

Pemodelan Kualitas Air Tanah

Suharmadi

Jurusan Matematika
Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya

Abstrak

Pemodelan Kualitas Air Tanah bertujuan untuk mengidentifikasi hal-hal penting seperti, sumber kontaminasi, pengembangan spasial kontaminasi tersebut, dampaknya kontaminasi dimasa depan serta strategi penganggulangan kontaminasi. Model yang dapat merepresentasikan karakteristik transportasi kontaminan dan interaksi kimiawi kontaminan akan dikembangkan. Pengembangan model dilakukan secara bertahap, yaitu, pengembangan model konseptual, mengekspresikan model konseptual kebentuk ekspresi matematika, menentukan solusi analitik atau atau numerik dari model serta melakukan verifikasi model dengan data.

Kata kunci: *model air tanah, reduksi kontaminasi, strategi reduksi*

1 Pendahuluan

Kontaminasi pada air tanah baik pada masa lalu maupun dewasa ini, merupakan masalah utama. Penerapan praktek pertanian intensif telah menyebabkan naiknya level 'nitrat', 'pestisida' dan 'herbisida' pada air tanah. Meningkatnya buangan air dari industri (*industrial waste*) dan buangan sampah rumah tangga, sampah rumah sakit, sampah dari pasar, hotel dan restoran juga memberi kontribusi pada peningkatan kontaminasi air tanah (A.James, 1978). Tujuan dari penelitian ini adalah mereduksi kontaminasi pada air tanah terutama yang berada disekitar tempat pembuangan akhir sampah (TPA).

Tidak seperti pada air permukaan (*surface water*), air tanah Bergeraknya lambat. Diannya air tanah pada suatu kantong-kantong air dapat berlangsung tahunan, akibatnya kontaminasi pada 'aquifer system' dapat berlangsung dan tidak terdeteksi pada periode yang lama sekali dan menyebabkan penurunan kualitas air tanah secara ekstensif (A. James 1993) Yang perlu diidentifikasi pada air tanah yang terkontaminasi adalah hal-hal sebagai berikut:

- a. Sumber kontaminasi
- b. Pengembangan secara spasial kontaminasi tersebut
- c. Dampak pada masa depan pada air tanah
- d. Strategi penanggulangan kontaminasi dan biaya yang diperlukan.

Model yang dapat menguraikan karakteristik transportasi kontaminasi air tanah dan interaksi kimiawi dari kontaminan dapat digunakan untuk menyelesaikan keempat masalah tersebut diatas terdapat empat tahapan untuk mengembangkan model seperti itu, yaitu: Pengembangan model konseptual, Mengekspresikan model konseptual kedalam bentuk model matematika, solusi analitik atau numerik dari model matematika dan Validasi dari model dengan menggunakan data (Thoman, R.V., 1994). Pengembangan aspek matematika dan numerik model kualitas air tanah adalah fokus tahap utama dari penelitian ini. Meskipun demikian, pentingnya tahap konseptual model sampai dengan pengembangan final dari model kualitas tidak dapat di-

abaikan. Konseptual model memuat asumsi-asumsi penyederhanaan yang digunakan untuk mendefinisikan model matematika. Jadi konseptual model merupakan penghubung utama antara model matematika dan ‘sistem aquifer’. Hampir semua sumber air tanah tidak dapat dilihat secara langsung. Struktur dari formasi aquifer, sifat-sifat hidrolika dan distribusi pola aliran air tanah seringkali baru diinferensi dari data distribusi “sparsely.” Hanya dengan pengembangan model konseptual yang benar dapat diperoleh model kualitas air tanah yang memuaskan.

2 Persamaan Gerakan Air Tanah

Flux air tanah pada aquifer secara umum diberikan oleh Darcy’s Law sebagai berikut:

$$q_i = -\frac{k_{ij}}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x_j} - \rho g_i \right) \quad (1)$$

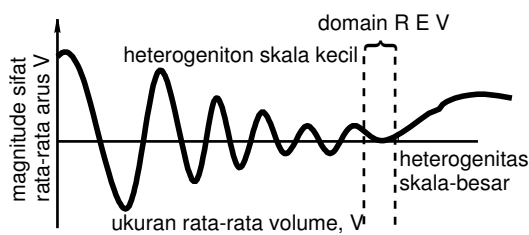
dimana: q_i adalah komponen ke- i dari ‘specific discharge’, q ; k_{ij} adalah komponen ke- ij tensor intrinsil permeability; μ adalah viscositas fluida; P adalah tekanan fluida; ρ adalah densitas fluida; g_i adalah komponen ke- i dari percepatan gravitasi.

Pada kasus dimana densitas air tanah dianggap konstant, Darcy’s Law direduksi menjadi:

$$q_i = -K_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial X_i} \quad (2)$$

dimana $K_{ij} = K_{ij}\rho g/\mu$ adalah komponen ke- ij dari tensor ‘hydraulic conductivity’ dan $\phi = P/\rho g + z$ adalah hydraulic head.

