

PEMODELAN MATEMATIKA DALAM OPTIMALISASI PRODUK PENGOLAHAN SUSU SEGAR

Evi Widayanti

STKIP Bina Insan Mandiri Surabaya, Jl. Raya Menganti Kramat No.133 Wiyung-Surabaya
email: ewidayanti280613@gmail.com

Abstrak : Tujuan yang ingin dicapai dalam penulisan artikel ini adalah untuk menentukan model matematika beserta penyelesaiannya dalam optimalisasi suatu produksi pada perusahaan Beta. Manfaat dari penulisan ini adalah memberikan gambaran untuk pengambilan keputusan yang terbaik dalam rangka optimalisasi produksi. Diasumsikan bahwa bahan baku tersedia setiap harinya dan permintaan juga ada pada setiap harinya. Selain itu perusahaan mendapatkan suplai bahan baku berupa susu segar sebanyak 2.000 liter perhari dan mesin hanya akan memproduksi bahan baku yang ada. Jadi, jumlah produk susu olahan yang akan dihasilkan akan kurang dari 1.800 kg. Dengan bantuan salah satu program komputer maka diperoleh solusi yang terbaik untuk tiap produk yang dihasilkan agar diperoleh keuntungan yang maksimum adalah X_1 untuk produksi mentega sebesar 777 kg; untuk produksi yoghurt (X_2) sebesar 173 kg; untuk krim susu (X_3) sebesar 835 kg; dan untuk produksi keju (X_4) sebesar 0. Jika perusahaan tersebut ingin mendapatkan keuntungan yang maksimal, maka perusahaan tidak perlu memproduksi keju karena hal itu akan mempengaruhi jumlah produksi yang lain. Selain itu harga jual keju yang hanya Rp 57.000,00 per kg tidak sebanding dengan biaya produksi yang dikeluarkan untuk memproduksi keju itu sendiri.

Kata Kunci: *Pemodelan Matematika, Optimalisasi*

PENDAHULUAN

Susu merupakan salah satu produk pangan hewani yang sangat diperlukan untuk kehidupan manusia selain daging dan telur. Susu merupakan sumber protein hewani yang paling lengkap kandungan nutrisinya bahkan dalam batas-batas tertentu sangat diperlukan untuk menopang kehidupan pokok, aktivitas sehari-hari maupun reproduksi. Peningkatan kesejahteraan, pendapatan, dan pendidikan masyarakat berdampak pula terhadap peningkatan permintaan susu dan produk olahannya.

Adanya peningkatan permintaan susu mendorong pertumbuhan perusahaan yang dapat mengolah berbagai macam jenis produk yang berbahan dasar susu. Perusahaan tersebut pada umumnya menginginkan keuntungan dari hasil produksinya. Kenyataan di lapangan terdapat sebuah perusahaan yang memproduksi beberapa jenis barang dengan intensitas yang sama. Permasalahan yang muncul adalah ada kelebihan produksi untuk barang-barang tertentu sehingga keuntungan yang diperoleh kurang maksimal atau bahkan menimbulkan kerugian. Resiko kerugian telah menjadi bagian dari setiap

perusahaan dalam melakukan kegiatan bisnisnya. Ketidakmampuan perusahaan dalam mengelolah resiko akan mengganggu pencapaian tujuan-tujuan perusahaan yang telah ditetapkan. Oleh karena itu, perusahaan perlu melakukan analisis untuk mendapatkan keputusan yang terbaik.

Perusahaan Beta adalah satu-satunya produsen susu di sebuah daerah dan juga pemilik pabrik yang memproduksi susu ke berbagai bentuk. Susu dapat dikonsumsi baik secara langsung atau diproses dalam bentuk mentega, yoghurt, keju, dan krim. Perusahaan Beta seperti perusahaan lainnya ingin memaksimalkan keuntungan. Masalah perusahaan adalah menentukan jumlah relatif dari berbagai produk kebutuhan untuk mencapai tujuan. Dari permasalahan di atas maka penulis tertarik untuk menentukan model matematika beserta penyelesaiannya untuk mencari jumlah relatif dari produk yang dihasilkan oleh perusahaan guna memaksimalkan keuntungan.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka dapat dirumuskan masalahnya adalah bagaimana model matematika beserta penyelesaiannya dalam optimalisasi suatu produksi pada perusahaan Beta?

