

DESKRIPSI KEMAMPUAN PEMAHAMAN KONSEP EKSPONEN BERBASIS TEORI APOS PADA SISWA SMA THERESIANA SALATIGA

Dewi Yuliana¹

Novisita Ratu²

¹ Universitas Kristen Satya Wacana Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711, email:
202014051@student.uksw.edu

² Universitas Kristen Satya Wacana Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711, email:
novisita.ratu@staff.uksw.edu

Abstrak: Pemahaman konsep matematika adalah kemampuan menangkap makna atau arti suatu ide atau pengertian-pengertian pokok dalam matematika. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan pemahaman konsep eksponen berbasis teori APOS pada siswa SMA Theresiana Salatiga. Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif dengan subjek 3 siswa yang diambil dari siswa SMA Theresiana Salatiga dengan kategori berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek berkemampuan tinggi memiliki pemahaman pada tahap aksi, proses, objek, dan skema. Subjek berkemampuan sedang memiliki pemahaman pada tahap aksi, objek, dan skema. Dan subjek berkemampuan rendah memiliki pemahaman pada tahap aksi. Ketiga subjek pada topik eksponen sama-sama memiliki pemahaman pada tahap aksi.

Kata kunci: *Pemahaman Konsep, Eksponen, APOS*

PENDAHULUAN

Belajar matematika dengan pemahaman konsep memerlukan daya nalar yang tinggi dikarenakan objek matematika yang bersifat abstrak, sehingga belajar matematika harus diarahkan pada pemahaman konsep-konsep yang akan mengantarkan individu untuk berfikir secara matematis dengan jelas dan pasti berdasarkan aturan-aturan yang logis dan sistematis (Hudojo, 1993). Pencapaian pemahaman suatu konsep matematika bukan suatu hal yang mudah, dikarenakan kemampuan dalam memahami suatu konsep matematika setiap individu berbeda-beda. Memahami konsep

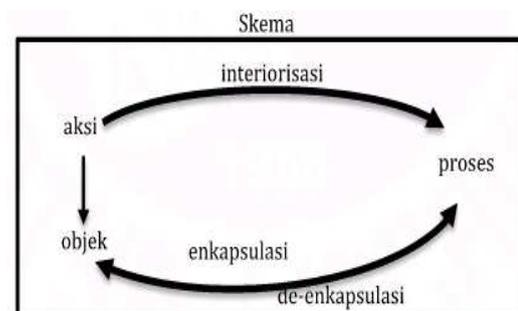
matematika diperlukan kemampuan generalisasi serta abstraksi yang cukup tinggi (Rohana 2011: 111), sedangkan saat ini penguasaan siswa terhadap materi konsep-konsep matematika masih lemah bahkan dipahami dengan keliru.

Keberhasilan siswa dalam memaknai dan memahami suatu konsep matematika perlu diupayakan. Bilangan berpangkat sebelumnya telah dipelajari siswa di tingkat SD sehingga dapat membantu siswa SMP untuk mencapai pemahaman konsep bilangan berpangkat. Bilangan berpangkat tidak hanya dipelajari di tingkat SD dan SMP tetapi ditingkat SMA bahkan di

perguruan tinggi. Kurangnya pemahaman konsep bilangan berpangkat tentunya akan mempengaruhi bagaimana siswa menerapkan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari. Kenyataannya bilangan berpangkat masih sulit dipahami oleh siswa karena masih belum memahami konsep. Pemahaman terhadap suatu konsep dapat berkembang dengan baik jika konsep yang paling umum disajikan terlebih dahulu dan dapat sebagai jembatan antar informasi baru dengan informasi yang telah ada pada kognitif siswa. Menurut Ausabel (Andriyani, 2008) informasi yang dipelajari siswa disusun sesuai dengan kognitif yang dimiliki siswa sehingga siswa dapat mengaitkan informasi barunya dengan struktur kognitif yang dimilikinya. Oleh karena itu, untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa terhadap konsep matematika dibutuhkan suatu pemecahan permasalahan yaitu melalui suatu analisis dekomposisi genetik sebagai operasional dari teori APOS (Aksi, Proses, Objek, dan skema).

Teori APOS adalah teori yang diperkenalkan oleh Dubinsky. Teori APOS hadir sebagai upaya untuk memahami mekanisme abstraksi refleksif yang diperkenalkan Piaget untuk menggambarkan perkembangan berpikir logis anak, dan memperluas ide

ini untuk konsep-konsep matematika lanjut. Menurut Dubinsky (dalam Tabaghi, 2007) suatu konsep matematika yang dipelajari mengambil tempat dalam pikiran siswa melalui suatu proses mengkonstruksi mental aksi, proses, objek dan mengorganisasikan dalam skema untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Aksi, proses, objek, dan skema merupakan konstruksi atau struktur mental yang dibangun siswa, kemudian struktur mental tersebut disingkat menjadi kata APOS. Ilustrasi tentang bagaimana suatu konsep matematika dikonstruksi oleh individu dapat dilihat pada berikut.



