ – коефіцієнт поверхневого натягу, θ – крайовий кут змочування, $J(s)$ – безрозмірна функція Леверетта. Звідси, з урахуванням сумарної швидкості $\vec{v} = \vec{v}_w + \vec{v}_o$ фільтраційної течії, маємо:

$$\text{div} \vec{v} = 0,$$

$$\begin{aligned} \vec{v} &= -k(x, y) \lambda(s, T) \left(\left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - f(s, T) \frac{\partial p_c}{\partial x} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial p_o}{\partial y} - f(s, T) \frac{\partial p_c}{\partial y} \right) \vec{j} \right) = \\ &= k(x, y) \lambda(s, T) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \vec{j} \right) = \bar{k}(x, y, s, T) \cdot \text{grad}(\Phi), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sigma \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad} f(s, T) + \text{div}(\beta(x, y, s, T) \text{grad}(p_c)) = 0, \quad (4)$$

де $\varphi = \varphi(x, y, t)$ – квазіпотенціал швидкості фільтрації,

$$f(s, T) = \frac{\tilde{k}_w(s)}{\mu_w(T) \lambda(s, T)}, \quad \beta(x, y, s, T) = \frac{\tilde{k}_w(s) \tilde{k}_o(s) k(x, y)}{\mu_w(T) \mu_o(T) \lambda(s, T)},$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = f(s, T) \frac{\partial p_c}{\partial x} - \frac{\partial p_o}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = f(s, T) \frac{\partial p_c}{\partial y} - \frac{\partial p_o}{\partial y},$$

$$\lambda(s, T) = \frac{\tilde{k}_o(s)}{\mu_o(T)} + \frac{\tilde{k}_w(s)}{\mu_w(T)}, \quad \bar{k}(x, y, s, T) = k(x, y) \lambda(s, T).$$

Для визначення тиску p_o через φ виконаємо наступні перетворення:

$$d\varphi = f(s, T) \left(\frac{\partial p_c}{\partial x} dx + \frac{\partial p_c}{\partial y} dy \right) - \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} dx + \frac{\partial p_o}{\partial y} dy \right) = f(s, T) \frac{dp_c}{ds} ds - dp_o,$$

в результаті чого матимемо

$$p_o = -\varphi + \int_0^{s_w} f(\tilde{s}, T) \frac{dp_c(\tilde{s})}{d\tilde{s}} d\tilde{s}.$$

Вважаємо, що на нагнітальних та експлуатаційних свердловинах підтримуються постійні тиски (відповідні їм квазіпотенціали позначимо через φ^* та φ^*). Інші ділянки границі області G_z можуть бути як лініями течії (зовнішній контур непроникний) так і еквіпотенціальними лініями (зовнішній контур є контуром живлення). Вздовж цих ліній матимуть місце рівності $\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_L = 0$ або

$\varphi|_L = \varphi^0$, де

$$\begin{aligned} \tilde{L}_\alpha &= \{z = x + iy : \tilde{f}_\alpha(x, y) = 0\} = \\ &= \{z : x = r^0 \cos(\tau) + \tilde{x}_\alpha, y = r^0 \sin(\tau) + \tilde{y}_\alpha, 0 \leq \tau < 2\pi\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{L}_\beta &= \{z = x + iy : \hat{f}_\beta(x, y) = 0\} = \\ &= \{z : x = r^0 \cos(\tau) + \hat{x}_\beta, y = r^0 \sin(\tau) + \hat{y}_\beta, 0 \leq \tau < 2\pi\}, \end{aligned}$$

$$L=\{z:f(x,y)=0\}.$$

У випадку врахування тріщин гідророзриву, як у [16, 17], на їх межі вимагатимемо виконання умови неперервності потоку і тиску. Відповідний коефіцієнти абсолютної проникності ґрунту представимо у вигляді

$$k(x,y)=\begin{cases} k_{\alpha},(x,y)\in D_{\alpha}, \\ k_{*},(x,y)\in G_z\setminus\bigcup_{\alpha}D_{\alpha},\alpha=1,2,3,\dots, \end{cases}$$

де D_{α} – ділянка пласта, що відповідає тріщині з індексом α . Початкові розподіли насиченості води в пласті і її значення на нагнітальних свердловинах позначимо відповідно через $s_w(x,y,0)=\tilde{s}_w(x,y)$ та $s_w|_{\tilde{L}_{\alpha}}=s_{w*}, \alpha=\overline{1,n_*}$.

