

## **REPRESENTASI SISWA SEKOLAH DASAR DALAM PEMAHAMAN KONSEP PECAHAN**

Ajeng Gelora Mastuti\*

\*Jurusan Pendidikan Matematika IAIN Ambon

HP. 081220060857, email: [ajeng.gelora.mastuti@iainambon.ac.id](mailto:ajeng.gelora.mastuti@iainambon.ac.id)

### **Abstrak**

Representasi terjadi melalui dua tahapan, yaitu representasi internal dan representasi eksternal. Berpikir tentang ide matematika yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut merupakan representasi internal. Representasi internal dari seseorang sulit untuk diamati secara langsung karena merupakan aktivitas mental dari seseorang dalam pikirannya (*minds-on*). Tetapi representasi internal seseorang itu dapat disimpulkan atau diduga berdasarkan representasi eksternalnya dalam berbagai kondisi, misalnya dari pengungkapannya melalui kata-kata (lisan), melalui tulisan berupa simbol, gambar, grafik, tabel ataupun melalui alat peraga (*hand-on*). Dengan kata lain terjadi hubungan timbal balik antara representasi internal dan eksternal dari seseorang ketika berhadapan dengan sesuatu masalah. Artikel ini merupakan hasil penelitian yang dilaksanakan di SD Islam Surya Buana. Pada hasil penelitian di SD Islam Surya Buana, representasi yang digunakan adalah representasi Bruner yang meliputi enaktif (*enactive*), ikonik (*iconic*) dan simbolik (*symbolic*), dimana masing-masing tahapan akan disajikan dua model representasi pecahan dengan konsep bagian dari keseluruhan (*part-two-whole concept*) dan model bagian suatu himpunan yang bagian-bagiannya kongruen (*part-group, congruent parts*).

**Kata Kunci:** abstraksi, representasi, dan pecahan

**Sitasi:** Mastuti, A. G. 2017. Representasi Siswa Sekolah Dasar dalam Pemahaman Konsep Pecahan. *Matematika dan Pembelajaran*, 5(2), 193-208.

### **A. PENDAHULUAN**

Standar representasi (NCTM) menetapkan bahwa program pembelajaran mulai pra-Taman Kanak-kanak sampai kelas XII harus memungkinkan siswa untuk: (1) menciptakan dan menggunakan representasi untuk mengorganisir, mencatat, dan mengkomunikasikan ide-ide matematis, (2) memilih, menerapkan, dan menerjemahkan representasi matematis untuk memecahkan masalah, (3) menggunakan representasi untuk memodelkan dan menginterpretasikan fenomena

fisik, sosial, dan fenomena matematis<sup>1</sup>. Pencantuman representasi sebagai komponen standar proses dalam *Principles and Standards for School Mathematics*, selain kemampuan pemecahan masalah, penalaran, komunikasi, dan koneksi cukup beralasan karena untuk berpikir matematis dan mengkomunikasikan ide-ide matematis seseorang perlu merepresentasikannya dalam berbagai bentuk representasi matematis. Selain itu tidak dapat dipungkiri bahwa objek dalam matematika itu semuanya abstrak sehingga untuk mempelajari dan memahami ide-ide abstrak itu tentunya memerlukan representasi.

Representasi yang dimunculkan oleh siswa merupakan ungkapan-ungkapan dari gagasan-gagasan atau ide-ide matematis yang ditampilkan siswa dalam suatu upaya untuk mencari suatu solusi masalah yang sedang dihadapinya. Dengan demikian, diharapkan bahwa bilamana siswa memiliki akses representasi-representasi dan gagasan-gagasan yang mereka tampilkan, maka mereka memiliki sekumpulan alat yang siap secara signifikan akan memperluas kapasitas mereka dalam berpikir matematis<sup>2</sup>. Salah satu konsep matematika yang menjadi fokus penelitian dewasa ini adalah pecahan. Pantazi, dkk.<sup>3</sup> meneliti mengenai representasi internal pecahan siswa sekolah dasar yang berumur 8–11 tahun yang memiliki kemampuan matematika beragam. Penelitiannya dilatarbelakangi oleh kenyataan bahwa siswa-siswa di daerah Midland, Inggris mengalami kesulitan dalam mengabstraksi konsep pecahan. Ketika siswa ditanya “Apa yang dimaksud dengan pecahan?”, siswa-siswa cenderung menjawab “sesuatu yang sangat kecil”, “lingkaran yang dipotong kecil-kecil”, atau “suatu bentuk dengan banyak garis-garis”.