Tujuan yang ingin dicapai antara lain untuk menentukan model matematika beserta penyelesaiannya dalam optimalisasi suatu produksi pada perusahaan Beta.

Manfaat dari penulisan ini adalah memberikan gambaran untuk pengambilan keputusan yang terbaik dalam rangka optimalisasi produksi.

Diasumsikan bahwa bahan baku tersedia setiap harinya dan permintaan juga ada pada setiap harinya. Selain itu perusahaan mendapatkan suplai bahan baku berupa susu segar sebanyak 2.000 liter perhari dan mesin hanya akan memproduksi bahan baku yang ada. Jadi, jumlah produk susu olahan yang akan dihasilkan akan kurang dari 1.800 kg.

KAJIAN TEORI

a. Program Linear

Program linear merupakan suatu metode matematika yang dapat digunakan untuk membantu dalam perencanaan dan pengambilan keputusan dalam penggunaan sumber daya yang terbatas di tengah-tengah aktivitas-aktivitas yang saling bersaing melalui cara yang terbaik (Harahap: 1998). Ada pula yang menyebutkan program linear sebagai suatu model umum yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah pengalokasian sumber-sumber yang terbatas secara optimal. Sebutan “linear” berarti bahwa semua fungsi matematis yang disajikan dalam model harus dalam fungsi-fungsi yang linear. Pemrograman linier meliputi perencanaan aktivitas untuk mendapatkan hasil optimal, yaitu sebuah hasil yang mencapai tujuan terbaik (menurut

model matematika) diantara semua kemungkinan alternatif yang ada (Tapilouw, 1986).

Dalam program linear dikenal dua macam fungsi yaitu fungsi tujuan (*objectives function*) dan fungsi-fungsi batasan (*constraint functions*). Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan atau sasaran di dalam permasalahan program linear yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal sumber daya-sumber daya untuk memperoleh keuntungan yang maksimal atau biaya yang minimal.

Program linear banyak diterapkan dalam masalah-masalah ekonomi, industri, militer, sosial dan lain-lain. Program linear berkaitan dengan penjelasan suatu kasus dalam dunia nyata sebagai suatu model matematika yang terdiri dari sebuah fungsi tujuan linier dengan beberapa kendala linier.

b. Permasalah Optimasi

Persoalan pemrograman linier adalah : suatu persoalan untuk menentukan besarnya masing-masing nilai variabel yang mengoptimasikan (maksimum atau minimum) nilai objek, dengan memperhatikan pembatasan-pembatasan yang ada yaitu yang dinyatakan dalam bentuk persamaan-persamaan atau pertidaksamaan-

pertidaksamaan linier (Mughiroh, 2013: 67)

c. Formulasi Permasalahan

Urutan pertama dalam penyelesaian adalah mempelajari sistem relevan dan mengembangkan pernyataan permasalahan yang dipertimbangkan dengan jelas. Penggambaran sistem dalam pernyataan ini termasuk pernyataan tujuan, sumber daya yang membatasi, alternatif keputusan yang mungkin (kegiatan atau aktivitas), batasan waktu pengambilan keputusan, hubungan antara bagian yang dipelajari dan bagian lain dalam perusahaan, dan lain-lain.

Penetapan tujuan yang tepat merupakan aspek yang sangat penting dalam formulasi masalah. Untuk membentuk tujuan optimalisasi, diperlukan identifikasi anggota manajemen yang benar-benar akan melakukan pengambilan keputusan dan mendiskusikan pemikiran mereka tentang tujuan yang ingin dicapai.

d. Tahapan Pembentukan Model Matematik

Tahap berikutnya yang harus dilakukan setelah memahami permasalahan optimasi adalah membuat model yang sesuai untuk analisis. Kasus dari bentuk cerita diterjemahkan ke model matematik. Model matematik merupakan representasi kuantitatif tujuan dan sumber daya yang

membatasi sebagai fungsi variabel keputusan. Model matematika permasalahan optimal terdiri dari dua bagian. Bagian pertama memodelkan tujuan optimasi. Model matematik tujuan selalu menggunakan bentuk persamaan. Bentuk persamaan digunakan karena kita ingin mendapatkan solusi optimum pada satu titik. Fungsi tujuan yang akan dioptimalkan hanya satu. Bukan berarti bahwa permasalahan optimasi hanya dihadapkan pada satu tujuan. Tujuan dari suatu usaha bisa lebih dari satu. Tetapi pada bagian ini kita hanya akan tertarik dengan permasalahan optimal dengan satu tujuan.