Hydraulic conductivity pada suatu titik didalam aquifer diperoleh sebagai rata-rata REV (*representative elementary volume*) yang dipusatkan pada titik tersebut. Ukuran REV dipilih sedemikian hingga perubahan kecil yang terjadi tidak mengakibatkan perubahan significant pada magnitude dari sifat-sifat Aquifer (Hipel W.Keith, 1994)



Gambar 1: Rata-rata perubahan gerak

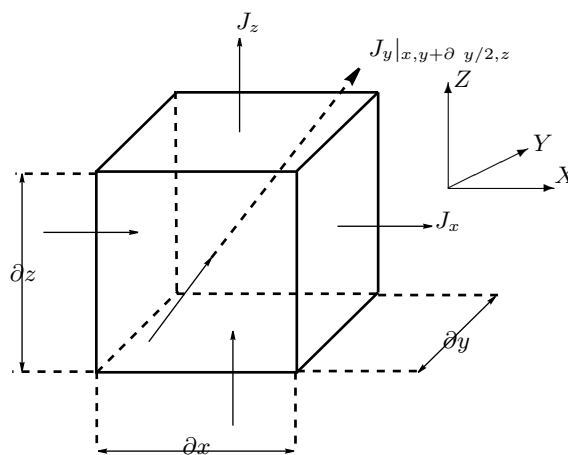
Rata-rata perubahan gerak masa air tanah terhadap perubahan tekanan diberikan dengan koefisien storage, S_p ,

$$S_p = \frac{\partial M}{\partial P} \quad (3)$$

dimana M adalah massa air tanah per unit volume batuan (*rock*). Bila densitas air tanah dianggap konstan, formula diberikan oleh specific storativity,

$$S_s = \frac{1}{\rho} \frac{\partial M}{\partial \phi} \quad (4)$$

yang merupakan perubahan volume air tanah per unit volume dari bantuan, per unit penambahan pada hydraulic head. Keseimbangan massa air tanah pada titik P , dalam aquifer didefinisikan dengan menggunakan pendekatan volume control.



Gambar 2: Kontrol Volume

Vektor J dengan komponen J_x , J_r , dan J_z menunjukkan flux massa (yaitu massa air tanah yang melintasi unit area aquiter pada satu unit waktu), bila ∂M adalah penambahan M pada waktu ∂t , maka penambahan “net” pada massa air pada volume control pal waktu ∂t adalah ∂M , $\partial x \partial y \partial z$, dengan mempertimbangkan flux massa yang melintasi enam permukaan volume control, diperoleh

$$\partial M \partial x \partial y \partial z = \left\{ \begin{aligned} & \frac{J_x \Big|_{\frac{x-\partial x}{2}, y, z} - J_x \Big|_{\frac{x+\partial x}{2}, y, z}}{\partial x} \\ & + \frac{J_y \Big|_{\frac{x, y-\partial y}{2}, z} - J_y \Big|_{\frac{x, y+\partial y}{2}, z}}{\partial y} \\ & + \frac{J_z \Big|_{\frac{x, y, z-\partial z}{2}} - J_z \Big|_{\frac{x, y, z+\partial z}{2}}}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

dimana $J_{x|y,z}$ adalah flux massa yang dihitung pada titik (x,y,z) . Bila persamaan (5) dibagi dengan $\partial t, \partial x, \partial y$ dan ∂z serta diambil limitnya untuk $\partial t, \partial x, \partial y$ dan ∂z dan mendekati nol, diperoleh

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \left\{ \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right\} \quad (6)$$

yang dapat ditulis dalam bentuk :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial J_i}{\partial X_i} \quad (7)$$

Persamaan (7) menyatakan bahwa rata-rata perubahan massa per unit volume aquifer sama dengan minus divergen flux massa. Hasil ini akan digunakan untuk mengembangkan model matematik transport kontaminasi. Persamaan keseimbangan massa air dapat diperoleh dari tekanan air ρ atau dari potensial hydraulic ϕ . Dari (3) dapat dilihat bahwa:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = S_P \frac{\partial P}{\partial t} \quad (8)$$

Karena flux massa $J = \rho q$, Persamaan (1), (7) dan (8) dapat dikombinasi dan menghasilkan

$$S_P \frac{\partial P}{\partial X_i} \left\{ \rho \frac{K_{ij}}{\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial X_j} - \rho q_i \right) \right\} \quad (9)$$

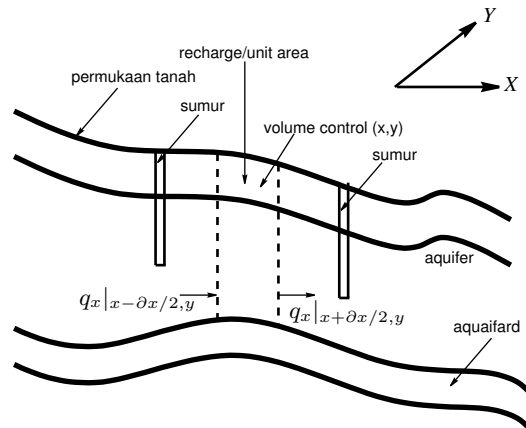
Dengan cara yang sama dapat diperoleh persamaan keseimbangan massa yang diekspresikan dengan potensial hydraulic, ϕ

$$S_P \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left(K_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right) \quad (10)$$

P dan ϕ adalah state variabel dari persamaan karena merupakan karakter distribusi baik untuk aliran (*flow*) dan komponen storage dari equifer. Dengan catatan bahwa koefisien-koefisien persamaan ditentukan secara apriori.