Для опису процесу перерозподілу тепла між фазами та скелетом, приймемо однотемпературну модель, згідно з якою є миттєвою передача тепла від флюїду до скелету і в зворотному напрямку. Таким чином, для розрахунку теплового поля використовуватимемо наступне рівняння [2]:

$$\frac{\partial C(s)T}{\partial t} + \operatorname{div}[(c_o\rho_o\vec{v}_o + c_w\rho_w\vec{v}_w)T] = 0, \quad (5)$$

де $C(s)=\sigma\rho_o c_o(1-s)+\sigma\rho_w c_w s+(1-\sigma)\rho_e c_e$ – об'ємна теплоємність пористого середовища, $c_o, c_w, c_e, \rho_o, \rho_w, \rho_e$ – питомі теплоємності і густини для нафти, води і скелету пласта, відповідно. Використовуючи формули для визначення швидкостей руху нафти та води [18, 19]: $\vec{v}_o=(1-f(s,T))\cdot\vec{v}$, $\vec{v}_w=f(s,T)\cdot\vec{v}$ і співвідношення (3), рівняння (5) перепишемо так:

$$\sigma\frac{\partial\tilde{T}(s)}{\partial t} + \vec{v}\operatorname{grad}\tilde{f}(s,T)=0, \quad (6)$$

де

$$\tilde{T}(s)=C(s)T=(\tilde{\alpha}s+\tilde{\beta})T, \quad \tilde{f}(s,T)=(\tilde{\alpha}f(s,T)+c_o\rho_o)T,$$

$$\tilde{\alpha}=\rho_w c_w - \rho_o c_o, \quad \tilde{\beta}=\rho_o c_o + (\sigma^{-1}-1)\rho_e c_e.$$

Для відшукування поля температури вважатимемо заданим його розподіл в початковий момент часу $T(x,y,0)=T^o(x,y)$ та значення температури на контурах області.

Алгоритм розв'язання задачі. За основу візьмемо запропоновану в роботі [19] методологію розв'язання нелінійних задач двохфазної фільтрації у

нафтових пластах. Область протікання процесу витіснення є багатозв'язною. В такому випадку виникає необхідність використання методу числового квазіконформного відображення та основних ідей методики поетапної фіксації характеристик середовища і процесу. Мета полягає у переході від прямої задачі до оберненої, а саме від фізичної області до однозв'язної області комплексного квазіпотенціалу. Тому вводимо серії умовних розрізів області G_z вздовж ліній течії, що проходять через критичні точки.

Після здійснення такого перетворення області G_z та побудови відповідної області комплексного квазіпотенціалу необхідно переписати задачу неізотермічної багатофазної фільтрації вже відносно нової розрахункової області – G_ω . Використовуючи формули переходу, виведені у [21], матимемо:

$$\bar{k} \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \quad \bar{k} \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}, \quad (\varphi, \psi) \in G_\omega, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(\bar{k} \frac{\partial x}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\bar{k}} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\bar{k} \frac{\partial y}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\bar{k}} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad (8)$$

$$\sigma \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{v^2}{\bar{k}^2} \left(\beta \frac{\partial^2 p_c}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial \beta}{\partial \varphi} \frac{\partial p_c}{\partial \varphi} \right) + v^2 \left(\beta \frac{\partial^2 p_c}{\partial \psi^2} + \frac{\partial \beta}{\partial \psi} \frac{\partial p_c}{\partial \psi} \right) + \frac{v^2}{\bar{k}} \frac{\partial f}{\partial \varphi} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} = -\frac{v^2}{\sigma \bar{k}} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \varphi}. \quad (10)$$

Рівняння (7)–(10), в залежності від вибору конфігурації області фільтрації, доповнюватимемо відповідними крайовими та початковими умовами [21].