Gambar 1. Struktur Mental dan Mekanisme Konstruksi Pengetahuan Matematika

Berdasarkan ilustrasi tersebut, Asiala, dkk (2004) menjelaskan bahwa memahami suatu konsep matematika diawali dengan memanipulasi objek mental (atau fisik) yang sebelumnya telah terkonstruksi. Manipulasi ini membentuk aksi. Aksi tersebut

kemudian diinteriorisasi untuk membentuk proses. Proses terbentuk karena adanya pengulangan aksi dan refleksi terhadap aksi yang dilakukan. Proses kemudian dienkapsulasi menjadi objek. Objek berarti suatu konsep telah terbentuk dalam pikiran individu. Objek itu sendiri mengalami enkapsulasi kembali menjadi proses. Kemudian pada akhirnya aksi, proses, dan objek bersama dengan skema yang lain diorganisasi dalam skema yang utuh tentang suatu konsep dan dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika. Setiap konstruksi mental yang dibentuk siswa tersebut mewakili level tentang konsep yang dipelajari. Ketika siswa telah dapat membentuk konstruksi mental skema, maka level pemahaman siswa tersebut ada pada level skema.

Aksi merupakan suatu transformasi objek-objek mental untuk memperoleh objek mental lainnya. Seseorang yang mengalami suatu aksi, apabila orang tersebut memfokuskan proses mentalnya pada upaya untuk memahami suatu konsep yang diberikan (Suryadi, 2011). Kegiatan siswa pada tahap ini merupakan aktivitas prosedural. Cara mereka tersebut adalah dari bentuk pangkat 2^n siswa akan mengalikan 2 sebanyak n kali. Jika siswa menggunakan metode mereka maka

siswa tersebut sedang mengikuti instruksi eksternal. Misalkan, ketika siswa diminta menentukan nilai $2^2 \times 2^3$, yang dilakukan adalah mencoba mencari nilai 2^2 , kemudian 2^3 dan siswa dapat menentukan $2^2 = 2 \times 2$ dan $2^3 = 2 \times 2 \times 2$.

Aksi yang diulang-ulang kemudian siswa melakukan refleksi terhadapnya, maka aksi menjadi proses. Suryadi (2011) menyatakan proses terjadi secara internal di bawah kontrol individu yang melakukannya. Seseorang dikatakan mengalami suatu proses tentang suatu konsep, apabila berfikirnya terbatas pada ide matematika yang dihadapinya serta ditandai muncul kemampuan untuk melakukan refleksi terhadap ide matematika tersebut. Misalkan: Berapakah hasil dari $2^2 \times 2^3 = \dots$?

Siswa tidak melakukan aksi dalam menginteriorisasikan pencarian hasil perkalian bilangan berpangkat, siswa akan melakukan aksi tersebut dalam imajinasi serta dapat menjelaskan proses mencari perkalian bilangan berpangkat tersebut, meskipun siswa masih menggunakan definisi suatu bilangan berpangkat secara umum, sehingga dapat dinyatakan bahwa $2^2 \times 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$.

Ketika individu melakukan refleksi terhadap operasi-operasi yang telah diterapkan pada proses tertentu, individu

mungkin menjadi sadar akan keseluruhan proses yang ia lakukan. Keseluruhan proses tersebut menjadi suatu kesatuan objek dalam diri individu tersebut. Suryadi (2011) menyatakan bahwa seseorang dikatakan telah memiliki konsepsi objek dari suatu konsep matematika apabila seseorang telah mampu memperlakukan ide atau konsep tersebut sebagai sebuah objek kognitif yang mencakup kemampuan untuk melakukan aksi atas objek tersebut, serta memberikan alasan dan penjelasan tentang sifat-sifatnya. Misalkan: Berapakah hasil dari $2^2 \times 2^3 = \dots$? Siswa yang telah mampu memahami konsep bilangan berpangkat sebagai objek, siswa akan dapat menjelaskan bahwa perkalian bilangan berpangkat dengan hanya menjumlahkan pangkatnya saja, dikarenakan bilangan pokoknya sama, maka dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang didapat dari definisi perkalian bilangan berpangkat yang bilangan pokoknya sama yaitu $a^m \times a^n = a^{m+n} \leftrightarrow 2^2 \times 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$.

Sekali dikonstruksi, proses-proses dan objek-objek dapat dikaitkan dengan berbagai cara. Proses dan objek dihubungkan dengan fakta bahwa proses bertindak pada objek. Kumpulan proses-proses dan objek-objek ini dapat

diorganisasi secara terstruktur dalam pikiran siswa. Individu pada level ini telah membentuk skema yang koheren tentang suatu konsep matematika. Suryadi (2011) menyatakan bahwa suatu skema dari suatu materi matematika adalah suatu koleksi aksi, proses, objek, skema lainnya yang saling terhubung sehingga membentuk suatu kerangka kerja saling terkait di dalam pikiran atau otak seseorang. Misalkan: Berapakah hasil dari $2^2 \times 2^3 = \dots$? Siswa yang telah mampu mentematisasikan bilangan berpangkat serta dapat menjelaskan bahwa penentu perkalian bilangan berpangkat yang bilangan pokoknya sama tersebut merupakan proses mencari perkalian bilangan berpangkat. Perkalian bilangan berpangkat yang bilangan pokoknya sama merupakan salah satu sifat-sifat pengoperasian bilangan berpangkat, dan siswa mampu mengaitkan pemahaman konsep bilangan berpangkat dengan konsep matematika lainnya yaitu bentuk akar.