## B. KAJIAN TEORI

Pecahan merupakan salah satu konsep yang sulit dipahami dalam matematika sekolah dasar (SD). Hal ini disebabkan karena keabstrakan konsep

---

<sup>1</sup> NCTMa. 2009. *Representation*. (<http://nctm.org/rep.html>, diakses tanggal 25 Maret 2015)

<sup>2</sup> Ibid.

<sup>3</sup> Pantazi, dkk. 2009. Elementary School Students' Mental Representations of Fractions. ([http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR216\\_Pitta-Pantazi.pdf](http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR216_Pitta-Pantazi.pdf), diakses tanggal 26 Maret 2015)

tersebut, sedangkan siswa sekolah dasar kelas III yang mulai mempelajarinya, menurut Piaget, masih berada pada tahap operasi konkrit (umur 7–11 tahun). Dimana pada tahap tersebut, ide anak masih dilandasi oleh observasi dan pengamatan pada obyek-obyek nyata, tetapi ia sudah mulai menggeneralisasi atau membagi-bagi (memecah) dengan memanipulasi obyek-obyek sebagai cara untuk mengetahui<sup>4</sup>. Lebih lanjut, Clarke, et al. mengatakan bahwa konsep pecahan bukan merupakan konsep yang sederhana. Keunikan dari bilangan pecahan, yang berbeda dengan bilangan asli dan bilangan bulat, terkadang menjadikannya sulit untuk dipahami siswa Pitkethly & Hunting<sup>5</sup> dan menjadikan sulit untuk dikenalkan kepada siswa<sup>6</sup>.

Beberapa penelitian telah dilakukan untuk menginvestigasi kesulitan-kesulitan dalam memahami dan membelajarkan materi pecahan. Vale<sup>7</sup> menemukan bahwa siswa akan lebih banyak berpeluang untuk melakukan kesalahan pada operasi pecahan jika pembelajaran materi pecahan hanya menitikberatkan pada menghafal rumus dan prosedur operasi tanpa ada perhatian yang cukup pada makna pecahan. Selain itu, kekomplekan karakteristik dan konsep pecahan membutuhkan tahapan pemahaman yang membuatnya tidak bisa dipahami dalam waktu yang relatif singkat<sup>8</sup>. Lebih lanjut penelitian yang dilakukan Clarke, et al.<sup>9</sup> menemukan bahwa metode dan strategi pembelajaran yang kurang tepat juga dapat memberikan kontribusi pada miskonsepsi siswa.

Proses perpindahan dari level ikonik menuju simbolik perlu mendapat perhatian dalam pembentukan konsep matematika. Apabila tidak hati-hati, maka

---

<sup>4</sup> Hudojo, Herman. 2005. *Kapita selekta Pembelajaran Matematika*. Malang: IMSTEP. H. 4

<sup>5</sup> Pitkethly, A., & Hunting, R. (1996). A review of recent research in the area of initial fraction concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 5-38

<sup>6</sup> Clarke, D. J., & Xu, L. H. 2007. Examining Asian mathematics classrooms through the lens of the distribution of responsibility for knowledge generation. *Proceedings of EARCOME4* (the 4<sup>th</sup> East-Asian Research Conference on Mathematics Education, pp. 518-524), June 18-22, 2007. Penang: University of Malaysia

<sup>7</sup> Vale, C. 2007. Using number sense when adding fractions. *Prime Number*, 22(2), 5-10

<sup>8</sup> Yusof, J. & Malone, J. 2003. *Mathematical Errors in Fractions: A Case of Bruneian Primary 5 Pupils*. [online].. Available at: [http://www.merga.net.au/documents/RR\\_yusof.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RR_yusof.pdf)  
Download 15 Februari 2015

<sup>9</sup> Clarke, D. J., Mesiti, C., O'Keefe, C., Xu, L. H., Jablonka, E., Mok, I. A. C., & Shimizu, Y. (2007). Addressing the challenge of legitimate international comparisons of classroom practice. *International Journal of Educational Research*, 46(5), 280-293

proses ini akan menjadi tidak bermakna karena simbol memiliki sifat abstrak dan kosong dari arti<sup>10</sup>. Menurut prinsip notasi, pencapaian suatu konsep dan penggunaan simbol matematika harus secara bertahap, dari sederhana secara kognitif dapat dipahami siswa kemudian perlahan-lahan meningkat ke lebih kompleks. Bruner lebih menekankan agar setiap siswa mengalami dan mengenal peristiwa atau benda nyata di sekitar lingkungannya, kemudian menemukan dengan sendiri untuk merepresentasikan peristiwa atau benda tersebut dalam pikirannya. Ini sering dikenal sebagai model mental tentang peristiwa yang dialami atau benda yang diamati dan dikenali oleh siswa. Proses sampai pada model mental tersebut ialah suatu proses abstraksi.