Алгоритм розв'язування відповідної крайової задачі представимо у вигляді наступної послідовності етапів:

1) розраховуємо поле потенціалу швидкості за поточними полями насиченості та температури, враховуючи геометрію області фільтрації, початкові та граничні умови;

2) розв'язуємо задачу на квазіконформне відображення: будуємо гідродинамічну сітку, характерні лінії розділу течії, знаходимо квазіпотенціал φ , витрату та інші невідомі фільтраційні параметри;

3) знаходимо перерозподіл насиченості (за знайденими фільтраційними характеристиками, згідно з (9));

4) знаходимо перерозподіл температури (за знайденими фільтраційними характеристиками та перерахованим полем насиченості, згідно з (10));

5) перевіряємо умови зупинки роботи алгоритму, при невиконанні яких переходимо до повторного уточнення пункту 1 цього алгоритму. Однією з таких умов зупинки, може бути умова перевищення допустимої частки витісняючої рідини в продукції експлуатаційної свердловини.

Різницевий аналог задачі та алгоритм її розв'язання будується аналогічно як і в роботі [5]. Шляхом введення в області комплексного квазіпотенціалу рівномірної ортогональної сітки з вузлами в точках (φ_i, ψ_j) ($i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$), відносно якої здійснюється апроксимація рівнянь (7)–(10), наприклад, так:

$$\begin{aligned} & \Delta \gamma_l^2 \left(\bar{k}_{i,j+1/2} (x_{i,j+1} - x_{i,j}) - \bar{k}_{i,j-1/2} (x_{i,j} - x_{i,j-1}) \right) + \frac{x_{i+1,j} - x_{i,j}}{\bar{k}_{i+1/2,j}} - \frac{x_{i,j} - x_{i,j-1}}{\bar{k}_{i-1/2,j}} = 0, \\ & \gamma_l^2 \left(\bar{k}_{i,j+1/2} (y_{i,j+1} - y_{i,j}) - \bar{k}_{i,j-1/2} (y_{i,j} - y_{i,j-1}) \right) + \frac{y_{i+1,j} - y_{i,j}}{\bar{k}_{i+1/2,j}} - \frac{y_{i,j} - y_{i,j-1}}{\bar{k}_{i-1/2,j}} = 0, \\ & \hat{s}_{i,j} = s_{i,j} - \frac{\tau v_{i,j}^2}{\sigma} \left(\frac{f(s_{i,j}, T_{i,j}) - f(s_{i-1,j}, T_{i-1,j})}{\bar{k}_{i,j} \Delta \varphi_l} - \tilde{f}_{i,j} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\hat{T}_{i,j} = \tilde{T}_{i,j} - \frac{\tau v_{i,j}^2}{\sigma \bar{k}_{i,j} \Delta \varphi_l} \left(\tilde{f}(\hat{s}_{i,j}, T_{i,j}) - \tilde{f}(\hat{s}_{i-1,j}, T_{i-1,j}) \right), \quad (12)$$