Keempat komponen teori APOS yaitu aksi, proses, objek, dan skema telah dibahas pengertiannya secara berurutan karena setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen yang lainnya, namun kenyataannya ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terhadap suatu konsep matematika,

kontruksi-kontruksi tersebut tidaklah selamanya dilakukan linear (Nurdin, 2005). Misalnya, ketika seseorang dihadapkan pada suatu bilangan berpangkat dan sifat-sifat pengoperasian bilangan berpangkat, maka kemungkinan seseorang tersebut tidak mulai dari tahap aksi tapi mulai tahap objek kemudian baru tahap lainnya.

Kerangka teori APOS sangat berguna dalam menganalisis kemampuan pemahaman siswa bagaimana siswa mempelajari konsep-konsep matematika. Menggunakan teori APOS untuk mengetahui tahap pemahaman siswa tentang konsep materi bilangan berpangkat akan sangat menolong guru dalam mengembangkan pembelajaran yang lebih efektif sehingga masalah pemahaman konsep siswa terhadap materi bilangan berpangkat dapat diatasi. Berdasarkan uraian diatas, maka penting untuk dilakukan penelitian tentang deskripsi kemampuan pemahaman konsep eksponen berbasis teori APOS pada siswa SMA Theresiana Salatiga.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini menggunakan penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif. Subjek dalam penelitian ini yaitu 3 siswa kelas XI yang terdiri dari siswa berkemampuan tinggi, siswa

berkemampuan sedang, dan siswa berkemampuan rendah. Teknik pengambilan subjek menggunakan teknik *purposive sampling*, dimana subjek dipilih berdasarkan kriteria tertentu. Ketiga subjek dipilih dari kelas XI SMA Theresiana Salatiga, dengan kategori kemampuan matematika. Metode untuk pengambilan data dalam penelitian ini adalah metode dokumentasi, metode tes, dan metode wawancara. Dalam metode tes, tes yang digunakan berupa tes pemahaman konsep eksponen yang terdiri dari 4 soal. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri dan pedoman wawancara. Analisis data dalam penelitian ini meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan, sedangkan pengujian keabsahan data dalam penelitian ini menggunakan teknik triangulasi teknik dan waktu.

HASIL DAN PEMBAHASAN PENELITIAN

Penelitian ini digunakan untuk mendeskripsikan tentang analisis pemahaman ketiga siswa kelas XI SMA Theresiana Salatiga berdasarkan teori APOS pada materi bilangan berpangkat. Hasil yang diperoleh melalui tes dan wawancara kepada ketiga subjek tersebut berdasarkan pemahaman

konsep pada teori APOS materi bilangan berpangkat.

Pemahaman Tahap Aksi

Pemahaman berdasarkan teori APOS, pada tahap aksi adalah suatu transformasi objek-objek mental untuk memperoleh objek mental lainnya. Seseorang yang mengalami suatu aksi, apabila orang tersebut memfokuskan proses mentalnya upaya untuk memahami suatu konsep yang diberikan (Suryadi, 2011). Siswa dikatakan dapat mencapai tahap aksi jika siswa dapat membedakan suatu bilangan berpangkat dan dapat menyatakan bilangan berpangkat positif dengan bilangan lainnya (bilangan berpangkat negatif, bilangan berpangkat nol, serta bilangan berpangkat pecahan) dengan memperhatikan bentuk dari beberapa pemangkatan dari suatu bilangan berpangkat.

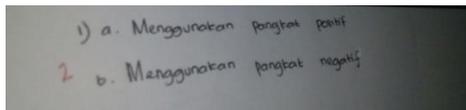
Soal nomor 1 digunakan untuk mengetahui apakah tahap pemahaman subjek berada pada tahap aksi. Diketahui bahwa soal nomor 1 membutuhkan pemahaman konsep dasar, yang digunakan untuk mengetahui apakah subjek berada pada pemahaman tahap aksi. Subjek dapat membedakan suatu bilangan berpangkat positif dengan bilangan berpangkat lainnya. Selain itu, subjek juga dapat menyatakan perbedaan antara bilangan positif

dengan bilangan berpangkat lainnya. Soal nomor 1a dan 1b hanya dapat diselesaikan dengan pemahaman tahap aksi.

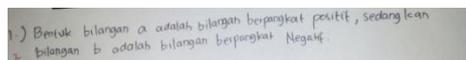
Penyelesaian soal nomor 1a diketahui bahwa $4^5, 4^6, 4^7, 4^8, \dots$ merupakan bilangan berpangkat yang pangkatnya positif sedangkan soal nomor 1b diketahui bahwa $4^{-2}, 4^{-3}, 4^{-4}, 4^{-5}, \dots$ merupakan bilangan berpangkat yang pangkatnya negatif. Dilihat dari penyelesaiannya, subjek mampu memahami apa yang sudah diketahui dalam soal nomor 1a dan 1b dengan memperhatikan kumpulan bilangan berpangkat yang bilangan pokoknya sama namun bilangan pangkatnya berbeda. Oleh karena itu, subjek dengan mudah mengetahui adanya perbedaan pangkat pada soal 1a dan 1b.