Bagian kedua merupakan model matematik yang merepresentasikan sumber daya yang membatasi. Fungsi pembatas bisa berbentuk persamaan ($=$) atau pertidaksamaan ($<$ atau $>$). Fungsi pembatas disebut juga sebagai konstrain. Konstanta (baik sebagai koefisien maupun nilai kanan) dalam fungsi pembatas maupun pada tujuan dikatakan sebagai parameter model. Model matematika mempunyai beberapa keuntungan dibandingkan pendeskripsian permasalahan secara verbal. Salah satu keuntungan yang paling jelas adalah model matematik menggambarkan permasalahan secara lebih ringkas. Hal ini cenderung membuat struktur keseluruhan permasalahan lebih mudah dipahami, dan membantu mengungkapkan relasi sebab akibat penting.

Model matematik juga memfasilitasi yang berhubungan dengan permasalahan dan keseluruhannya dan mempertimbangkan semua keterhubungannya secara simultan. Terakhir, model matematik membentuk jembatan ke penggunaan teknik matematik dan komputer kemampuan tinggi untuk menganalisis permasalahan.

Dari penjelasan di atas diperoleh bahwa tahapan pembuatan model matematis untuk permasalahan program linear adalah sebagai berikut:

- Identifikasi Masalah : Masalah Maksimalisasi (berkaitan dengan Profit/Revenue) atau Masalah Minimalisasi (berkaitan dengan dengan Cost/biaya)
- Penentuan Variabel Masalah :
 - a. Variabel Keputusan (Variabel yang menyebabkan tujuan maksimal atau minimal)
 - b. Fungsi Tujuan (*Objective Function*) → Z maks. atau min.
 - c. Fungsi Kendala (*Constraint Function*) → Identifikasi dan merumuskan fungsi kendala yang ada.

Di sisi lain, model matematik mempunyai kelemahan. Tidak semua karakteristik sistem dapat dengan mudah dimodelkan menggunakan fungsi matematik. Meskipun dapat dimodelkan dengan fungsi matematik, kadang-kadang penyelesaiannya sulit

diperoleh karena kompleksitas fungsi dan teknik yang dibutuhkan.

Bentuk umum pemrograman linier adalah sebagai berikut :

Fungsi tujuan :

Maksimumkan atau minimumkan

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

Sumber daya yang membatasi :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = / / b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = / / b_2$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = / / b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Simbol x_1, x_2, \dots, x_n (x_i) menunjukkan variabel keputusan. Jumlah variabel keputusan (x_i) oleh karenanya tergantung dari jumlah kegiatan atau aktivitas yang dilakukan untuk mencapai tujuan. Simbol c_1, c_2, \dots, c_n merupakan kontribusi masing-masing variabel keputusan terhadap tujuan, disebut juga koefisien fungsi tujuan pada model matematikanya. Simbol $a_{11}, \dots, a_{1n}, \dots, a_{m1}, \dots, a_{mn}$ merupakan penggunaan per unit variabel keputusan akan sumber daya yang membatasi, atau disebut juga sebagai koefisien fungsi kendala pada model matematikanya. Simbol b_1, b_2, \dots, b_m menunjukkan jumlah masing-masing sumber daya yang ada. Jumlah fungsi kendala akan tergantung dari banyaknya sumber daya yang terbatas.

Pertidaksamaan terakhir ($x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$) menunjukkan batasan non

negatif. Membuat model matematik dari suatu permasalahan bukan hanya menuntut kemampuan matematik tapi juga menuntut seni permodelan. Menggunakan seni akan membuat permodelan lebih mudah dan menarik.

Kasus pemrograman linier sangat beragam. Dalam setiap kasus, hal yang penting adalah memahami setiap kasus dan memahami konsep permodelannya. Meskipun fungsi tujuan misalnya hanya mempunyai kemungkinan bentuk maksimisasi atau minimisasi, keputusan untuk memilih salah satunya bukan pekerjaan mudah. Tujuan pada suatu kasus bisa menjadi batasan pada kasus yang lain. Harus hati-hati dalam menentukan tujuan, koefisien fungsi tujuan, batasan dan koefisien pada fungsi pembatas.

d. Proses Pengolahan Susu

Dari perkembangan teknologi pengolahan susu maka didapatkan berbagai produk pangan yang berasal dari susu sapi, antara lain yaitu:

- 1) Mentega dari susu adalah suatu masa dari susu hasil penumbukan (churning) krim atau susu segar (whole milk).
- 2) Yoghurt adalah produk yang diperoleh dari susu yang telah dipasteurisasi kemudian difermentasi dengan bakteri tertentu sampai diperoleh keasaman, bau

dan rasa yang khas, dengan atau tanpa penambahan bahan lain yang diizinkan.

