Barekeng Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan | Desember 2018 | Volume 12 Nomor 2 | Hal. 107 – 116
: https://doi.org/10.30598/vol12iss2pp107-116ar623 | p-ISSN: 1978-7227 | e-ISSN : 2615-3017

MATRIKS *SCORE* DAN APLIKASINYA DALAM PENGAMANAN PESAN RAHASIA

Berni P. Tomasouw[1*], Glevi E. Mado[2], E. R. Persulessy[3]

[1,2,3]Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Pattimura
Jln. Ir. M. Putuhena, Kampus Unpatti, Poka-Ambon, 97233, Indonesia

email: [1*]bptomasouw@gmail.com ; [2]madogleviejon@gmail.com ; [3]richardelvinus@yahoo.com

Corresponding Author *

Abstrak

Pertukaran informasi umum atau informasi rahasia antara dua orang melalui suatu media membuat pengirim informasi dan penerima informasi perlu waspada. Dalam hal ini, peran penyandian data sangat penting. Salah satu penyandian data yang sering digunakan dan dikenali banyak orang adalah kriptografi. Kriptografi merupakan teknik untuk menyandikan data melalui proses enkripsi dan proses dekripsi dengan mengunakan kunci tertentu sehingga menghasilkan data baru yang rahasia. Salah satu pengamanan dengan kriptografi adalah pengamanan pesan rahasia menggunakan matriks *score*. Matriks *score* didefinisikan sebagai matriks simetris G dengan unsur bilangan kompleks dan $im(G)$ adalah matriks diagonal.

Kata Kunci: *Bilangan kompleks, kriptografi, matriks, matriks score.*

SCORE MATRIX AND IT'S APPLICATION IN SECURING SECRET MESSAGE

Abstract

The exchange of general information or confidential information between two persons through a medium does not guarantee its safety. This makes the sender of information and the recipient of information needs to be vigilant. In this case, the role of data encoding is very important. One of the most commonly used and recognized data encryption is cryptography. Cryptography is a technique for encrypting data through the process of encryption and decryption process by using certain keys so as generate new data that is secret. One of the cryptography is the security of secret messages using the Score matrix. The score matrix is defined as a symmetric matrix G with elements of complex number and $im(G)$ is a diagonal matrix.

Keywords: *Complex number, Cryptography, Matrix, Score matrix.*

1. PENDAHULUAN

Dalam aljabar, matriks adalah sekumpulan unsur, angka atau variabel yang disusun dalam bentuk persegi atau persegi panjang. Selanjutnya dikenal beberapa jenis matriks diantaranya matriks baris dan matriks kolom. Suatu matriks baris dapat menjadi matriks kolom atau sebaliknya, apabila matriks tersebut ditransposkan. *Transpose* matriks didefinisikan sebagai sebuah matriks yang didapatkan dengan cara menukar unsur-unsur baris menjadi unsur-unsur kolom dan sebaliknya.

Dalam sistem bilangan kompleks sering dijumpai bilangan kompleks sekawan (konjugat kompleks). Dua bilangan kompleks disebut sekawan apabila nilai realnya sama dan tanda pada bagian imajinernya berbeda. Dengan mengunakan *transpose* matriks dan konjugat kompleks, matriks *hermite* didefinisikan sebagai suatu matriks kompleks dengan hasil *transpose* konjugatnya adalah dirinya sendiri. Untuk mengenali matriks *hermite* dapat dilihat dari diagonal utamanya yang merupakan bilangan real dan unsur lainnya adalah bilangan kompleks.

Dalam jaman modern seperti sekarang, sering terjadi pembajakan liar dan transaksi kriminal. Untuk mencegah kerahasiaan data dari seorang pembajak, harus ada pengamanan yang kuat dalam melindungi data tersebut. Salah satu pengamanan yang dapat digunakan adalah pengamanan pesan rahasia menggunakan matriks *hermite.*

Peneliti ingin membuat suatu pengamanan pesan rahasia dari matriks yang unsurnya merupakan kebalikan dari matriks *hermite*. Karena berkebalikan dengan matriks *hermite* maka untuk mengenali matriks tersebut dapat dilihat dari diagonal utamanya yang merupakan bilangan kompleks dan unsur lainnya adalah bilangan real, selanjutnya peneliti menyebut matriks tersebut dengan nama matriks *score*.