### C. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan pada siswa kelas IV SDIT Surya buana. Penelitian ini mengamati 6 orang siswa dalam satu kelompok kerja. Penelitian ini termasuk jenis penelitian kualitatif dengan pendekatan fenomenologi. Creswell<sup>11</sup> menyatakan bahwa penelitian kualitatif adalah suatu proses penelitian ilmiah yang lebih dimaksudkan untuk memahami masalah-masalah manusia dalam konteks sosial dengan menciptakan gambaran menyeluruh dan kompleks yang disajikan, melaporkan pandangan terperinci dari para sumber informasi, serta dilakukan dalam setting yang alamiah tanpa adanya intervensi apa pun dari peneliti.

### D. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 1. Representasi Dalam Matematika

Tinjauan secara umum representasi dapat diklasifikasi menjadi dua, yaitu representasi internal dan representasi eksternal<sup>12, 13</sup>. Menurut para peneliti bidang pendidikan matematika, ahli kognitif, dan ahli psikologi kognitif, representasi

---

<sup>10</sup> Soedjadi. 2000. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*. Jakarta: Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional.

<sup>11</sup> Creswell, J. W. 2013. *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. 3rd Edition. Los Angeles: Sage Publications, Inc.

<sup>12</sup> Hudojo, Herman. 2005. *Kapita selekta Pembelajaran Matematika*. Malang: IMSTEP

<sup>13</sup> Izsák, A. 2003. "We Want a Statement That Is Always True": Criteria for Good Algebraic Representations and the Development of Modelling Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 34, Number 3, 2003, 191 – 227.

internal merujuk pada istilah struktur pengetahuan untuk menjelaskan struktur-struktur mental dimana seseorang melakukan pengkodean (*encoding*), penyimpanan (*storing*), pemanggilan (*retrieving*), atau transformasi informasi (*transforming information*)<sup>14</sup>. Sejalan dengan itu, Hudojo<sup>15</sup> mengungkapkan berpikir tentang ide matematika yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut merupakan representasi internal. Representasi tersebut tidak dapat diamati karena ada di dalam mental (pikiran) eksternal yang berbentuk verbal, gambar dan benda konkrit. Izsák, Andrew<sup>16</sup> mengungkapkan representasi eksternal merujuk pada benda (*artifact*) yang dihasilkan manusia untuk berpikir atau menyampaikan informasi mengenai beberapa konteks yang berbeda dari karya-karya tersebut. Contoh representasi eksternal adalah simbol-simbol matematika, tanda-tanda, karakter, dan signal<sup>17</sup>. Dengan kata lain, representasi internal merujuk pada konstruksi mental (*mental constructs*), sedangkan representasi eksternal pada notasi-notasi material (*material-notations*).

Pendapat tersebut sejalan dengan definisi yang dikemukakan oleh Luitel, Bal Chandra<sup>18</sup> bahwa ada empat ide mengenai konsep representasi, yaitu: (a) Dalam domain matematika, representasi dapat diartikan sebagai “*internal-abstraction of mathematical ideas or cognitive schemata that are developed by the learner through experience*”. Hal ini berarti representasi merupakan proses mencari kesamaan-kesamaan dengan mereduksi perbedaan-perbedaan (abstraksi) terhadap ide-ide matematika atau skemata kognitif yang terjadi dalam pikiran (internal) pembelajar yang dikembangkannya melalui pengalaman atau pengetahuan sebelumnya. (b) Representasi didefinisikan sebagai “*mental reproduction of a former mental state*”. Ini berarti representasi merupakan pembuatan kembali (reproduksi) gambar-gambar secara internal berdasarkan pada pemaknaan mental sebelumnya. (c) Representasi diartikan sebagai “*a structurally equivalent presentation through pictures, symbols and signs*”. Jadi, representasi

---

<sup>14</sup> Ibid.

<sup>15</sup> Hudojo, Herman. *Op. cit.*

<sup>16</sup> Izsák, Andrew. *Op. cit.*

<sup>17</sup> Luitel, Bal Chandra. 2009. *Representation: Revisited*. (<http://au.geocities.com/bcluitel/Representation-revisited>)

<sup>18</sup> Ibid.

berarti kehadiran konsep-konsep melalui gambar-gambar, simbol-simbol, dan tanda-tanda abstrak yang ekuivalen secara struktural. (d) Representasi dikenal juga sebagai “*something in place of something*”, yang berarti sesuatu sebagai ‘wakil’ dari sesuatu.