Berdasarkan pemahaman teori APOS pada tahap aksi, penyelesaian dengan pemahaman diketahuinya, ketiga subjek dapat melakukan penyelesaian pada soal nomor 1a dan 1b dengan langkah hanya melihat perbedaan pangkatnya saja dan menyatakan perbedaan pangkat suatu bilangan berpangkat dengan pangkat suatu bilangan berpangkat lainnya. Hasil yang diperoleh dari ketiga subjek menunjukkan bahwa subjek berkemampuan tinggi, subjek

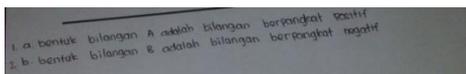
berkemampuan sedang, dan subjek berkemampuan rendah mampu memahami dan melakukan penyelesaian dalam menyelesaikan soal nomor 1. Berikut gambar hasil dari pekerjaan ketiga subjek.



Gambar 2. Jawaban Subjek Berkemampuan Tinggi



Gambar 3. Jawaban Subjek Berkemampuan Sedang



Gambar 4. Jawaban Subjek Berkemampuan rendah

Pemahaman konsep pada tahap aksi ini sudah dipelajari pada subjek berkemampuan tinggi, subjek berkemampuan sedang, dan subjek berkemampuan rendah sejak SD, SMP, dan SMA sehingga secara langsung dapat menyelesaikan soal nomor 1a dan 1b tanpa ada kesalahan. Ketiga subjek juga dapat menjelaskan perbedaan serta dapat menyatakan perbedaan pangkat bilangan berpangkat dengan pangkat bilangan berpangkat lainnya. Pemahaman menurut teori APOS pada tahap aksi, kesimpulan ketiga subjek telah mengalami suatu aksi.

Pemahaman Tahap Proses

Pemahaman berdasarkan teori APOS berdasarkan tahap proses. Proses terjadi secara internal di bawah kontrol individu yang melakukannya. Seseorang dikatakan mengalami suatu proses tentang sebuah konsep, apabila berpikirnya terbatas pada ide matematika yang dihadapinya serta ditandai dengan munculnya kemampuan untuk melakukan refleksi terhadap ide matematika tersebut (Suryadi, 2011).

Soal nomor 2 terdiri dari 4 tipe soal yaitu 2a, 2b, 2c, dan 2d digunakan untuk mengetahui apakah subjek berada pada pemahaman tahap proses. Diketahui bahwa soal nomor 2a, 2b, 2c, dan 2d membutuhkan pemahaman dari ketiga subjek dalam menginteriosasikan kemampuan menjadi suatu proses dalam menentukan nilai pemangkatan dari suatu bilangan berpangkat.

Soal nomor 2a diketahui $4^4 = \dots$, nomor 2b diketahui $3^{-3} = \dots$, nomor 2c diketahui $5^0 = \dots$, dan nomor 2d diketahui $4^{\frac{3}{2}} = \dots$. Langkah penyelesaiannya, subjek terlebih dahulu memahami definisi dari bilangan berpangkat tersebut kemudian subjek mengetahui adanya perbedaan pangkat dari suatu bilangan berpangkat yang telah diketahui pada soal nomor 2a, 2b, 2c, dan 2d agar subjek dapat

menentukan nilai pemangkatan. Subjek mengetahui bahwa definisi dari bilangan pangkat adalah perkalian suatu bilangan dengan dirinya sendiri sebanyak n faktor, n sebagai pangkat. Penyelesaian soal nomor 2a diketahui 4^4 merupakan bilangan berpangkat positif dan dapat langsung diselesaikan dengan definisi perkalian 4 dengan dirinya sendiri sebanyak 4 faktor sehingga diperoleh $4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$. Soal nomor 2b diketahui 3^{-3} merupakan bilangan berpangkat negatif penyelesaiannya dengan mengubah pangkat negatif menjadi pecahan sehingga diperoleh $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$.

Soal nomor 2c diketahui 5^0 merupakan bilangan berpangkat nol dan dapat langsung diselesaikan diperoleh $5^0 = 1$. Dan soal nomor 2d diketahui $4^{\frac{3}{2}}$ merupakan bilangan berpangkat pecahan. Ada cara-cara tersendiri untuk menyelesaikan soal bilangan berpangkat pecahan yaitu mengubahnya dalam operasi akar atau mengubah bilangan pokok menjadi bilangan berpangkat sama dengan penyebut pada pangkat pecahan. Pada penyelesaian soal 2d subjek menggunakan cara mengubah bilangan pokok menjadi bilangan yang berpangkat sama dengan penyebut. $4^{\frac{3}{2}}$ bilangan pokoknya 4 diubah menjadi 2^2 bilangan yang berpangkat sama dengan