Definisi 1. [1] Bilangan kompleks dapat dituliskan sebagai $z = \{a + bi\ ; a, b \in \mathbb{R}\}$ dengan a adalah bagian real dinotasikan dengan $Re(z)$ dan b merupakan bagian imajiner dinotasikan dengan $Im(z)$.

Jika $Re(z) = 0$ dan $Im(z) \neq 0$ maka z dinamakan imajiner murni (*pure imaginary*). Jika $Re(z) = 0$ dan $Im(z) = 1$ maka $z = i$ dan dinamakan imajiner (*imaginary unit*). Jika $Im(z) = 0$ maka z menjadi bilangan real $Re(z)$.

Definisi 2. [1] Untuk sebarang bilangan kompleks $= a + bi$, konjugat kompleks dari z dinotasikan dengan $\bar{z}$ dan didefinisikan sebagai:

$$\bar{z} = a - bi$$

Defenisi 3. [1] Apabila suatu bilangan kompleks z dipandang sebagai suatu vektor, maka panjang vektor tersebut dinamakan modulus dari z dan dinotasikan dengan $|z|$. Jadi jika $z = a + bi$, maka:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Definisi 4. [2] Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut disebut entri dalam matriks.

Definisi 5. Matriks identitas adalah matriks persegi yang elemen-elemen di diagonal utamanya bernilai 1 dan elemen-elemen selain diagonal utama bernilai nol.

Definisi 6. Diberikan matriks A berukuran $n \times m$ maka transpose dari A ditulis A^t adalah matriks berukuran $m \times n$ yang setiap kolom dari matriks A menjadi baris pada matriks A^t.

Definisi 7. Diberikan matriks $A_{n\times n}$, matriks A dikatakan simetris jika dan hanya jika $A^t = A$.

Defenisi 8. [3] Matriks $D_{n\times n}$ disebut matriks diagonal jika semua unsur di luar diagonal utamanya adalah 0.

Definisi 9. Diberikan matriks persegi $B = [b_{ij}]$ dan matriks diagonal D maka hasil pergandaan $B \times D = [b_{ij} \times a_{jj}]$.

Definisi 10. Matriks kompleks adalah matriks yang entri-entrinya berisi bilangan kompleks.

Definisi 11. Untuk sebarang matriks kompleks $Z = [z_{jk}]$ dimana $z_{jk} = a_{jk} + b_{jk}i$, didefinisikan:

1. Real dari matriks Z:

$$Re(Z) = [Re(z_{jk})] = [a_{jk}]$$

2. Imajiner dari matriks Z:

$$Im(Z) = [im(z_{jk})] = [b_{jk}]$$

3. Modulus dari matriks Z:

$$|Z| = [|z_{jk}|] = \left[\sqrt{{a_{jk}}^2 + {b_{jk}}^2}\right]$$

4. Konjugat dari matriks Z:

$$\bar{Z} = [\overline{z_{jk}}]$$

Definisi 12. [4] Diambil $n \in \mathbb{N}$. Untuk $x, y \in \mathbb{Z}$, x dikatakan kongruen dengan y modulo n jika $n|(y - x)$ dan dituliskan $x = y \, mod \, n$. Selanjutnya y dinamakan sisa dari x ketika dibagi oleh n. Selanjutnya r dikatakan hasil dari x ketika dibagi oleh n jika $x = r \times n + y$ dan ditulis $x \; div \; n = r$.

Kriptografi (*cryptography*) berasal dari Bahasa Yunani "*cryptós*" artinya "*secret*" (rahasia), sedangkan "*gráphein*" artinya "*writing*" (tulisan). Jadi kriptografi berarti "*secretwriting*" (tulisan rahasia) [5].

Ada 4 tujuan kriptografi sebagai berikut:

1) Kerahasiaan (*confidentiality*), adalah layanan yang ditujukan untuk menjaga agar pesan tidak dapat dibaca oleh pihak-pihak yang tidak berhak.

2) Integritas data (*data integrity*), adalah layanan yang menjamin bahwa pesan masih asli/utuh atau belum pernah dimanipulasi selama pengiriman.