Pengertian lain diungkapkan oleh Hwang, dkk<sup>19</sup>. yang menyatakan representasi merupakan proses pemodelan benda-bendakonkrit dalam dunia nyata kedalam konsep-konsep abstrak atau simbol-simbol. Sebagai contoh, dalam pengamatan/ observasi pada SD Islam Surya Buana, seorang guru memberikan masalah pada siswanya kelas 4 SD, bahwa jika seseorang memiliki lingkaran yang dibagi menjadi delapan sama panjang, dan lima bagian diambil atau diberi warna, maka yang diberi warna tersebut adalah lima perdelapan, atau dapat direpresentasikan atau diwakili oleh suatu notasi yaitu  $\frac{5}{8}$ .

## 2. Representasi Dalam Pandangan Brunner

Bruner yang memiliki nama lengkap Jerome S. Bruner seorang ahli psikologi (1951) dari Universitas Harvard-Amerika Serikat, telah mempelopori aliran psikologi kognitif yang memberi dorongan agar pendidikan memberikan perhatian pada pentingnya pengembangan berpikir. Bruner banyak memberikan pandangan mengenai perkembangan kognitif manusia, bagaimana manusia belajar atau memperoleh pengetahuan, menyimpan pengetahuan dan menstransformasi pengetahuan. Dasar pemikiran teorinya memandang bahwa manusia sebagai pemeroses, pemikir dan pencipta informasi. Bruner menyatakan belajar merupakan suatu proses aktif yang memungkinkan manusia untuk menemukan hal-hal baru di luar informasi yang diberikan kepada dirinya.

Menurut Bruner<sup>20</sup> belajar matematika adalah belajar mengenai konsep-konsep dan struktur-struktur matematika yang terdapat dalam materi yang dipelajari, serta mencari hubungan antara konsep-konsep dan struktur-struktur matematika itu. Siswa harus dapat menemukan keteraturan dengan cara mengotak-atik bahan-

---

<sup>19</sup> Hwang, dkk. 2009. *Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System*. ([www.ifets.info/journals/10\\_2/17.pdf](http://www.ifets.info/journals/10_2/17.pdf), diakses tanggal 25 Maret 2015)

<sup>20</sup> Hudojo, Herman. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*, Jakarta: Direktorat Pendidikan dan Kebudayaan.

bahan yang berhubungan dengan keteraturan intuitif yang sudah dimiliki siswa. Dengan demikian siswa dalam belajar, haruslah terlibat aktif mentalnya agar dapat mengenal konsep dan struktur yang tercakup dalam bahan yang sedang dibicarakan, anak akan memahami materi yang harus dikuasainya itu. Ini menunjukkan bahwa materi yang mempunyai suatu pola atau struktur tertentu akan lebih mudah dipahami dan diingat anak.

Bruner<sup>21</sup>, membedakan tiga jenis model mental representasi, (1) Representasi Enaktif (*enactive*) adalah representasi sensorimotor yang dibentuk melalui aksi atau gerakan. Pada tahap ini penyajian yang dilakukan melalui tindakan anak secara langsung terlibat dalam memanipulasi (mengotak-atik) objek. Pada tahap ini anak belajar sesuatu pengetahuan dimana pengetahuan itu dipelajari secara aktif dengan menggunakan benda-benda konkret atau menggunakan situasi nyata, dan anak tanpa menggunakan imajinasinya atau kata-kata. Ia akan memahami sesuatu dari berbuat atau melakukan sesuatu. (2) Representasi Ikonik (*iconic*) berkaitan dengan image atau persepsi, yaitu suatu tahap pembelajaran sesuatu pengetahuan di mana pengetahuan itu direpresentasikan/diwujudkan dalam bentuk bayangan visual (*visual imagery*), gambar, atau diagram yang menggambarkan kegiatan konkret atau situasi konkret yang terdapat pada tahap enaktif. Bahasa menjadi lebih penting sebagai suatu media berpikir. (3) Representasi Simbolik (*symbolic*) berkaitan dengan bahasa matematika dan simbol-simbol. Anak tidak lagi terkait dengan objek-objek seperti pada tahap sebelumnya. Anak sudah mampu menggunakan notasi tanpa ketergantungan terhadap objek riil. Pada tahap simbolik ini, pembelajaran direpresentasikan dalam bentuk simbol-simbol abstrak (*abstract symbols*), yaitu simbol-simbol arbitrer yang dipakai berdasarkan kesepakatan dalam bidang yang bersangkutan, baik simbol-simbol verbal (misalnya huruf-huruf, kata-kata, kalimat-kalimat), lambang-lambang matematika maupun lambang-lambang abstrak yang lain.