penyebutnya 2 dari pangkat pecahan $\frac{3}{2}$ yaitu $2^{2 \times \frac{3}{2}}$ kemudian subjek mengalikan pangkatnya saja $2 \times \frac{3}{2} = 3$ maka hasilnya 2^3 dengan definisi perkalian 2 dengan dirinya sendiri sebanyak 3 faktor sehingga diperoleh $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Pemahaman dengan menggunakan teori APOS pada tahap proses ini subjek berkemampuan tinggi dapat menyelesaikan soal nomor 2a, 2b, 2c, dan 2d. Subjek berkemampuan sedang dapat menyelesaikan soal nomor 2a, 2c, dan 2d. Sedangkan subjek berkemampuan rendah dapat menyelesaikan soal nomor 2a dan 2d. Ketiga subjek dapat menuliskan cara menentukan nilai pemangkatan tertentu dari suatu bilangan berpangkat positif, berpangkat negatif, berpangkat nol, dan berpangkat pecahan.

Ketiga subjek tersebut dapat memahami soal dan menjelaskan cara menentukan nilai pemangkatan tertentu dengan memahami terlebih dahulu definisi dari bilangan berpangkat tersebut. Subjek berkemampuan tinggi, subjek berkemampuan sedang, dan subjek berkemampuan rendah menjelaskan bagaimana cara menentukan nilai pemangkatan tertentu hingga menuliskan cara menghitung nilai dari bilangan berpangkat tersebut. Tetapi subjek berkemampuan sedang

dan subjek berkemampuan rendah belum bisa menyelesaikan soal bilangan berpangkat negatif dan bilangan berpangkat nol. Hal ini dapat dilihat pada gambar berikut.

Handwritten solutions for high ability subject:

$$\begin{aligned} 2) a. 4^4 &= 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256 \\ b. 3^{-3} &= \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \\ c. 5^0 &= 1 \\ d. 4^{\frac{3}{2}} &= (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8 \end{aligned}$$

Gambar 5. Jawaban Subjek Berkemampuan Tinggi

Handwritten solutions for medium ability subject:

$$\begin{aligned} 2) a) 4^4 &= 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256. \\ b) 3^{-3} &= -3 \times -3 \times -3 = 27. \\ c) 5^0 &= 1 \\ d) 4^{\frac{3}{2}} &= (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8. \end{aligned}$$

Gambar 6. Jawaban Subjek Berkemampuan Sedang

Handwritten solutions for low ability subject:

$$\begin{aligned} 2. a. 4^4 &= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \\ &= 256 \\ b. 3^{-3} &= -3 \times -3 \times -3 \\ &= -27 \\ c. 5^0 &= 0 \\ d. 4^{\frac{3}{2}} &= (2^2)^{\frac{3}{2}} \\ &= 2^3 = 8 \end{aligned}$$

Gambar 7. Jawaban Subjek Berkemampuan Rendah

Berdasarkan teori APOS dalam pemahaman tahap proses diperoleh kesimpulan bahwa subjek berkemampuan tinggi pada soal nomor 2a, 2b, 2c, dan 2d setelah dianalisis pemahamannya, subjek dapat memahami pada tahap proses dalam

menentukan nilai pemangkatan tertentu dari suatu bilangan berpangkat. Subjek berkemampuan tinggi mampu melakukan aksi yang secara berulang-ulang sehingga subjek mengalami proses tentang sebuah konsep pada tahap aksi seta ditandai munculnya kemampuan melakukan refleksi terhadap ide matematika tersebut. Subjek berkemampuan tinggi sudah mampu memenuhi indikator pada pemahaman berdasarkan teori APOS pada tahap proses. Sedangkan subjek berkemampuan sedang dan subjek berkemampuan rendah belum bisa memahami pada tahap proses dalam menentukan cara menghitung nilai pemangkatan tertentu dari suatu bilangan berpangkat. Subjek berkemampuan sedang dan subjek berkemampuan rendah belum mampu memenuhi indikator pada pemahaman berdasarkan teori APOS pada tahap proses.

Pemahaman Tahap Objek

Pemahaman berdasarkan teori APOS berdasarkan tahap objek. Seseorang dikatakan telah memiliki konsepsi objek dari suatu matematika apabila seseorang telah mampu memperlakukan ide atau konsep tersebut sebagai suatu objek kognitif yang mencakup kemampuan untuk

melakukan aksi atas objek tersebut, serta memberikan alasan atau penjelasan atas penjelasan tentang sifat-sifatnya. Selain itu, individu itu telah mampu melakukan penguraian kembali satu objek yang dimaksud dan digunakan (Suryadi, 2011).

Soal nomor 3 terdiri dari 5 tipe soal yaitu 3a, 3b, 3c, 3d, dan 3e. Penyelesaian soal 3a, 3b, 3c, 3d, dan 3e membutuhkan kemampuan melakukan pemahaman tahap aksi atas tahap objek. Tahap objek ini, subjek harus memahami terlebih dahulu sifat-sifat pengoperasian bilangan berpangkat sehingga subjek dapat memberikan alasan dan penjelasan tentang sifat-sifat bilangan berpangkat seperti sifat perkalian bilangan berpangkat yang bilangan pokoknya sama, sifat pembagian bilangan berpangkat yang bilangan pokoknya sama, sifat pemangkatan bilangan berpangkat, sifat pemangkatan dari perkalian dua bilangan, dan sifat pemangkatan pecahan.