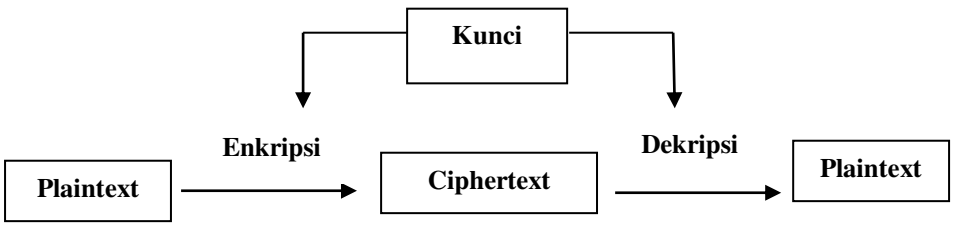
3) Otentikasi (*authentication*), adalah layanan yang berhubungan dengan identifikasi, baik mengidentifikasi kebenaran pihak-pihak yang berkomunikasi (*user authentication* atau *entity authentication*) maupun mengidentifikasi kebenaran sumber pesan (*data origin authentication*).

4) Nirpenyangkalan (*non-repudiation*), adalah layanan untuk mencegah entitas yang berkomunikasi melakukan penyangkalan, yaitu pengirim pesan menyangkal melakukan pengiriman atau penerima pesan menyangkal telah menerima pesan.

Algoritma Kriptografi

1) Algoritma Simetris

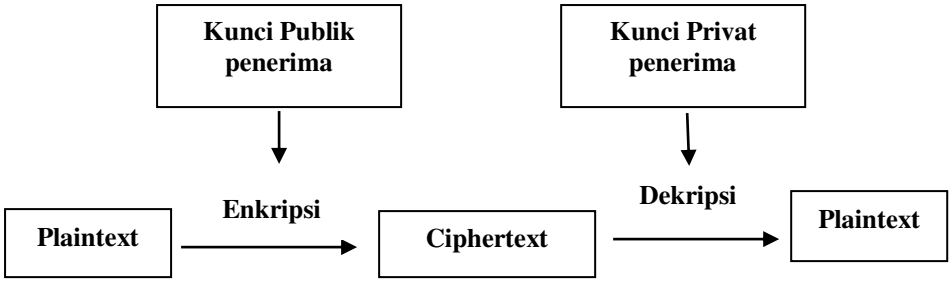
Algoritma simetris disebut juga algoritma kriptografi konvensional adalah algoritma yang menggunakan kunci untuk proses enkripsi sama dengan kunci untuk proses dekripsi.



Gambar 1. Skema Algoritma simetris

2) Algoritma Asimetris

Algoritma Asimetris disebut juga algoritma kunci publik, mengunakan dua jenis kunci, yaitu kunci publik (*public key)* dan kunci rahasia (*secret key)*. Kunci publik merupakan kunci yang digunakan untuk mengenkripsi pesan. Sedangkan kunci rahasia digunakan untuk mendekripsi pesan.



Gambar 2. Skema Algoritma Asimetris

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

2.1 Karakteristik Suatu Matriks *Score*

Definisi 13. Diberikan suatu matriks simetris G dengan unsur bilangan kompleks, matriks G disebut *score* jika $Im(G)$ adalah matriks diagonal.

Teorema matriks *Score*:

Suatu matriks kompleks bujur sangkar G dikatakan *Score* jika pernyataan-pernyataan berikut ekuivalen

i. $G^T = G$

ii. $Re(G) \times Im(G) = \begin{bmatrix} Re(z_{11}) \times Im(z_{11}) & \cdots & Re(z_{1n}) \times Im(z_{nn}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Re(z_{n1}) \times Im(z_{11}) & \cdots & Re(z_{nn}) \times Im(z_{nn}) \end{bmatrix}$

Dengan $z_{jk} = a_{jk} + b_{jk}i$ dan $Im(G)$ matriks diagonal.

2.2 Pengamanan Pesan Rahasia Mengunakan Matriks *Score*

Dalam pengamanan pesan rahasia mengunakan matriks *score* peneliti menggunakan 71 karakter yang terdiri dari a-z, A-Z, angka-angka dari 0 - 9 dan 9, karakter tambahan yang terdiri dari spasi **. , % ? : + - #.**

Secara rinci proses pengamanan pesan rahasia menggunakan matriks *score* terdiri dari 2 yaitu proses enkripsi dan proses dekripsi.