Dalam pandangan Bruner (*enactive*, *iconic*, dan *symbolic*) berhubungan dengan perkembangan mental seseorang, dan setiap perkembangan representasi

---

<sup>21</sup> Luitel, Bal Chandra. 2009. *Representation: Revisited*. (<http://au.geocities.com/bcluitel/Representation-revisited>)

yang lebih tinggi dipengaruhi oleh representasi lainnya. Sebagai contoh, untuk sampai pada pemahaman konsep pecahan untuk siswa SD, dapat diperoleh melalui beberapa pengalaman terkait, misalnya diawali dengan memanipulasi benda kongkrit seperti buah jeruk, apel, roti tar sebagai bentuk representasi enactive. Kemudian aktivitas tersebut diingatnya dan menghasilkan serta memperkaya melalui gambar-gambar (seperti gambar jeruk, gambar apel, gambar bangun bidang datar persegi, persegi panjang, segitiga dan lingkaran) atau persepsi statis dalam pikiran anak yang dikenal sebagai representasi iconic. Dengan mengembangkan berbagai persepsinya, symbol yang dikenalnya dimanipulasi untuk menyelesaikan suatu masalah sebagai perwujudan representasi *symbolic*<sup>22</sup>.



**Gambar 1. contoh representasi dalam pandangan brunner**

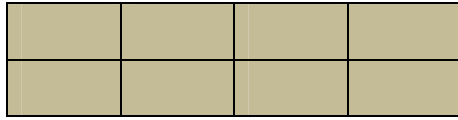
### **3. Peranan Representasi dalam Pembelajaran Matematika**

Ada dua tipe representasi yang mempengaruhi pemahaman matematika siswa dan pemecahan masalah yaitu representasi instruksional dan representasi kognitif. Representasi instruksional digunakan guru untuk membantu siswa memahami matematika, misal definisi, contoh dan model matematika. Sedangkan representasi kognitif dikonstruksi oleh siswa sendiri dalam rangka memahami konsep atau mencari solusi dari permasalahan matematika. Representasi yang pertama berperan penting dalam mengembangkan sistem representasi shared. Sebagai contoh, dalam rangka merepresentasikan pecahan  $\frac{8}{8} = 1$ , maka guru memberikan representasi visual dalam bentuk

---

<sup>22</sup> Resnick, L.B., & Ford, W.W. 1981. *The Psychology of Mathematics for Instruction*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Asso





$$\Rightarrow \frac{8}{8} = 1$$

Aktivitas tersebut membangun representasi shared. Di lain pihak, aktivitas-aktivitas seperti menggambar persegi panjang yang diarsir pada setiap daerahnya untuk memahami konsep. Berdasarkan kondisi tersebut, nampak peranan representasi dalam pembelajaran matematika. Luitel, Bal Chandra<sup>23</sup> mengungkapkan tujuh peranan representasi sebagai berikut.

### 1) Representasi sebagai alat komunikasi.

Komunikasi merupakan standar proses dari pembelajaran matematika di sekolah. Siswa harus dapat mengkomunikasikan dengan baik kepada teman-teman sekelasnya mengenai solusi yang mereka peroleh dan matematika yang dipelajari. Kemampuan untuk mengkomunikasikan ini dapat menambah pemahaman siswa terhadap matematika<sup>24</sup>. Dengan kata lain, komunikasi merupakan hal penting dalam keberhasilan matematika. Komunikasi seringkali disebut sebagai salah satu peranan penting representasi dalam pembelajaran matematika<sup>25</sup>. Sebagai alat komunikasi, representasi membantu mengkomunikasikan ide-ide matematika, dan membantu komunikasi diantara individu-individu. Sebagai contoh, kata “pecahan” merupakan wakil dari suatu ide dalam matematika yaitu pecahan. Ini berarti kata tersebut mengkomunikasikan suatu ide yaitu konsep pecahan. Kata itu dapat digunakan guru untuk membicarakan konsep pecahan pada siswa dalam ruang kelas. Selain itu, siswa juga dapat menggunakan kata tersebut ketika mengkomunikasikan bilangan-bilanganyang senilai dengan  $\frac{3}{8}$ .

---

<sup>23</sup> Luitel, Bal Chandra. 2009. *Representation: Revisited*. (<http://au.geocities.com/bcluitel/Representation-revisited>)

<sup>24</sup> Krulik, S. & Rudnick, J. A. 1999. *Innovative Tasks To Improve Critical and Creative Thinking Skills*. p.138-145. from *Developing Mathematical reasoning in Grades K-12*. 1999 Year book. Stiff, Lee V. Curcio, Frances R. Reston, Virginia: The National Council of teachers of Mathematics, Inc

<sup>25</sup> Skemp, Richard R. 1982. *The Psychology of Learning Mathematics*. Harmonsworth: Penguin Books Ltd.