Penyelesaian soal nomor 3a diketahui $4^3 \times 4^2 = \dots$. Langkah penyelesaiannya, subjek terlebih dahulu memahami soal. Subjek melihat adanya kesamaan dari soal tersebut yaitu bilangan pokoknya sama. Kemudian subjek menggunakan sifat operasi perkalian bilangan berpangkat yaitu

dengan menggunakan sifat $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. Karena bilangan pokoknya sama, subjek menjumlahkan pangkatnya maka diperoleh $4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5 = 1024$. Soal nomor 3b diketahui $5^8 \div 5^5 = \dots$. Langkah penyelesaiannya, subjek melihat adanya kesamaan dari soal tersebut yaitu bilangan pokoknya sama. Kemudian subjek menggunakan sifat operasi pembagian bilangan berpangkat yaitu dengan menggunakan sifat $a^m \div a^n = a^{m-n}$. Dalam mengerjakannya subjek mengurangi pangkat dari soal tersebut karena bilangan pokoknya sama maka diperoleh $5^8 \div 5^5 = 5^{8-5} = 5^3 = 125$. Soal nomor 3c diketahui $(3^2)^3 = \dots$. Langkah penyelesaiannya, subjek menggunakan sifat operasi pemangkatan bilangan berpangkat yaitu dengan menggunakan sifat $(a^m)^n = a^{m \times n}$. Subjek terlebih dahulu mengalikan pangkatnya kemudian subjek dapat menyelesaikan soal tersebut. Maka hasil yang diperoleh $(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6 = 729$.

Soal nomor 3d diketahui $(4 \times 3)^3 = \dots$. Langkah penyelesaiannya, subjek menggunakan sifat operasi pemangkatan dari perkalian dua bilangan yaitu dengan menggunakan sifat $(a \times b)^n = a^n \times b^n$. Subjek memangkatkan satu persatu dari bilangan tersebut, kemudian subjek menghitung hasil dari pangkat bilangan

itu. Maka hasil yang diperoleh $(4 \times 3)^3 = 4^3 \times 3^3 = 64 \times 27 = 1728$.

Soal nomor 3e diketahui $9^{\frac{3}{2}} = \dots$

Langkah penyelesaiannya, subjek menggunakan sifat operasi pemangkatan pecahan yaitu dengan menggunakan sifat $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Subjek terlebih dahulu mengubah pangkat supaya lebih sederhana dan mudah dalam pengerjaannya $9^{\frac{3}{2}} = \left(9^{\frac{1}{2}}\right)^3$ kemudian subjek menjabarkan hasil dari pemangkatan tersebut $9^{\frac{1}{2}} \times 9^{\frac{1}{2}} \times 9^{\frac{1}{2}} = (9 \times 9 \times 9)^{\frac{1}{2}} = (9^3)^{\frac{1}{2}}$.

Sehingga dari hasil $(9^3)^{\frac{1}{2}}$ bisa dihitung menjadi $(729)^{\frac{1}{2}}$ dan subjek mengubahnya kedalam bentuk akar maka hasil akhirnya adalah $\sqrt{729} = 27$.

Tetapi subjek berkemampuan rendah tidak mampu menyelesaikan dengan menggunakan sifat. Subjek berkemampuan rendah hanya mengubah angka 9 menjadi 3^2 . Kemudian subjek melihat adanya kesamaan antara pangkat dan penyebut maka subjek memperoleh hasil akhir yaitu $9^{\frac{3}{2}} = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 3^3 = 27$.

Pemahaman dengan menggunakan teori APOS pada tahap objek ini subjek berkemampuan tinggi dan subjek berkemampuan sedang dapat

menyelesaikan soal nomor 3a, 3b, 3c, 3d, dan 3e. Kedua subjek tersebut dapat memberikan alasan dan penjelasan tentang sifat-sifat bilangan berpangkat dengan memahami terlebih dahulu sifat-sifat pengoperasian bilangan berpangkat. Subjek berkemampuan tinggi dan subjek berkemampuan sedang dapat menentukan nilai pemangkatan tertentu dengan memahami sifat-sifat operasi bilangan berpangkat dan menjelaskan sifat-sifat apa saja yang digunakan saat menyelesaikannya. Subjek

berkemampuan rendah belum mampu menyelesaikan soal nomor 3e. Subjek berkemampuan rendah dapat memberikan alasan dan penjelasan tetapi belum sepenuhnya bisa. Hal ini dapat dilihat pada gambar berikut.