Proses Enkripsi

Langkah 1: Konversikan karakter-karakter teks dalam bilangan-bilangan pada mod 71.

a	b	c	d	e	f	g	H	I	j	k	l	m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

n	o	p	q	r	s	t	u	v	W	x	y	z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		.	,
53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65

%	?	:	+	-	#
66	67	68	69	70	0

Langkah 2. Pilih matriks *score* $\mathrm{A_{m\times m}}$, sebagai matriks penyandi.

Langkah 3. Transformasikan matriks *score* $A = [a_{ij}]$ ke dalam matriks real $B = |A + \bar{A}|$ dimana $\det(B) \neq 0$.

Langkah 4. Jika teks dari pesan mempunyai jumlah karakter yang tidak habis dibagi m maka tambahkan sejumlah e karakter terakhir ($e < m$) agar jumlah teks habis dibagi m, atau jika teks dari pesan mempunyai jumlah karakter m maka tambahkan sejumlah e karakter terakhir $(e = m \times (m-1))$. Selanjutnya jika jumlah karakter habis di bagi m maka jumlah karakter adalah n. Konversikan masing-masing huruf teks tersebut dengan nilai numeriknya.

Langkah 5. Kelompokkan semua karakter menjadi sebuah matriks P yang berukuran $\frac{n}{m} \times m$. Susunlah karakter-karakter tersebut secara berurutan dimulai dari kolom pertama.

Langkah 6. Bentuk perkalian $PB = K$ kemudian hitung $Y = K \; mod \; 71$ dan $Z = K \; div \; 71$. Selanjutnya hitung $Q = Z \; mod \; 71$ dan $R = Z \; div \; 71$.

Langkah 7. Susun elemen-elemen pada matriks Y, Q dan R secara selang seling atau $y_{11}q_{11}r_{11}y_{21}q_{21}r_{21}y_{31}q_{31}r_{31}$ … . Selanjutnya konversikan masing-masing nilai numerik menjadi karakternya yang setara selain r_{ij}.

Proses Dekripsi:

Langkah 1. Transformasikan matriks *Score* $A = [a_{ij}]$ ke dalam matriks real $B = |A + \bar{A}|$ dengan $\det(B) \neq 0$, selanjutnya hitung B^{-1}.

Langkah 2. **Berikan** nomor pada karakter pesan dari $1,2, \ldots, n$. Selanjutnya nomor karakter dimodulo dengan 3.

Langkah 3. Bentuk teks yang terdiri dari hasil satu secara berurutan. Konversikan masing-masing huruf teks tersebut dengan nilai numeriknya. Selanjutnya bentuk matriks Y yang berukuran $\frac{n}{3} \times m$. Susunlah karakter-karakter tersebut secara berurutan dimulai dari kolom pertama.

Langkah 4. Bentuk teks yang terdiri dari hasil dua secara berurutan. Konversikan masing-masing huruf teks tersebut dengan nilai numeriknya. Selanjutnya bentuk matriks Q yang berukuran$\frac{n}{3} \times m$. Susunlah karakter-karakter tersebut secara berurutan dimulai dari kolom pertama.

Langkah 5. Bentuk teks yang terdiri dari hasil nol secara berurutan. Selanjutnya bentuk matriks R yang berukuran $\frac{n}{3} \times m$. Susunlah karakter-karakter tersebut secara berurutan dimulai dari kolom pertama.

Langkah 6. Hitung $Z = R \times 71 + Q$ dan $K = 71 \times Z + Y$.

Langkah 7. Hitung KB^{-1}. Selanjutnya konversikan angka ke karakternya yang sesuai.

Selanjutnya, contoh berikut ini memperlihatkan bahwa proses pengamanan pesan menggunakan matriks *Score* dapat mengenkripsi dan mendekripsi pesan rahasia dengan baik.

Contoh kasus:

Saat terjadi perang dunia ke-2, setiap negara yang mengambil bagian dalam perang menyusun strategi perang mereka masing-masing agar dapat menang dalam pertempuran tersebut. Salah satunya Inggris. Negara tersebut memasang bom pada daerah perbatasan yang adalah daerah pertempuran Inggris dengan lawannya. Namun para prajurit tidak mengetahui besar daya ledak dari bom tersebut agar mereka dapat menghindar, sehingga panglima mereka mengirimkan pesan besar daya ledak dari bom tersebut yaitu : "7,5 KM dari pusat bom". Pesan ini tidak boleh diketahui oleh lawan perang mereka sehingga panglima membuat pesan rahasia dari pesan tersebut.