- 3) Keju adalah suatu substansi yang dibentuk oleh koagulasi atau penggumpalan susu hewan menyusui oleh rennet atau oleh semacam enzim proteolitik.
- 4) Krim merupakan suatu produk makanan yang dibuat dari campuran produk susu, bahan kering tanpa lemak ditambah gula, bahan penyedap, bahan penstabil, kuning telur, dengan atau tanpa buah-buahan dan kacang-kacangan dengan kadar lemak minimal 8%.

e. Pembuatan Mentega Dari Susu

Mentega adalah produk olahan susu yang bersifat plastis, diperoleh melalui proses pengocokan (Churning) sejumlah krim. Mentega yang baik harus mengandung lemak minimal 80%. Kadar air maksimal 16%, kadar protein maksimal 1% dan MSNF (Milk Solids-Non-Fat) tidak lebih dari 2 %. Warna kuning pada mentega disebabkan oleh zat warna karoten dalam krim. Nilai gizi mentega banyak tergantung pada kandungan lemak dan vitamin-vitamin yang larut dalam lemak. Mentega merupakan sumber vitamin A yang sangat baik dan merupakan makanan yang berenergi tinggi (7-9 kalori/g), tidak mengandung laktosa dan mineral serta berprotein rendah

f. Pembuatan Yoghurt Dari Susu

Yoghurt adalah produk yang diperoleh dari susu yang telah dipasteurisasi kemudian difermentasi dengan bakteri tertentu sampai diperoleh keasaman, bau dan rasa yang khas, dengan atau tanpa penambahan bahan lain yang diizinkan. Persyaratan yoghurt menurut SNI (1995) adalah dengan penampakan kental-semi padat, bau dan rasa yang normal serta memiliki kandungan lemak maks. 3,8%, BKTL min. 8,2, Protein min. 3,5, Abu min. 1,0 dan Jumlah asam laktat 0,5-2,0% (b/b). Yoghurt harus memiliki kandungan lemak susu minimal 3,0%, Bahan Kering Tanpa Lemak (BKTL) min. 8,2% (b/b), sedangkan yoghurt dengan sebagian skim harus memiliki kandungan lemak min. 0,5% (b/b) dan yoghurt yang dibuat dengan susu skim harus memiliki kandungan lemak maks. 0,5% (b/b) (Codex, 1975). Bakteri yoghurt, *Lactobacillus delbrueckii* subsp. *bulgaricus* dan *Streptococcus thermophilus* atau beberapa bakteri asam laktat lain seperti *Leuconostoc mesenteroides*, *Lactococcus lactis*, *Lactobacillus acidophilus*, *Bifidobacteria* dan species lainnya secara alami terdapat dalam susu atau sengaja ditambahkan sebagai kultur starter sebanyak 2-5%. Suhu fermentasi optimum adalah 42-45°C selama 3-6 jam, hingga dicapai pH 4,4 dan kadar asam tertitrasi mencapai 0,9-1,2%.

Cara pembuatan yoghurt :

Susu murni diencerkan dengan air hangat dipanaskan sampai mendidih. Susu skim bubuk ditambah gula 6 - 8% dari susu segar diaduk dengan rata, didinginkan hingga mencapai 45 C. tambahkan bakteri starter yoghurt dimasukkan ke dalam botol steril atau gelas plastik, inkubasi 12-14 jam pada suhu ruang yoghurt.

g. Pembuatan Keju Dari Susu

Prinsip pembuatan keju adalah fermentasi asam laktat yang terdapat dalam susu. Proses pembuatan keju diawali dengan memanaskan/pasteurisasi susu, kecuali pada jenis keju tertentu seperti Emmentaler dari Swiss yang menggunakan susu mentah. Kemudian zat pembantu penggumpalan (rennet, sejenis enzim penggumpal yang biasa terdapat dalam lambung sapi dan/atau bakteri yang dapat mengasamkan susu) ditambahkan.