де

$$\begin{aligned} & x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j), \quad y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j), \\ & \bar{k}_{i,j\pm 1/2} = \frac{\bar{k}_{i,j\pm 1} + \bar{k}_{i,j}}{2}, \quad \bar{k}_{i\pm 1/2,j} = \frac{\bar{k}_{i\pm 1,j} + \bar{k}_{i,j}}{2}, \\ & \tilde{f}_{i,j} = \frac{\beta_{i,j} (\tilde{p}_{i+1,j} - \tilde{p}_{i,j}) + \beta_{i-1,j} (\tilde{p}_{i,j} - \tilde{p}_{i-1,j})}{\bar{k}_{i,j}^2 \Delta \varphi_l^2} + \\ & + \frac{\beta_{i,j} (\tilde{p}_{i,j+1} - \tilde{p}_{i,j}) + \beta_{i,j-1} (\tilde{p}_{i,j} - \tilde{p}_{i,j-1})}{\Delta \psi_g^2}, \\ & \gamma_l = \frac{\Delta \varphi_l}{\Delta \psi}, \quad \bar{k}_{i,j} = \bar{k}(x_{i,j}, y_{i,j}, s_{i,j}, T_{i,j}), \\ & \beta_{i,j} = \beta(x_{i,j}, y_{i,j}, s_{i,j}, T_{i,j}), \quad \tilde{p}_{i,j} = p_c(s_{i,j}), \end{aligned}$$

τ – крок по часу, $s_{i,j}$, $\hat{s}_{i,j}$ – насиченості у відповідні моменти часу,

$$\tilde{T}_{i,j} = (\tilde{\alpha} \cdot \hat{s}_{i,j} + \tilde{\beta}) \cdot T_{i,j},$$

$$\tilde{f}(\hat{s}_{i,j}, T_{i,j}) = (\tilde{\alpha} \cdot f(\hat{s}_{i,j}, T_{i,j}) + c_o \rho_o) \cdot T_{i,j},$$

$$\hat{\tilde{T}}_{i,j} = (\tilde{\alpha} \cdot \hat{s}_{i,j} + \tilde{\beta}) \cdot \hat{T}_{i,j},$$

$v_{i,j}$ – швидкість (шукаємо як і в роботі [5]). З наступним вибором кроку по часу, параметрів розбиття області комплексного квазіпотенціалу (положення вузлів (ϕ_i, ψ_j) сітки), початкових наближень координат граничних та внутрішніх вузлів гідродинамічної сітки, знаходимо значення квазіконформних інваріантів. Далі проводимо уточнення координат внутрішніх вузлів гідродинамічної сітки шляхом розв'язання відповідних (8) різницевих аналогів. Після цього підправляємо граничні вузли за умов фіксації навколишніх граничних та приграничних, використовуючи умови ортогональності, та знаходимо наближення величин витрат (дебітів свердловин). Серед умов завершення алгоритму побудови гідродинамічної сітки (відшукування невідомих фільтраційних параметрів, зокрема, поля швидкості) на даному ітераційному етапі: є стабілізація витрат, стабілізація граничних вузлів тощо. Використовуючи побудоване поле швидкостей $v_{i,j}$, поле насиченості $s_{i,j}$ і температури $\tilde{T}_{i,j}$ з попереднього ітераційного кроку (з врахуванням граничних умов), знаходимо розподіл насиченості $\hat{s}_{i,j}$ у пласті на даному часовому етапі. Згідно з (11), та, використовуючи (12), розраховуємо поле температури $\hat{\tilde{T}}_{i,j}$, після чого перераховуємо поле швидкості і потенціалу.

5. Числові розрахунки модельної задачі

Розглядається задача неізотермічної двофазної фільтрації в елементі симетрії п'яти-точкової системи заводнення, при наступних параметрах моделі:

$$\phi^*=0, \phi^*=1, \sigma=0.2, \rho_o=800, c_o=1880,$$

$$\rho_w=1000, c_w=4200, \rho_e=2200, c_e=1800, s^*=1,$$

$$\tilde{s}(x, y) = 0, \mu_o = 5 \cdot e^{120 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{60} \right)},$$

$$\mu_w = \frac{9.1787}{1 + 0.0337 \cdot T + 0.000221 \cdot T^2},$$

$$k=1, k_o = (1-s)^2, k_w = s^2, J(s) = \frac{1-s}{1+s},$$

$$T_* = 90, \tilde{T}(x, y) = 30, \tau = 10^{-4}.$$

На рис. 2 зображено гідродинамічну сітку в області G_z , де на одну експлуатаційну свердловину діє 4 нагнітальних.