Penyelesaian:

Untuk membuat pesan yang dikirim tidak diketahui oleh musuh maka panglima melakukan proses enkripsi.

Proses Enkripsi

Langkah 1. Konversikan karakter-karakter teks dalam bilangan-bilangan pada mod 71.

7	,	5		K	M		d	a	R	i		p	u	s	a	t		b	o	m
59	65	57	63	39	37	63	4	1	18	9	63	16	21	19	1	20	63	2	15	13

Langkah 2. Pilih matriks *score* $A_{3\times3}$, sebagai matriks penyandi. $m = 3$

Pilih matriks *Score* $A = \begin{bmatrix} 1+i & 8 & 4 \\ 8 & 3+7i & 2 \\ 4 & 2 & 5+8i \end{bmatrix}$

Langkah 3. Transformasikan matriks *score* $A = [a_{ij}]$ ke dalam matriks real $B = |A + \bar{A}|$

Karena $A = \begin{bmatrix} 1+i & 8 & 4 \\ 8 & 3+7i & 2 \\ 4 & 2 & 5+8i \end{bmatrix}$ maka $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1-i & 8 & 4 \\ 8 & 3-7i & 2 \\ 4 & 2 & 5-8i \end{bmatrix}$

$$B = |A + \bar{A}| = \left| \begin{bmatrix} 1+i & 8 & 4 \\ 8 & 3+7i & 2 \\ 4 & 2 & 5+8i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1-i & 8 & 4 \\ 8 & 3-7i & 2 \\ 4 & 2 & 5-8i \end{bmatrix} \right|$$

$$B = \left| \begin{bmatrix} (1+1)+(i-i) & 8+8 & 4+4 \\ 8+8 & (3+3)+(7i-7i) & 2+2 \\ 4+4 & 2+2 & (5+5)+(8i-8i) \end{bmatrix} \right|$$

$$B = \left| \begin{bmatrix} 2 & 16 & 8 \\ 16 & 6 & 4 \\ 8 & 4 & 10 \end{bmatrix} \right| = \begin{bmatrix} \sqrt{2^2} & \sqrt{16^2} & \sqrt{8^2} \\ \sqrt{16^2} & \sqrt{6^2} & \sqrt{4^2} \\ \sqrt{8^2} & \sqrt{4^2} & \sqrt{10^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 16 & 8 \\ 16 & 6 & 4 \\ 8 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\det(B) = (2 \times 6 \times 10) + (16 \times 4 \times 8) + (8 \times 16 \times 4) - (8 \times 6 \times 8) - (2 \times 4 \times 4) - (16 \times 16 \times 10)$$

$$= 120 + 512 + 512 - 384 - 32 - 2560 = -1832 \neq 0$$

Langkah 4. Karena jumlah karakter adalah 21 dan m=3 dan 21 habis dibagi 3 maka n=21

7	,	5		K	M		d	a	r	i		p	u	s	a	t		b	O	m
59	65	57	63	37	39	63	4	1	18	9	63	16	21	19	1	20	63	2	15	13

Langkah 5. Bentuk matriks

$$P = \begin{bmatrix} 59 & 4 & 19 \\ 65 & 1 & 1 \\ 57 & 18 & 20 \\ 63 & 9 & 63 \\ 37 & 63 & 2 \\ 39 & 16 & 15 \\ 63 & 21 & 13 \end{bmatrix}$$

Langkah 6. Bentuk perkalian $PB = K$ kemudian hitung $Y = K\ mod\ 71$ dan $Z = K\ div\ 71$. Selanjutnya hitung $Q = Z\ mod\ 71$ dan $R = Z\ div\ 71$.