## 2) Representasi sebagai Indikator Sikap siswa terhadap Matematika.

Representasi internal suatu konsep merupakan wakil konsep tersebut dalam pikiran siswa. Wakil ini dibutuhkan terutama ketika siswa ingin membicarakan atau mempelajari suatu konsep matematika. Tentu saja, siswa akan mengalami kesulitan dalam belajar atau menyelesaikan masalah-masalah, jika tidak memiliki wakil konsep. Sebagai contoh, siswa akan sulit menjawab kenapa  $\frac{2}{5}$  lebih besar dari  $\frac{1}{5}$ , jika ia tidak dapat merepresentasikan pecahan-pecahan tersebut dalam bentuk gambar-gambar.



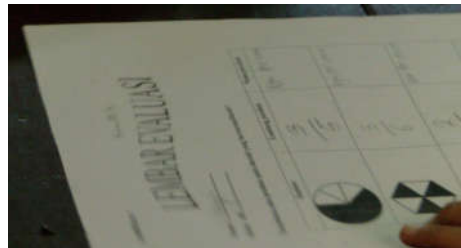
**Gambar 2. Contoh representasi sebagai indikator sikap siswa terhadap matematika**

Dengan demikian, ada tidaknya wakil suatu konsep dalam pikiran siswa menjadi salah satu indikator apakah siswa paham konsep tersebut atau tidak? Apakah siswa dapat menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan konsep tersebut atau tidak? Siswa yang merasa “tidak paham” atau “tidak bisa” lambat laun akan mempunyai sikap tidak menyukai matematika. Sebaliknya, siswa yang bisa akan termotivasi untuk terus belajar matematika. Ada tidaknya representasi internal (wakil konsep) menjadi indikator sikap siswa terhadap matematika.

## 3) Representasi sebagai Bukti Pemahaman Matematika Siswa.

Representasi eksternal menggambarkan apa yang ada dalam pikiran seseorang (representasi internal). Misalkan seorang siswa merepresentasikan pecahan  $\frac{5}{8}$  dengan gambar atau wakil yang tidak sesuai dan ditulis sebaliknya dengan  $\frac{3}{8}$  (membaca gambar yang diarsir secara terbalik). Ini berarti siswa belum

paham mengenai konsep pecahan. Sebaliknya, siswa yang mampu merepresentasikan suatu konsep baik dalam bentuk benda konkrit, gambar atau simbolik menunjukkan pemahaman terhadap suatu konsep tersebut. Dengan demikian, representasi menjadi bukti dari pemahaman matematika siswa.



**Gambar 3. Contoh representasi sebagai bukti pemahaman matematika siswa**

#### **4) Representasi sebagai Penghubung antar Konsep-konsep.**

Representasi bukanlah entitas sesuatu, tetapi merupakan ide-ide beragam dari pernyataan-pernyataan hubungan-hubungan, konsep-konsep dan prinsip-prinsip. Lebih lanjut, representasi membantu memvisualisasi hubungan-hubungan antara konsep-konsep. Representasi dari perbandingan pecahan membutuhkan hubungan antara konsep perkalian, decimal dan garis bilangan.

#### **5) Reperesentasi Merupakan Proses Pengembangan yang Berada Dalam Kontinum Prosedural – Konseptual.**

Menurut Karmiloff-Smith, informasi implisit yang tersimpan dalam otak berbentuk representasi internal. Informasi tersebut disimpan melalui suatu proses berulang (iteratif) yang disebut proses redeskripsi. Berikut tabel yang menggambarkan proses Representasi Redeskripsi (RR).

**Tabel 1. Model RR 3-phase (Luitel<sup>26</sup>)**

<b>Fase</b>	<b>Menyatakan</b>	<b>Berhubungan dengan</b>	<b>Tujuan</b>
Procedural	Kinerja	Algoritmik, mnemonic, fakta-fakta, rumus	Orientasi sukses
Metaprocedural	Pengetahuan internal	Jaringan fakta-fakta, rumus, dan pengalaman sebelumnya	Orientasi perilaku organisasi
Konseptual	Pengaturan pengetahuan dengan jaringan mental	Pengetahuan relasional dan konseptual	Membuat control pada kontinum eksternal-internal

<sup>26</sup> Luitel, Bal Chandra. 2009. *Representation: Revisited*. (<http://au.geocities.com/bcluitel/Representation-revisited>)

---

internal

---

Menurut model RR, pada fase prosedural, siswa lebih berorientasi pada hasil dan menunjukkan kinerja algoritma mereka. Pada fase meta prosedural, sifat representasi berbeda dengan fase sebelumnya. Siswa menunjukkan konstruksi meta prosedural, sebagai contoh interpretasi dari algoritma dan rasionalisasi dari prosedur tersebut. Pada tingkat 3, mereka menunjukkan kontrol atas kontinum eksternal-internal dimana re-presentasi diatur dalam jaringan mental siswa. Sebagai contoh, siswa dapat menyatakan situasi masalah dalam bentuk-bentuk apa yang ditanyakan, proses apa yang digunakan, dan apa kemungkinan solusi yang melibatkan konsep-konsep dalam masalah.