Setelah setengah sampai 5 jam, susu akan menggumpal sehingga terpisah menjadi sebuah gumpalan besar (curd) dan bagian yang cair (whey). Gumpalan ini dipotong-potong menjadi bagian-bagian yang sama besar, agar bagian yang cair (whey) semakin banyak yang keluar. Semakin kecil potongan, semakin sedikit cairan yang dikandung oleh keju nantinya, sehingga keju semakin keras. Potongan-potongan ini kemudian diaduk, dipanaskan, dan kadang

dipress untuk menghilangkan lebih banyak lagi cairan.

Setelah itu, bakal keju yang masih lunak itu dibubuhi jamur dan dibentuk. Lalu diolesi atau direndam dalam air garam untuk membunuh bakteri merugikan yang mungkin terdapat di dalamnya. Ada juga jenis keju yang direndam sebelum diberi jamur. Terakhir, bakal keju dimatangkan dalam kondisi tertentu. Semakin lama dimatangkan, keju akan semakin keras.

Cara pembuatan keju :

- 1) Crush 1 / 4 tablet Rennet dalam 1 / 4 cup air dingin dan sisihkan.
- 2) Tempatkan saham baja stainless panci di atas kompor dan tuangkan dalam galon susu. Hidupkan kompor ke api sedang.
- 3) Taburkan 2 sendok teh asam sitrat dalam susu dan aduk perlahan-lahan susu sampai suhu 88 derajat.
- 4) Setelah mencapai 88 derajat, tambahkan campuran Rennet dan air. Aduk perlahan dan kadang-kadang sampai mencapai 105 derajat. Matikan api. Anda harus melihat keju dan whey memisah.
- 5) Terbentuklah keju yang berbentuk padat.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Susu dapat dikonsumsi baik secara langsung atau diproses dalam bentuk mentega, yoghurt, keju, dan krim. Perusahaan Beta adalah satu-satunya produsen susu di sebuah daerah dan juga pemilik pabrik yang memproduksi susu ke berbagai bentuk. Perusahaan Beta seperti perusahaan lainnya ingin memaksimalkan keuntungan. Masalah perusahaan adalah menentukan jumlah relatif dari berbagai produk kebutuhan untuk mencapai tujuan keuntungan maksimal. Kenyataan yang sering dihadapi perusahaan adalah perusahaan memproduksi produknya berdasarkan pembagian porsi yang sama untuk bahan bakunya. Hal ini kadang menyebabkan adanya sisa produksi yang mempengaruhi omset perusahaan.

Dengan bahan baku susu murni yang disuplai langsung dari kelompok peternak, perusahaan memproduksi mentega, yoghurt, keju, dan krim dengan ketersediaan bahan baku, biaya produksi, biaya operasional, kemampuan produksi serta biaya transportasi ke distributor. Rata-rata dalam sehari perusahaan mendapat suplai bahan baku susu segar sebanyak 2000 liter dengan harga per liter Rp 4.000,00 dan dari bahan baku tersebut diolah menjadi mentega, yoghurt, keju, dan krim dengan porsi pembagian bahan baku yang sama untuk masing-masing produk yang ingin

dihasilkan. Dalam sehari kemampuan produksi mesin-mesin adalah menghasilkan 1800 kg produk yang siap dipasarkan. Berikut akan disajikan rincian biaya produksi dan biaya operasional dari masing-masing produk.

a. Biaya Produksi

Biaya produksi dari masing-masing jenis olahan dapat disajikan sebagai berikut :

1. Mentega

Jenis olahan yang pertama adalah mentega. Bahan baku utama mentega adalah susu segar, dan rincian bahan baku untuk pembuatan mentega adalah sebagai berikut :

- a. Susu murni
- b. Starter
- c. Garam
- d. Beta Karotin

Dari 100 liter susu segar akan didapatkan hasil produksi 90 kg mentega. Bahan baku utama mentega adalah susu segar dan bahan baku pendukungnya yang telah disebutkan sebelumnya. Dari 90 kg mentega yang dihasilkan, komposisi pendukung terbesar adalah susu segar 75% dan bahan tambahan 25%. Data biaya produksi dalam memproduksi 90 kg mentega dari bahan utama susu segar sebanyak 100 liter adalah sebagai berikut :