$$K = P \times = \begin{bmatrix} 59 & 4 & 19 \\ 65 & 1 & 1 \\ 57 & 18 & 20 \\ 63 & 9 & 63 \\ 37 & 63 & 2 \\ 39 & 16 & 15 \\ 63 & 21 & 13 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 16 & 8 \\ 16 & 6 & 4 \\ 8 & 4 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 334 & 1044 & 678 \\ 154 & 1050 & 534 \\ 562 & 1100 & 728 \\ 774 & 1314 & 1170 \\ 1098 & 978 & 568 \\ 454 & 780 & 526 \\ 566 & 1186 & 718 \end{bmatrix}$$

$$Y = K\ mod\ 71 = \begin{bmatrix} 334 & 1044 & 678 \\ 154 & 1050 & 534 \\ 562 & 1100 & 728 \\ 774 & 1314 & 1170 \\ 1098 & 978 & 568 \\ 454 & 780 & 526 \\ 566 & 1186 & 718 \end{bmatrix} mod\ 71 = \begin{bmatrix} 50 & 50 & 39 \\ 12 & 56 & 37 \\ 65 & 35 & 18 \\ 64 & 36 & 34 \\ 33 & 55 & 0 \\ 28 & 70 & 29 \\ 69 & 50 & 8 \end{bmatrix}$$

$$Z = K\ div\ 71 = \begin{bmatrix} 334 & 1044 & 678 \\ 154 & 1050 & 534 \\ 562 & 1100 & 728 \\ 774 & 1314 & 1170 \\ 1098 & 978 & 568 \\ 454 & 780 & 526 \\ 566 & 1186 & 718 \end{bmatrix} div\ 71 = \begin{bmatrix} 4 & 14 & 9 \\ 2 & 14 & 7 \\ 7 & 15 & 10 \\ 10 & 18 & 16 \\ 15 & 13 & 8 \\ 6 & 10 & 7 \\ 7 & 16 & 10 \end{bmatrix}$$

$$Q = Z\ mod\ 71 = \begin{bmatrix} 4 & 14 & 9 \\ 2 & 14 & 7 \\ 7 & 15 & 10 \\ 10 & 18 & 16 \\ 15 & 13 & 8 \\ 6 & 10 & 7 \\ 7 & 16 & 10 \end{bmatrix} mod\ 71 = \begin{bmatrix} 4 & 14 & 9 \\ 2 & 14 & 7 \\ 7 & 15 & 10 \\ 10 & 18 & 16 \\ 15 & 13 & 8 \\ 6 & 10 & 7 \\ 7 & 16 & 10 \end{bmatrix}$$

$$R = Z\ mod\ 71 = \begin{bmatrix} 4 & 14 & 9 \\ 2 & 14 & 7 \\ 7 & 15 & 10 \\ 10 & 18 & 16 \\ 15 & 13 & 8 \\ 6 & 10 & 7 \\ 7 & 16 & 10 \end{bmatrix} div\ 71 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Langkah 7. Susun elemen-elemen pada matriks Y, Q dan R dan konversikan masing-masing nilai numerik menjadi karakternya yang setara.

50	4	0	12	2	0	65	7	0	64	10	0	33	15	0	28	6	0	69	7	0
X	d	0	L	b	0	,	g	0	.	j	0	G	o	0	B	f	0	+	g	0

50	14	0	56	14	0	35	15	0	36	18	0	55	13	0	70	10	0	50	16	0
X	n	0	4	n	0	I	o	0	J	r	0	3	m	0	-	j	0	X	p	0

39	9	0	37	7	0	18	10	0	34	16	0	0	8	0	29	7	0	8	10	0
M	i	0	K	g	0	R	j	0	H	p	0	#	h	0	C	g	0	h	j	0

Jadi pesan yang dikirim panglima adalah

Xd0lb0,g0.j0Go0Bf0+g0Xn04n0Io0Jr03m0-j0Xp0Mi0Kg0rj0Hp0#h0Cg0hj0

Untuk mengetahui pesan tersebut maka para prajurit harus melakukan proses dekripsi.

Proses Dekripsi

Langkah 1. Transformasikan matriks *ScoreA* $= [a_{ij}]$ ke dalam matriks real $B = |A + \bar{A}|$ dan hitung B^{-1}.