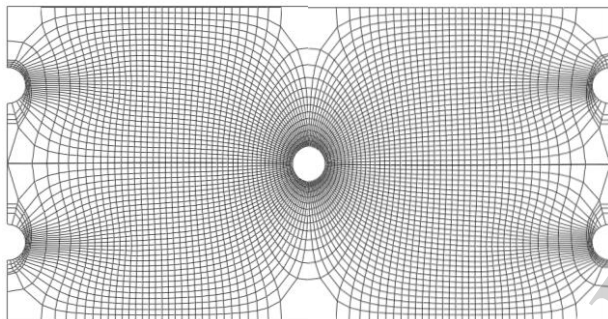


Рис. 2. Гідродинамічна сітка в момент часу $t = 4.2$

На рис. 3 відображене відповідне поле швидкостей для елемента симетрії області G_z в момент часу $t = 4.2$.

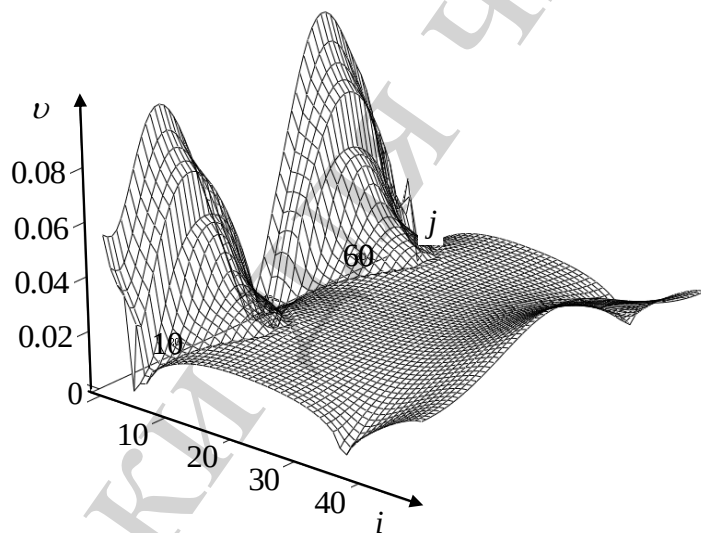


Рис. 3. Поле швидкостей

Поле температур при витісненні нафти водою у випадку неізотермічного процесу фільтрації представлено на рис. 4.

Відповідне поле насиченості при врахуванні впливу капілярного ефекту представлено на рис. 5.

На рис. 6 зображено розподіл насиченості у випадку $p_c = 0$, тобто при відсутності впливу капілярного ефекту.