Tabel 1. Biaya produksi mentega

Biaya Produksi	Total
Bahan utama (susu)	Rp 400.000,00
Bahan baku lainnya	Rp 500.000,00
Bahan bakar minyak	Rp 150.000,00
Lainnya	Rp 150.000,00
Total	Rp 1.200.000,00

2. Yoghurt

Yoghurt adalah salah satu hasil produksi perusahaan beta dengan komposisi sebagai berikut :

- a. Susu sapi segar
- b. Bakteri starter lactobacillus bulgaricus dan Streptococcus
- c. Flavour buatan
- d. Gula atau sirup

Dari 100 liter susu segar akan didapatkan hasil produksi 80 kg yogurt. Bahan baku utama yoghurt adalah susu segar dan bahan baku pendukungnya seperti yang telah disebutkan sebelumnya. Dari 80 kg yogurt yang dihasilkan, komposisi pendukung terbesar adalah susu segar 80% dan bahan tambahan 20%. Data biaya produksi dalam memproduksi 80 kg yogurt dari bahan utama susu segar sebanyak 100 liter adalah sebagai berikut :

Tabel 2. Biaya Produksi yogurt

Biaya Produksi	Total
Bahan utama (susu)	Rp 400.000,00
Bahan baku lainnya	Rp 1.000.000,00
Bahan bakar minyak	Rp 250.000,00
Lainnya	Rp 250.000,00
Total	Rp 1.900.000,00

3. Krim Susu

Komposisi krim yang diproduksi perusahaan beta adalah :

- a. Susu sapi segar
- b. Gula pasir
- c. Inulin
- d. Pengemulsi nabati
- e. Garam
- f. Perisa vanila
- g. Vitamin

Dari 100 liter susu segar akan didapatkan hasil produksi 75 kg Krim. Bahan baku utama Krim adalah susu segar dan bahan baku pendukungnya adalah data butir b sampai g. Dari 75 kg Krim yang dihasilkan, komposisi pendukung terbesar adalah susu segar 80% dan bahan tambahan 20%. Data biaya produksi dalam memproduksi 75kg Krim dari bahan utama susu segar sebanyak 100 liter adalah sebagai berikut :

Tabel 3. Biaya Produksi

Biaya Produksi	Total
Bahan utama (susu)	Rp 400.000,00
Bahan baku lainnya	Rp 1.500.000,00
Bahan bakar minyak	Rp 300.000,00
Lainnya	Rp 350.000,00
Total	Rp 2.550.000,00

4. Keju

Komposisi keju yang diproduksi perusahaan beta adalah :

- a. Susu segar

- b. Air
- c. Pengemulsi
- d. Garam fosfat
- e. Padatan susu
- f. Minyak nabati
- g. Pati nabati
- h. Garam
- i. Pengatur keasaman
- j. Pengawet
- k. Pewarna alami

Dari 100 liter susu segar akan didapatkan hasil produksi 80 kg keju. Bahan baku utama keju adalah susu segar dan bahan baku pendukungnya adalah data butir b sampai k. Dari 80 kg keju yang dihasilkan, komposisi pendukung terbesar adalah susu segar 80% dan bahan tambahan 20%. Data biaya produksi dalam memproduksi 80kg keju dari bahan utama susu segar sebanyak 100 liter adalah sebagai berikut :

Tabel 4. Biaya Produksi keju

Biaya Produksi	Total
Bahan utama (susu)	Rp 400.000,00
Bahan baku lainnya	Rp 1.600.000,00
Bahan bakar minyak	Rp 300.000,00
Lainnya	Rp 350.000,00
Total	Rp 2.650.000,00

Berdasarkan data dari perusahaan, rata-rata perhari perusahaan mengeluarkan Rp. 41.100.000 untuk biaya produksi keempat jenis produk.

b. Biaya Operasional

Komponen biaya operasional dalam kegiatan produksi meliputi :

1. Gaji karyawan
2. Listrik dan air
3. Pemeliharaan mesin
4. Kemasan produk
5. Transportasi
6. Lainnya

Komponen biaya operasional dalam produksi tidak dihitung untuk masing-masing jenis olahan. Hal ini dikarenakan pemanfaatan komponen biaya produksi seperti penggunaan listrik dan air tidak dapat ditentukan dengan pasti berapa pengeluaran per hari dalam memproduksi masing-masing produk. Hal yang sama juga untuk transportasi, yang mana pemanfaatannya digunakan untuk semua hasil produksi. Biaya operasional total untuk proses produksi setiap bulannya mencapai Rp 446.960.000,00 dengan rincian sebagai berikut :