3 Pendekatan Hydraulic Pemodelan Aquiter

Pengembangan persamaan dua dimensi aliran air tambak pada titik $P(x,y)$ dapat dilakukan melalui dua jalur. Jalur pertama adalah dengan mengintegral persamaan 3-dimensi aliran air tanah (10) atau arah vertikal. Jalan kedua adalah melalui pendekatan volume control (Hipel W. Keith, 1994).



Gambar 3: Skema Cross Section aquifer

Dengan asumsi bahwa density konstan, maka net volumetive in flow (air yang masuk persatuan volume) ke volume control yang berpusat di P dari Gambar 3, diberikan oleh persamaan:

$$\partial v \partial x \partial y = \quad (11)$$

dimana V adalah volume air tanah yang disimpan per unit area aquifer; Q_x dan Q_r adalah komponen vertikal integrasi flux horizontal; q_v adalah flux yang melintasi dasar quifer; W adalah net recharge aquifer per unit area; P_K adalah abstraction rate dari sumur pada lokasi (X_K, Y_K) ; A_K adalah area cross sectional dari sumur; $I_K(x,y)$ adalah fungsi indikator (=1 bila (x,y) pada sumur (X_K, Y_K) , = 0 untuk lainnya).

Bila persamaan dibagi dengan $\delta t, \delta x$ dan δy kemudian diambil limitnya untuk $\delta t, \delta x$ dan δy mendekati nol diperoleh:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial Q_i}{\partial X_i} + q_v + W - \sum_{k=1}^{N_{\text{sumur}}} \frac{P_K}{A_K} I_K(x,y) \quad (12)$$

Flux kolumetric Q dapat diganti dengan ekuivalen Parcian

$$Q_i = -T_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad (13)$$

dimana T_{ij} adalah komponen ke- ij dari tensor transmissivity dan h adalah elevasi air diatas datum.

Bila hydraulic conductivity dianggap uniform atas kedalaman, maka T_{ij} dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$T_{ij} = K_{ij}(h - b) \quad (14)$$

dimana K_{ij} adalah komponen horizontal ke- ij dari tensor hydraulic conductivity dan $(h - b)$

adalah 'saturated thickness aquifer'. Rata-rata perubahan penyimpangan (storage) pada aquifer diberikan oleh

$$\frac{\partial V}{\partial t} = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (15)$$

dimana $S = S_\varepsilon(h - b) + S_V$ adalah koefisien penyimpanan; S_ε adalah storativity spesifik aquifer; S_V adalah spesifik field aquifer.

Dengan mengkombinasi persamaan (12), (13), (14) dan (15) diperoleh formula yang dikenal dengan persamaan "Boussinesq"

$$\frac{\partial}{\partial X_i} \left(K_{ij}(h - b) \frac{\partial h}{\partial X_j} \right) + q_V + W - \sum_{k=1}^{N_{\text{sumur}}} \frac{P_K}{A_K}(x_1, x_2) = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (16)$$

4 Pernyataan Matematika Masalah Aliran Air Tanah

Kondisi awal

Pada $t = 0$, distribusi awal atas domain aquifer adalah

$$h(x, y, 0) = H_0(x, y) \quad (17)$$

dimana $H_0(x, y)$ adalah initial head distribution.

Kondisi Batas Lateral

Boundary Condition paling sederhana yang dapat digunakan adalah: (i) fix head atau (ii) fixed flux.

Fixed head dinotasikan pada garis batas , B , dengan

$$h(x, y, t) = H_B(x, y), \quad \text{pada } B$$

dimana H_B adalah fixed head distribution pada boundary. Fixed flux didefinisikan sebagai normal garis boundary, dan dinotasikan sebagai

$$Q_n = Q_B(x, y), \quad \text{pada } B$$

dimana Q_n adalah flux normal pada boundary per unit lebar equifer.

Setelah persamaan keseimbangan umum, syarat batas, dan nilai awal didefinisikan, maka yang diperlukan selanjutnya adalah distribusi dari setiap parameter model (yaitu, koefisien storage, hydraulic conductivity dan batas-batas aquifer) pada domain aquifer pada periode waktu tertentu. Bila semua informasi telah lengkap, maka mathematica modelnya sudah terdefinisi dengan lengkap.

Daftar Pustaka

- [1] A. James, *An Introduction to Water Quality Modelling*, Department of Civil Engineering University of Newcastle upon Tyne, UK, 1993.
- [2] A. James, *Mathematical Models in Water Pollution Control*, University of Newcastle upon Tyne, UK, 1978.
- [3] Thomann, R.V., *Systems Analysis and Water Quality Management*, Mc Brain-Hill Book Company, 1974.
- [4] Hipel W. Keith, *Stochastic and Statistical Methods in Hydrology*, Kluwer Academic Publishers, 1994.