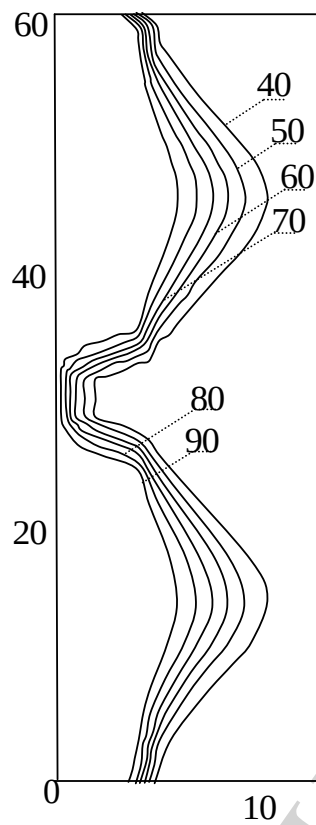


Рис. 4. Поле температур

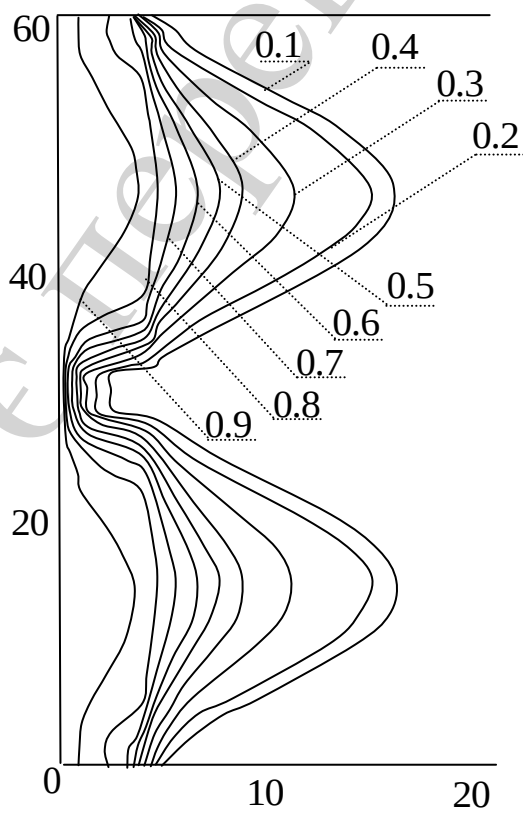


Рис. 5. Розподіл насиченості при врахуванні впливу капілярного ефекту

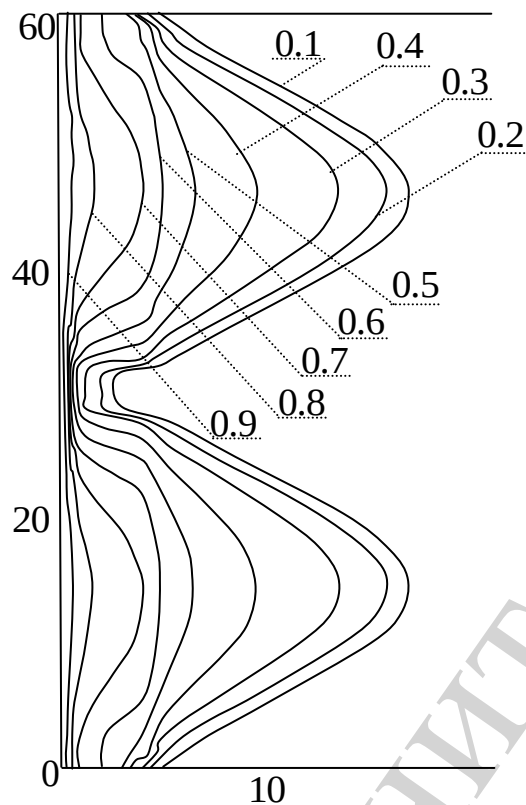


Рис. 6. Розподіл насиченості при знехтуванні капілярних сил

Варто також відзначити, що цей розподіл повністю співпадає з результатами отриманими на основі алгоритму запропонованого в роботі [6] для виділеного елемента симетрії за відповідних умов.

6. Обговорення результатів дослідження процесів витіснення у нафтоносних пластах в елементах площового заводнення

Сформована в роботі математична модель (1)–(5) у поєднанні з розробленим алгоритмом вирішують проблему відшукування полів швидкості, насиченості та температури (рис. 3–6), за відповідних умов експлуатації родовищ. В модель та алгоритм закладено можливість врахування капілярного ефекту, різного роду неоднорідних включень, зокрема тріщин ГРП та перетоків між свердловинами. Це є основою для встановлення оптимального розміщення свердловин та проведення гідравлічних розривів на них.

При проведенні числових експериментів в елементі симетрії п'яти-точкової системи заводнення встановлено, що фронт витіснення у випадку не врахування капілярного ефекту просувається на 20 % швидше, ніж при його врахуванні. Це, в свою чергу, призведе до збільшення реального часу прориву води в експлуатаційну свердловину, тим самим не дозволить вчасно провести відповідні водоізоляційні роботи.