Tabel 5. Biaya Operasional

No.	Komponen Operasional	Rata-rata Pengeluaran perbulan (Rp)	Rata-rata Pengeluaran perhari (Rp)
1.	Gaji	135.000.000	4.500.000
2.	karyawan	45.000.000	1.500.000
3.	Listrik dan air	20.000.000	660.000
4.	Pemeliharaan mesin	98.200.000	3.273.333
5.	Kemasan produk	28.750.000	958.333
6.	Transportas	120.000.000	4.000.000

7.	i Iklan	75.000.000	2.000.000
	Pajak		2.500.000
8.	Lainnya	446.960.000	19.391.666
	Total		

Diasumsikan bahwa bahan baku tersedia setiap harinya dan permintaan juga ada pada setiap harinya maka untuk membantu memberikan pertimbangan dengan baik maka ada beberapa langkah yang dapat ditempuh yakni :

- Memisalkan variabel sesuai data yang dimiliki
- Membentuk model matematika sesuai dengan model program linier
- Menyelesaikan model
- Intepretasi hasil

Pemisalan Variabel

Perusahaan ingin memaksimalkan keuntungan di setiap harinya dimana banyaknya produksi untuk masing-masing olahan dapat didistribusikan dan memberikan pemasukan bagi perusahaan. Pemisalan variabelnya sebagai berikut :

X_i = banyaknya produk yang dihasilkan ($i=1-4$)

- X_1 = banyaknya produksi mentega yang dihasilkan
- X_2 = banyaknya produksi yoghurt yang dihasilkan
- X_3 = banyaknya produksi krim yang dihasilkan
- X_4 = banyaknya produksi keju yang dihasilkan

P_i = harga masing-masing produk yang dihasilkan

- P_1 = harga mentega yang dihasilkan
- P_2 = harga yoghurt yang dihasilkan
- P_3 = harga krim susu yang dihasilkan
- P_4 = harga keju yang dihasilkan

D_t = rata-rata total permintaan tiap harinya

a_i = rata-rata biaya produksi tiap produk ($i=1-4$)

- a_1 = rata-rata biaya produksi mentega
- a_2 = rata-rata biaya produksi yoghurt
- a_3 = rata-rata biaya produksi krim susu
- a_4 = rata-rata biaya produksi keju

a_t = rata-rata total biaya produksi tiap harinya

b_i = rata-rata biaya operasional tiap produk ($i=1-4$)

- b_1 = rata-rata biaya operasional mentega
- b_2 = rata-rata biaya operasional yoghurt
- b_3 = rata-rata biaya operasional krim susu
- b_4 = rata-rata biaya operasional keju

b_t = rata-rata total biaya operasional tiap produk

c_i = rata-rata biaya bahan baku lain untuk tiap produk ($i=1-4$)

- c_1 = rata-rata biaya bahan baku lain untuk mentega
- c_2 = rata-rata biaya bahan baku lain untuk yoghurt
- c_3 = rata-rata biaya bahan baku lain untuk krim susu

➤ c_4 = rata-rata biaya bahan baku lain untuk keju

c_i = rata-rata total biaya bahan baku lain setiap harinya

d_i = rata-rata banyaknya penggunaan bahan baku lain untuk tiap produk

($i=1-4$)

➤ d_1 = rata-rata banyaknya penggunaan bahan baku lain untuk mentega

➤ d_2 = rata-rata banyaknya penggunaan bahan baku lain untuk yoghurt

➤ d_3 = rata-rata banyaknya penggunaan bahan baku lain untuk krim susu

➤ d_4 = rata-rata banyaknya penggunaan bahan baku lain untuk keju

d_i = rata-rata total banyaknya penggunaan bahan baku lain setiap harinya

Model Program Linier

Bentuk umum program linier terdiri dari 2 fungsi yakni fungsi tujuan dan fungsi kendala atau syarat batas.

Fungsi Tujuan :

Tujuan utama dari kegiatan ini adalah memaksimalkan keuntungan, sehingga yang diinginkan adalah dengan jumlah bahan baku yang ada diproduksi jenis olahan yang sesuai permintaan dengan bobot harga tiap jenis olahan.

Fungsi tujuan :

$$\text{Maks } Z = 45.000X_1 + 52.000X_2 + 60.000X_3 + 57.000X_4$$

Fungsi kendala :

Fungsi kendala rata-rata permintaan tiap hari.