Handwritten solutions for high ability subject:

- a) $4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$
- b) $5^6 \div 5^2 = 5^6 \cdot 5^{-2} = 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 125$
- c) $(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$
- d) $(4 \times 3)^3 = 4^3 \times 3^3 = 64 \times 27 = 1728$
- e) $9^{\frac{3}{2}} = (9^{\frac{1}{2}})^3 = (9^3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9^3} = \sqrt{729} = 27$

Gambar 8. Jawaban Subjek Berkemampuan Tinggi

Handwritten solutions for medium ability subject:

- a) $4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$
- b) $5^6 \div 5^2 = 5^{6-2} = 5^4 = 125$
- c) $(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$
- d) $(4 \times 3)^3 = (4 \times 3)^3 = 4^3 \times 3^3 = 64 \times 27 = 1728$
- e) $9^{\frac{3}{2}} = (9^{\frac{1}{2}})^3 = (9^3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9^3} = \sqrt{729} = 27$

Gambar 9. Jawaban Subjek Berkemampuan Sedang

3. a. $4^2 \times 4^2 = 4^{2+2} = 4^4$
b. $5^8 \div 5^5 = 5^{8-5} = 5^3$
c. $(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6$
d. $(4 \times 3)^3 = 4^3 \times 3^3 = 64 \times 27 = 1728$
 $9^{\frac{3}{2}} = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 27$

Gambar 10. Jawaban Subjek Berkemampuan Rendah

Berdasarkan teori APOS dalam pemahaman tahap objek diperoleh kesimpulan bahwa subjek berkemampuan tinggi dan subjek berkemampuan sedang pada soal 3a, 3b, 3c, 3d, dan 3e setelah dianalisis pemahamannya, kedua subjek dapat mencapai tahap aksi atas objek serta mampu memberikan alasan dan penjelasan tentang sifat-sifat bilangan berpangkat. Subjek berkemampuan rendah belum mampu mencapai tahap aksi atas objek dan juga belum mampu memenuhi indikator pada pemahaman pemahaman berdasarkan teori APOS pada tahap objek. Kriteria yang harus dicapai pada tahap objek ini, jika subjek telah memiliki konsepsi objek dari suatu konsep matematika apabila telah mampu memperlakukan konsep tersebut sebagai suatu objek kognitif dan menyadari bahwa subjek telah mampu melakukan penguraian kembali suatu objek yang dimaksud dan digunakannya. Kedua subjek juga telah mampu memenuhi indikator pada pemahaman berdasarkan teori APOS pada tahap objek.

Pemahaman Tahap Skema

Pembahasan berdasarkan teori APOS berdasarkan tahap skema. Suatu skema dari suatu materi matematika tertentu adalah suatu koleksi aksi, proses, objek, skema lainnya yang saling terhubung sehingga membentuk suatu kerangka kerja saling terkait di dalam pikiran atau otak seorang (Suryadi, 2011).

Soal nomor 4 membutuhkan pemahaman tahap skema berdasarkan teori APOS. Soal nomor 4 menentukan bilangan tertentu (nilai x) dari suatu hasil pemangkatan bilangan untuk memecahkan masalah. Subjek harus mampu menghubungkan aksi, proses, dan objek yang dimiliki untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bilangan berpangkat. Soal nomor 4 subjek menentukan bilangan tertentu dari suatu persamaan (menentukan nilai x) dengan menghubungkan aksi, proses, objek, skema dari bilangan bilangan berpangkat.

Soal nomor 4 diketahui "Tentukan nilai x dari persamaan $36^{x+2} = \frac{1}{1296}$ ". Langkah yang harus dilakukan adalah menyederhanakan terlebih dahulu bilangan pokoknya dari 36 dan 1296 dari persamaan tersebut ke dalam bentuk bilangan berpangkat menjadi $36 = 6^2$

dan $1296 = 6^4$ agar lebih mudah menyelesaikan persamaan maka $36^{x+2} = \frac{1}{1296}$ menjadi $6^{2(x+2)} = \frac{1}{6^4}$, kemudian $\frac{1}{6^4}$ diubah ke dalam bentuk bilangan berpangkat negatif yaitu menjadi 6^{-4} kemudian menentukan nilai x dari persamaan tersebut setelah itu persamaan disederhanakan menjadi bilangan berpangkat seperti berikut $6^{2(x+2)} = 6^{-4}$ maka untuk menentukan nilai x diperoleh hasil $2x + 4 = -4$ maka nilai x bernilai -4 .

Subjek berkemampuan tinggi dan subjek berkemampuan sedang melakukan penyelesaian yang sama dalam menentukan nilai x dari suatu hasil pemangkatan bilangan. Subjek berkemampuan tinggi dan subjek berkemampuan sedang menyederhanakan terlebih dahulu kedua ruas bilangan pokok sehingga kedua ruas bilangan pokoknya sama yaitu 36 dan $\frac{1}{1296}$, 36 disederhanakan menjadi 6^2 (bilangan berpangkat positif) sedangkan $\frac{1}{1296}$ disederhanakan menjadi 6^{-4} (bilangan berpangkat negatif) setelah kedua ruas bilangan pokoknya menjadi $6^{2(x+2)} = 6^{-4}$ kemudian subjek berkemampuan tinggi dan subjek berkemampuan sedang menentukan nilai x dengan menghitung pangkatnya saja $2(x + 2) = -4$ lalu menjadi $2x + 4 =$

-4 sehingga $2x = -4 - 4$ dengan hasil $2x = -8$ maka diperoleh nilai $x = -4$.