Якісну картину фільтраційної течії, області малих швидкостей та перерозподіл потоків відображає гідродинамічна сітка (рис. 2), що розраховується в ко-

жен момент часу. Також сітка відображає вплив свердловин одна на одну та на процес обводнення, зокрема.

Для побудови гідродинамічної сітки іншими існуючими методами, зокрема скінченних елементів чи різниць, доведеться докласти значно більших розрахункових зусиль. У даному ж випадку вона є ключовим елементом розробленого алгоритму і є невід'ємною частиною розв'язку поставленої задачі.

Варто також зазначити, що запропонований в роботі метод розв'язання задач багатofазної неізотермічної фільтрації застосовується у випадку, коли вдається ввести функцію квазіпотенціалу ϕ та відповідну спряжену до неї функцію течії ψ . Введення їх не завжди можливе і потребує додаткових досліджень. Але коли це вдається, то значно спрощується розрахунок полів насиченості та температури. При цьому понижується просторова розмірність відповідних підзадач, розв'язок яких знаходимо вздовж ліній течії і є однією з переваг методу.

Представлення квазіпотенціалу у вигляді

$$\phi = -p_o + \int_0^{s_w} f(\tilde{s}, T) \frac{dp_c(\tilde{s})}{d\tilde{s}} d\tilde{s}$$

та використання ідей методу квазіконформних відображень та процедури поетапної фіксації характеристик середовища і процесу суттєво спростило загальну стратегію розщеплення алгоритму розв'язання вихідної задачі.

Такий підхід, на відміну від традиційних методів, скінченних різниць та скінченних елементів, не вимагає окремого перерахунку поля швидкостей та використання інтерполяційних і градієнтних методів для побудови еквіпотенціальних ліній та ліній течії.

Варто також відзначити, що у розробленій моделі не враховано можливість міжфазових переходів флюїду під час процесу витіснення. Тому температура середовища та флюїду не повинна перевищувати свого критичного значення, при якому відбуваються міжфазові переходи.

Очевидно, в подальшому виникає перспектива розвитку як самої математичної моделі з урахуванням міжфазових переходів флюїду, так і методології розв'язування відповідних крайових задач.

7. Висновки

1. Удосконалено математичну модель неізотермічного процесу витіснення нафти із пористих осадових порід за наявності тріщин гідророзриву. В моделі враховано зворотній вплив характеристик процесу на вихідні характеристики середовища схильного до деформації горизонтального нафтового пласта, обмеженого лініями течії та еквіпотенціальними лініями.

2. Розвинуто методологію розв'язання відповідних крайових задач за умов урахування капілярного ефекту. А саме, запропоновано формулу для введення квазіпотенціалу, з використанням якої здійснено пониження просторової розмірності підзадач, для відшукування полів насиченості та температури. Їх розв'язок знайдено вздовж ліній течії.

3. Розроблено числовий алгоритм для розв'язування відповідних крайових задач. Під час проведених числових розрахунків було встановлено, що фронт витіснення у випадку не врахування капілярного ефекту просувається у 1.2 рази швидше ніж при його врахуванні. Це, в свою чергу, призведе до збільшення реального часу прориву води в експлуатаційну свердловину, тим самим не дозволить вчасно провести відповідні водоізоляційні роботи.