Karena $A = \begin{bmatrix} 1+i & 8 & 4 \\ 8 & 3+7i & 2 \\ 4 & 2 & 5+8i \end{bmatrix}$ maka $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1-i & 8 & 4 \\ 8 & 3-7i & 2 \\ 4 & 2 & 5-8i \end{bmatrix}$

$$B = |A + \bar{A}| \left| \begin{bmatrix} 1+i & 8 & 4 \\ 8 & 3+7i & 2 \\ 4 & 2 & 5+8i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1-i & 8 & 4 \\ 8 & 3-7i & 2 \\ 4 & 2 & 5-8i \end{bmatrix} \right|$$

$$B = \left| \begin{bmatrix} (1+1)+(i-i) & 8+8 & 4+4 \\ 8+8 & (3+3)+(7i-7i) & 2+2 \\ 4+4 & 2+2 & (5+5)+(8i-8i) \end{bmatrix} \right|$$

$$B = \left| \begin{bmatrix} 2 & 16 & 8 \\ 16 & 6 & 4 \\ 8 & 4 & 10 \end{bmatrix} \right| = \begin{bmatrix} \sqrt{2^2} & \sqrt{16^2} & \sqrt{8^2} \\ \sqrt{16^2} & \sqrt{6^2} & \sqrt{4^2} \\ \sqrt{8^2} & \sqrt{4^2} & \sqrt{10^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 16 & 8 \\ 16 & 6 & 4 \\ 8 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\det(B) = (2 \times 6 \times 10) + (16 \times 4 \times 8) + (8 \times 16 \times 4) - (8 \times 6 \times 8) - (2 \times 4 \times 4) - (16 \times 16 \times 10)$$

$$= 120 + 512 + 512 - 384 - 32 - 2560 = -1832 \neq 0$$

$$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \times adj\,(B) = \frac{1}{-1832} \times \begin{bmatrix} 44 & -128 & 16 \\ -128 & -44 & 120 \\ 16 & 120 & -244 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-11}{458} & \frac{32}{458} & \frac{-4}{458} \\ \frac{32}{458} & \frac{11}{458} & \frac{-30}{458} \\ \frac{-4}{458} & \frac{-30}{458} & \frac{56}{458} \end{bmatrix}$$

Langkah 2.

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Karakter	X	d	0	l	b	0	,	g	0	.	j	0	G	o	0	B	f	0
Mod 3	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0

No	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Karakter	+	g	0	X	n	0	4	n	0	I	o	0	J	r	0	3	m	0
Mod 3	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0
No	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Karakter	-	j	0	X	p	0	M	i	0	K	g	0	r	j	0	H	p	0
Mod 3	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0

No	55	56	57	58	59	60	61	62	63
Karakter	#	h	0	C	g	0	h	j	0
Mod 3	1	2	0	1	2	0	1	2	0

Jadi $n = 63$.

Langkah 3. Bentuk matriks Y yang berukuran 7×3. Susunlah karakter-karakter tersebut secara berurutan dimulai dari kolom pertama.

Teks dengan hasil satu "Xl,.GB+X4IJ3-XMKrH#Ch".

X	l	,	.	G	B	+	X	4	I	J	3	-	X	M	K	r	H	#	C	h
50	12	65	64	33	28	69	50	56	35	36	55	70	50	39	37	18	34	0	29	8

$$Y = \begin{bmatrix} 50 & 50 & 39 \\ 12 & 56 & 37 \\ 65 & 35 & 18 \\ 64 & 36 & 34 \\ 33 & 55 & 0 \\ 28 & 70 & 29 \\ 69 & 50 & 8 \end{bmatrix}$$

Langkah 4. Bentuk matriks Q yang berukuran 7×3. Susunlah karakter-karakter tersebut secara berurutan dimulai dari kolom pertama.

Teks dengan hasil dua "dbgjofgnnormjpigjphgj".

d	b	g	j	o	f	g	n	n	o	r	m	j	p	i	g	j	p	h	g	j
4	2	7	10	15	6	7	14	14	15	18	13	10	16	9	7	10	16	8	7	10

$$Q = \begin{bmatrix} 4 & 14 & 9 \\ 2 & 14 & 7 \\ 7 & 15 & 10 \\ 10 & 18 & 16 \\ 15 & 13 & 8 \\ 6 & 10 & 7 \\ 7 & 16 & 10 \end{bmatrix}$$

Langkah 5. Bentuk matriks R yang berukuran 7×3. Susunlah karakter-karakter tersebut secara berurutan dimulai dari kolom pertama. Teks dengan hasil nol "00000000000000000000".