Subjek berkemampuan rendah tidak melakukan penyelesaian dalam menentukan nilai x dari suatu hasil pemangkatan bilangan. Subjek berkemampuan rendah menyederhanakan terlebih dahulu kedua ruas yaitu 36 dan $\frac{1}{1296}$, 36 disederhanakan menjadi 6^2 (bilangan berpangkat positif) sedangkan $\frac{1}{1296}$ disederhanakan menjadi $\frac{1}{6^4}$. Kemudian kedua ruas menjadi $6^{2(x+2)} = \frac{1}{6^4}$, lalu menjadi $6^{4x+4} = \frac{1}{6^4}$. Subjek berkemampuan rendah tidak bisa menentukan nilai x . Hal ini dapat dilihat pada gambar berikut.

Gambar 11. Jawaban Subjek Berkemampuan Tinggi

Gambar 12. Jawaban Subjek Berkemampuan Sedang

4. $36^{x+2} = \frac{1}{1296}$
 $6^{2(x+2)} = \frac{1}{6^4}$
3. $6^{2x+4} = \frac{1}{6^4}$

Gambar 13. Jawaban Subjek Berkemampuan Rendah

Teori APOS pada tahap skema diperoleh kesimpulan, pada soal nomor 4 untuk menentukan nilai x dari suatu hasil pemangkatan bilangan dengan menghubungkan aksi, proses, objek sehingga membentuk skema lainnya. Subjek berkemampuan tinggi dan subjek berkemampuan sedang sudah mencapai pemahaman tahap skema karena kedua subjek tersebut terlebih dahulu menyederhanakan kedua ruas sehingga kedua ruas bilangan pokoknya menjadi sama dan subjek menyederhanakan bilangan pokok ke dalam bilangan berpangkat dengan benar. Tetapi subjek berkemampuan rendah belum mencapai pemahaman tahap skema karena subjek subjek berkemampuan rendah belum bisa menyelesaikan soal tersebut. walaupun subjek berkemampuan rendah sudah mampu menyederhanakan tetapi subjek berkemampuan rendah tidak bisa menentukan nilai x . Subjek berkemampuan tinggi dan subjek berkemampuan sedang sudah mampu memenuhi indikator pencapaian pemahaman tahap skema, sedangkan subjek berkemampuan rendah belum

mampu memenuhi indikator pencapaian pemahaman tahap skema.

KESIMPULAN

Pemahaman konsep eksponen berbasis teori APOS siswa kelas XI SMA Theresiana Salatiga bervariasi. Berdasarkan hasil penelitian ini menunjukkan bahwa subjek berkemampuan tinggi memiliki pemahaman pada tahap aksi, proses, objek, dan skema. Subjek berkemampuan sedang memiliki pemahaman pada tahap aksi, objek, dan skema. Dan subjek berkemampuan rendah memiliki pemahaman pada tahap aksi dan skema. Ketiga subjek pada topik eksponen sama-sama memiliki pemahaman pada tahap aksi dan tahap objek dikarenakan beberapa faktor. Faktor pertama adalah subjek kurang termotivasi dalam pembelajaran matematika sehingga menyebabkan pemahaman konsep subjek masih belum cukup baik dan faktor kedua adalah subjek kurang memahami konsep matematika.

SARAN

Berdasarkan hasil analisis dan simpulan di atas, maka peneliti menyarankan guru memperhatikan siswanya secara menyeluruh mengenai kemampuan pemahaman materi dan

pemahaman konsep dan siswa lebih giat lagi dalam belajar agar pemahaman konsep siswa dapat meningkat dan berkembang, dan juga guru harus memotivasi siswa dalam pembelajaran matematika.

DAFTAR PUSTAKA

- Andriyani, Dewi. (2008). *Teori Belajar dan Pembelajaran*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Asiala, Mark, dkk. (2004). *A Framework for Reseach and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education*.
<http://www.crme.soton.ac.uk/publications/gdpubs/schemes.html>.
Diunduh: 20 September 2013.
- Hudojo, Herman. (1993). *Mengajar Belajar Matematika*. Surabaya: Usaha Nasional.
- Montreal: Concordia University
Montreal, Quebec, Canada.
<http://spectrum.library.concordia.ca/975433/>. Diunduh: 20 September 2013.
- Nurdin, Lasmin. (2005). Analisis Pemahaman Siswa Laboratorium Universitas Negeri Malang Tentang Barisan dan Deret Berdasarkan Teori APOS. *Thesis tidak diterbitkan*. Malang: Program Pasca Sarjana Universitas Negeri Malang.
- Rohana. (2011). *Pengaruh Pembelajaran Berbasis Masalah Terhadap Pemahaman Konsep Siswa*. Palembang: Prosising PGRI.
- Suryadi, D. (2011). *Membangun Budaya baru dalam Berpikir Matematika*. Bandung: Rizqi Press. (online).
<http://www.scribd.com/doc/93456342/Membangun-Budaya-Baru-Dalam-Berpikir-Matematika>. Diakses 5 Juli 2016.
- Sugiyono. (2010). *Metode Penelitian Pendidikan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Tabaghi, Shiva. (2007). *APOS Analysis of Student's Understanding Of Logarithm*. Thesis.