**Gambar 4. Contoh representasi merupakan proses pengembangan yang berada dalam kontinum prosedural – konseptual**

#### **6) Sistem Representasi dapat Mengatasi Penghalang-penghalang Kognitif.**

“Penghalang kognitif” adalah suatu potongan pengetahuan dari siswa yang telah memuaskan pada waktu menyelesaikan masalah-masalah tertentu, dan telah tersimpan dalam pikirannya tetapi menjadi tidak kemudian ketika menghadapi masalah-masalah baru, pengetahuan siswa tersebut tidak cukup dan kesulitan untuk beradaptasi. Penghalang-penghalang tersebut dapat diatasi melalui meningkatkan kekuatan sistem representasional. Pada umumnya, penghalang dapat diatasi karena sistem-sistem representasional dihubungkan satu sama lain. Sebagai contoh, representasi aturan perkalian akan mudah dipahami jika dihubungkan dengan konsep penjumlahan. Demikian juga, jika representasi dikembangkan melalui perspektif yang lebih luas maka akan membantu dalam pembelajaran selanjutnya. Jika sistem perkalian bilangan bulat didiskusikan dan

direpresentasikan sebagai perubahan “skala”, maka siswa akan lebih mudah ketika memahami perkalian dari pecahan.

**7) Representasi bukanlah metode tetapi bagian dari proses mengkonstruksi ide-ide matematika.**

Representasi bukanlah metode atau teori pembelajaran. Dengan representasi, siswa mengkonsolidasi ide-ide mereka dalam suatu cara yang simetrik. Lebih lanjut, sistem representasi dapat membantu mengembangkan kategori-kategori dan sub-sub kategori.

Representasi yang dimunculkan oleh siswa merupakan ungkapan-ungkapan dari gagasan-gagasan atau ide-ide matematis yang ditampilkan siswa dalam suatu upaya untuk mencari suatu solusi masalah yang sedang dihadapinya. Menurut para peneliti bidang pendidikan matematika, ahli kognitif, dan ahli psikologi kognitif, representasi internal merujuk pada istilah struktur pengetahuan untuk menjelaskan struktur-struktur mental dimana seseorang melakukan pengkodean (*encoding*), penyimpanan (*storing*), pemanggilan (*retrieving*), atau transformasi informasi (*transforming information*)<sup>27</sup>. Bruner<sup>28</sup>, membedakan tiga jenis model mental representasi, (1) Representasi Enaktif (*enactive*) adalah representasi sensorimotor yang dibentuk melalui aksi atau gerakan. (2) Representasi Ikonik (*iconic*) berkaitan dengan image atau persepsi, yaitu suatu tahap pembelajaran sesuatu pengetahuan di mana pengetahuan itu direpresentasikan/diwujudkan dalam bentuk bayangan visual (*visual imagery*), gambar, atau diagram yang menggambarkan kegiatan konkrit atau situasi konkrit yang terdapat pada tahap enaktif. Bahasa menjadi lebih penting sebagai suatu media berpikir. (3) Representasi Simbolik (*symbolic*) berkaitan dengan bahasa matematika dan simbol-simbol.

Peranan representasi dalam pembelajaran matematika. Luitel, Bal Chandra<sup>29</sup> mengungkapkan tujuh peranan representasi sebagai berikut: 1) sebagai alat

---

<sup>27</sup> Izsák, A. 2003. “We Want a Statement That Is Always True”: Criteria for Good Algebraic Representations and the Development of Modelling Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 34, Number 3, 2003, 191 – 227.

<sup>28</sup> Luitel, Bal Chandra. 2009. *Representation: Revisited*. (<http://au.geocities.com/bcluitel/Representation-revisited>)

<sup>29</sup> Ibid.

komunikasi, 2) sebagai indikator sikap siswa terhadap matematika, 3) sebagai bukti pemahaman matematika siswa, 4) sebagai penghubung antar konsep-konsep, 5) merupakan proses pengembangan yang berada dalam kontinum prosedural – konseptual, 6) sistem representasi dapat mengatasi penghalang-penghalang kognitif. 7) representasi bukanlah metode tetapi bagian dari proses mengonstruksi ide-ide matematika.