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Langkah 6. Hitung $Z = R \times 71 + Q$ dan $K = 71 \times Z + Y$.

$$Z = R \times 71 + Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times 71 + \begin{bmatrix} 4 & 14 & 9 \\ 2 & 14 & 7 \\ 7 & 15 & 10 \\ 10 & 18 & 16 \\ 15 & 13 & 8 \\ 6 & 10 & 7 \\ 7 & 16 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 14 & 9 \\ 2 & 14 & 7 \\ 7 & 15 & 10 \\ 10 & 18 & 16 \\ 15 & 13 & 8 \\ 6 & 10 & 7 \\ 7 & 16 & 10 \end{bmatrix}$$

$$K = 71 \times \mathrm{Z} + \mathrm{Y} = 71 \times \begin{bmatrix} 4 & 14 & 9 \\ 2 & 14 & 7 \\ 7 & 15 & 10 \\ 10 & 18 & 16 \\ 15 & 13 & 8 \\ 6 & 10 & 7 \\ 7 & 16 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 50 & 50 & 39 \\ 12 & 56 & 37 \\ 65 & 35 & 18 \\ 64 & 36 & 34 \\ 33 & 55 & 0 \\ 28 & 70 & 29 \\ 69 & 50 & 8 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 284 & 994 & 639 \\ 142 & 994 & 497 \\ 497 & 1065 & 710 \\ 710 & 1278 & 1136 \\ 1065 & 923 & 568 \\ 426 & 710 & 497 \\ 497 & 1136 & 710 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 50 & 50 & 39 \\ 12 & 56 & 37 \\ 65 & 35 & 18 \\ 64 & 36 & 34 \\ 33 & 55 & 0 \\ 28 & 70 & 29 \\ 69 & 50 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 334 & 1044 & 678 \\ 154 & 1050 & 534 \\ 562 & 1100 & 728 \\ 774 & 1314 & 1170 \\ 1098 & 978 & 568 \\ 454 & 780 & 526 \\ 566 & 1186 & 718 \end{bmatrix}$$

Langkah 7. Hitung KB^{-1}. Selanjutnya konversikan angka ke karakternya yang sesuai.

$$KB^{-1} = \begin{bmatrix} 334 & 1044 & 678 \\ 154 & 1050 & 534 \\ 562 & 1100 & 728 \\ 774 & 1314 & 1170 \\ 1098 & 978 & 568 \\ 454 & 780 & 526 \\ 566 & 1186 & 718 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{-11}{458} & \frac{32}{458} & \frac{-4}{458} \\ \frac{32}{458} & \frac{11}{458} & \frac{-30}{458} \\ \frac{-4}{458} & \frac{-30}{458} & \frac{56}{458} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 59 & 4 & 19 \\ 65 & 1 & 1 \\ 57 & 18 & 20 \\ 63 & 9 & 63 \\ 37 & 63 & 2 \\ 39 & 16 & 15 \\ 63 & 21 & 13 \end{bmatrix}$$

7	,	5		K	M		d	a	r	i		p	u	s	a	t		b	o	m
59	65	57	63	37	39	63	4	1	18	9	63	16	21	19	1	20	63	2	15	13

Jadi pesan yang di terima oleh para prajurit adalah “7,5 KM dari pusat bom”.

3. KESIMPULAN

Karakteristik suatu matriks *score* adalah suatu matriks kompleks dengan hasil transposnya adalah dirinya sendiri, dan jika bagian real dari matriks tersebut digandakan dengan bagian imajinernya maka menghasilkan matriks real yang berbentuk $\left[Re(z_{ij}) \times Im(z_{jj})\right]$ dengan syarat bagian imajinernya adalah matriks diagonal. Dalam penelitian ini, telah dibuat langkah-langkah pengamanan pesan menggunakan matriks *Score*. Dari contoh yang diberikan juga terlihat bahwa proses pengamanan pesan menggunakan matriks *Score* dapat mengenkripsi dan mendekripsi pesan rahasia dengan baik.

DAFTAR PUSTAKA

[1] A. Lubab, Fungsi Kompleks, Surabaya: IAIN Press, 2015.

[2] A. Howard, Aljabar Linier, Jakarta: Erlangga, 1992.

[3] D. W. Gere, Aljabar Matriks Untuk Para Insinyur, Jakarta: Erlangga, 1987.

[4] D. B. Nugroho, Diktat Kuliah Teori Bilangan, Salatiga, 2009.

[5] R. Munir, Kriptografi, Bandung: Informatika, 2006.