Література

1. Фазлыев, Р. Т. (2008). Площадное заводнение нефтяных месторождений. М.: Ижевск, ИКИ, НИЦ РХД, 256.
2. Чекалюк, Э. Б. (1965). Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 238.
3. Астафьев, В. И., Федорченко, Г. Д. (2007). Моделирование фильтрации жидкости при наличии трещины гидравлического разрыва пласта. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки, 2 (15), 128–132.
4. Jahandideh, A., Jafarpour, B. (2016). Optimization of hydraulic fracturing design under spatially variable shale fracability. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 138, 174–188. doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2015.11.032>
5. Бомба, А. Я., Сінчук, А. М., Ярошак, С. В. (2015). Методи комплексного аналізу моделювання процесу витіснення нафти теплоносієм з урахуванням ефекту гідророзриву. Системні дослідження та інформаційні технології, 1, 130–140.
6. Bomba, A., Sinchuk, A. (2016). Modeling of impact of hydraulic fractures on the process of fluid displacement from low-permeability sedimentary rocks. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (8 (82)), 49–55. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.73368>
7. Miehe, C., Mauthe, S. (2016). Phase field modeling of fracture in multi-physics problems. Part III. Crack driving forces in hydro-poro-elasticity and hydraulic fracturing of fluid-saturated porous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 304, 619–655. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.09.021>
8. Wang, H. (2015). Numerical modeling of non-planar hydraulic fracture propagation in brittle and ductile rocks using XFEM with cohesive zone method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 135, 127–140. doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2015.08.010>
9. Abdollahipour, A., Fatehi Marji, M., Yarahmadi Bafghi, A., Gholamnejad, J. (2015). Simulating the propagation of hydraulic fractures from a circular wellbore using the Displacement Discontinuity Method. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 80, 281–291. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2015.10.004>
10. Salama, A. (2018). Modeling of flux decline behavior during the filtration of oily-water systems using porous membranes: Effect of pinning of

nonpermeating oil droplets. Separation and Purification Technology, 207, 240–254. doi: <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2018.06.043>

11. Miah, M. I., Elhaj, M. A., Ahmed, S., Hossain, M. E. (2018). Modeling of temperature distribution and oil displacement during thermal recovery in porous media: A critical review. Fuel, 226, 423–440. doi: <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.04.018>

12. Wójcik, W. (2016). Fractional flow formulation for three-phase non-isothermal flow in porous media. PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY, 1 (7), 26–33. doi: <https://doi.org/10.15199/48.2016.07.04>

13. Nojabaei, B., Siripatrachai, N., Johns, R. T., Ertekin, T. (2016). Effect of large gas-oil capillary pressure on production: A compositionally-extended black oil formulation. Journal of Petroleum Science and Engineering, 147, 317–329. doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2016.05.048>

14. Телегин, И. Г., Бочаров, О. Б. (2018). Влияние изменения вязкости нефти в процессе добычи на решения задачи о противоточной капиллярной пропитке. Известия высших учебных заведений. Нефть и газ, 6, 71–78. doi: <https://doi.org/10.31660/0445-0108-2018-6-71-78>

15. Бэр, Я., Заславски, Д. (1971). Физико-математические основы фильтрации воды. М.: Мир, 452.

16. Dahi Taleghani, A. (2009). Analysis of hydraulic fracture propagation in fractured reservoirs: an improved model for the interaction between induced and natural fractures. University of Texas at Austin, 216.

17. Zhang, S., Yin, S. (2014). Determination of in situ stresses and elastic parameters from hydraulic fracturing tests by geomechanics modeling and soft computing. Journal of Petroleum Science and Engineering, 124, 484–492. doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2014.09.002>

18. Bomba, A. Y., Yaroshchak, S. V. (2012). Complex approach to modeling of two-phase filtration processes under control conditions. Journal of Mathematical Sciences, 184 (1), 56–68. doi: <https://doi.org/10.1007/s10958-012-0852-x>

19. Бомба, А. Я., Сінчук, А. М. (2013). Комплексний аналіз поведінки системи «свердловини-тріщини-пласт» в елементах площадного заводнення. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях, 54 (1027), 4–15.

20. Salimzadeh, S., Khalili, N. (2015). A three-phase XFEM model for hydraulic fracturing with cohesive crack propagation. Computers and Geotechnics, 69, 82–92. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.05.001>

21. Бомба, А. Я., Сінчук, А. М., Ярошак, С. В. (2016). Моделювання фільтраційних процесів у нафтогазових пластах числовими методами квазіконформних відображень. Рівне: ТЗОВ «Ассоль», 238.