## E. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada penelitian di SD Islam Surya Buana, representasi yang digunakan adalah representasi Bruner yang meliputi enaktif (*enactive*), ikonik (*iconic*) dan simbolik (*symbolic*), dimana masing-masing tahapan akan disajikan dua model representasi pecahan dengan konsep bagian dari keseluruhan (*part-two-whole concept*) dan model bagian suatu himpunan yang bagian-bagiannya kongruen (*part-group, congruent parts*).

## REFERENSI

- Bennet, A.B. & L.T. Nelson. 2004. *Mathematics for Elementary Teacher*. Edisi Keenam. New York: McGraw Hill.
- Clarke, D. J., & Xu, L. H. (2007). Examining Asian mathematics classrooms through the lens of the distribution of responsibility for knowledge generation. *Proceedings of EARCOME4* (the 4<sup>th</sup> East-Asian Research Conference on Mathematics Education, pp. 518-524), June 18-22, 2007. Penang: University of Malaysia.
- Clarke, D. J., Mesiti, C., O’Keefe, C., Xu, L. H., Jablonka, E., Mok, I. A. C., & Shimizu, Y. (2007). Addressing the challenge of legitimate international comparisons of classroom practice. *International Journal of Educational Research*, 46(5), 280-293. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijer.2007.10.009>
- Creswell, J. W. 2013. *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. 3rd Edition. Los Angeles: Sage Publications, Inc.
- Goldin, G., & Shteingold, N. 2008. Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. Cuoco & S. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (hal. 1-23). Reston: The National Council of Teachers of Mathematics.

- Gray, E. & Tall, D. 2007. Abstraction as a Natural Process of Mental Compression. *Mathematicx Education Research Journal*. Vol. 19, No.2, 23-40
- Hudojo, Herman. 2005. *Kapita selekta Pembelajaran Matematika*. Malang: IMSTEP.
- Hudojo, Herman. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*, Jakarta: Direktorat Pendidikan dan Kebudayaan.
- Hwang, dkk. 2009. *Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System*. ([www.ifets.info/journals/10\\_2/17.pdf](http://www.ifets.info/journals/10_2/17.pdf) , diakses tanggal 25 Maret 2015)
- Izsák, A. 2003. “We Want a Statement That Is Always True”: Criteria for Good Algebraic Representations and the Development of Modelling Knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 34, Number 3, 2003, 191 – 227.
- NCTMa. 2009. *Representation*. (<http://nctm.org/rep.html> , diakses tanggal 25 Maret 2015).
- NCTMb. 2009. *Representation—Show Me the Math!* (<http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=224&blogid=68>, diakses tanggal 25 Maret 2015).
- Krulik, S. & Rudnick, J. A. 1999. *Innovative Tasks To Improve Critical and Creative Thinking Skills*. p.138-145. from Developing Mathematical reasoning in Grades K-12. 1999 Year book. Stiff, Lee V. Curcio, Frances R. Reston, Virginia: The National Council of teachers of Mathematics, Inc.
- Lamon, S.J. 2001. Presenting and representing: From fractions to rational numbers. In A. Cuoco & F.R. Curcio (Eds.). *The roles of representation in shool mathematics* (pp. 146-165). Reston: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Lamon,S.J. 2006. *Teaching fractions and rations for understanding*, Secondedition. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Luitel, Bal Chandra. 2009. *Representation: Revisited*. (<http://au.geocities.com/bcluitel/Representation-revisited>)

- Mallet, Dan G. 2009. *Multiple Representations for Systems of Linear Equations Via the Computer Algebra System Maple*. ([www.iejme.com/022015/d2.pdf](http://www.iejme.com/022015/d2.pdf))
- Pantazi, dkk. 2009. Elementary School Students' Mental Representations of Fractions. ([http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR216\\_Pitta-Pantazi.pdf](http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR216_Pitta-Pantazi.pdf)), diakses tanggal 26 Maret 2015)
- Pitkethly, A., & Hunting, R. (1996). A review of recent research in the area of initial fraction concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 5-38. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00163751>
- Pyke, Curtis L. 2003. The Use of Symbols, Words, and Diagrams as Indicators of Mathematical Cognition: A Causal Model. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 34, Number 5, 2003, 406 – 432.
- Resnick, L.B., & Ford, W.W. 1981. *The Psychology of Mathematics for Instruction*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Skemp, Richard R. 1982. *The Psychology of Learning Mathematics*. Harmondsworth: Penguin Books Ltd.
- Soedjadi. 2000. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*. Jakarta: Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional.
- Vale, C. 2007. Using number sense when adding fractions. *Prime Number*, 22(2), 5-10.
- Yusof, J. & Malone, J. 2003. *Mathematical Errors in Fractions: A Case of Bruneian Primary 5 Pupils*. [online].. Available at: [http://www.merga.net.au/documents/RR\\_yusof.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RR_yusof.pdf) Download 15 Februari 2015.