Banyak permintaan setiap hari tentulah tidak tetap maka diambil rata-rata permintaan tiap hari yang dimisalkan dengan D_i . Total rata-rata permintaan setiap harinya tidak akan lebih dari 1800 kg, sesuai ketersediaan bahan bakunya dan kemampuan produksinya sehingga model matematikanya adalah

$$\sum_{i=1}^4 D_i \leq D_t \text{ atau } X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 1800$$

Fungsi kendala rata-rata biaya produksi

Dengan rata-rata produksi untuk 100 liter susu adalah 1.200.000 untuk mentega, Rp. 1.900.000 untuk yoghurt, Rp. 2.550.000 untuk krim dan 2.650.000 untuk keju. Untuk masing-masing 100 liter bahan baku dihasilkan 90 kg untuk mentega, 80 kg yoghurt, 75 kg krim, dan 80 kg keju. Dengan demikian untuk setiap kg mentega yang dihasilkan membutuhkan biaya produksi sebesar Rp. 13.333, setiap kg yoghurt membutuhkan biaya produksi sebesar Rp. 23.750, setiap kg krim membutuhkan biaya produksi sebesar Rp. 35.333, dan setiap kg keju membutuhkan biaya produksi sebesar Rp.31.875. Total biaya produksi yang dikeluarkan setiap harinya adalah Rp.

41.100.000. Biaya produksi tiap kg yang dilambangkan a_i dapat ditulis

$$\sum_{i=1}^4 a_i X_i \leq a_i \text{ atau } 13.333X_1 + 23.750X_2 + 31.875X_3 + 35.333X_4 \leq 41.100.000$$

Fungsi kendala rata-rata biaya operasional

Biaya operasional tidak dihitung berdasarkan produksi masing-masing produk sehingga diasumsikan keempat produk memiliki biaya operasional yang sama. Total biaya operasional yang dikeluarkan setiap harinya adalah Rp. 20.000.000. karena perusahaan memproduksi setiap produk berdasarkan porsi bahan baku yang sama, dan hasil produksi tidak boleh lebih dari 1800 kg maka setiap produknya per kg memerlukan biaya operasional sebesar Rp. 11.200. Biaya operasional tiap kg yang dilambangkan dengan b_i dapat ditulis :

$$\sum_{i=1}^4 b_i X_i \leq b_i \text{ atau } 11.200X_1 + 11.200X_2 + 11.200X_3 + 11.200X_4 \leq 20.000.000$$

Fungsi kendala rata-rata banyaknya bahan baku lain digunakan

Dari setiap masing 100 liter susu dihasilkan 90 kg untuk mentega, 80 kg susu, 75 kg krim, dan 80 kg keju. Dari 90 kg mentega yang dihasilkan, komposisi pendukung terbesar adalah susu segar 75% dan bahan tambahan 25%. Dari 80 kg yogurt yang dihasilkan, komposisi pendukung terbesar adalah susu segar 80% dan bahan tambahan 20%. Dari 75 kg Krim yang dihasilkan,

komposisi pendukung terbesar adalah susu segar 80% dan bahan tambahan 20% dan dari 80 kg keju yang dihasilkan, komposisi pendukung terbesar adalah susu segar 80% dan bahan tambahan 20%. Ini berarti untuk setiap 1 kg mentega yang dihasilkan dibutuhkan 0,25 kg bahan lain, 1 kg yoghurt membutuhkan 0,2 kg, 1 kg keju membutuhkan 0,2 kg bahan lain, dan 1 kg krim membutuhkan 0,2 kg bahan lain. perusahaan menetapkan total kebutuhan bahan baku lain sebesar 22% dari total kapasitas produksi yang bisa dilakukan. Sehingga 22% dari total kapasitas produksi adalah 396 kg bahan tambahan tiap harinya. Dengan demikian fungsi kendala rata-rata banyaknya bahan baku lain yang digunakan adalah

$$\sum_{i=1}^4 c_i X_i \leq c_i \text{ atau } 0,25X_1 + 0,2X_2 + 0,2X_3 + 0,2X_4 \leq 396$$

Penyelesaian Model

Model matematika yang dihasilkan adalah

$$Z = 45000X_1 + 52000X_2 + 60000X_3 + 57000X_4$$

Pembatas

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 1800$$

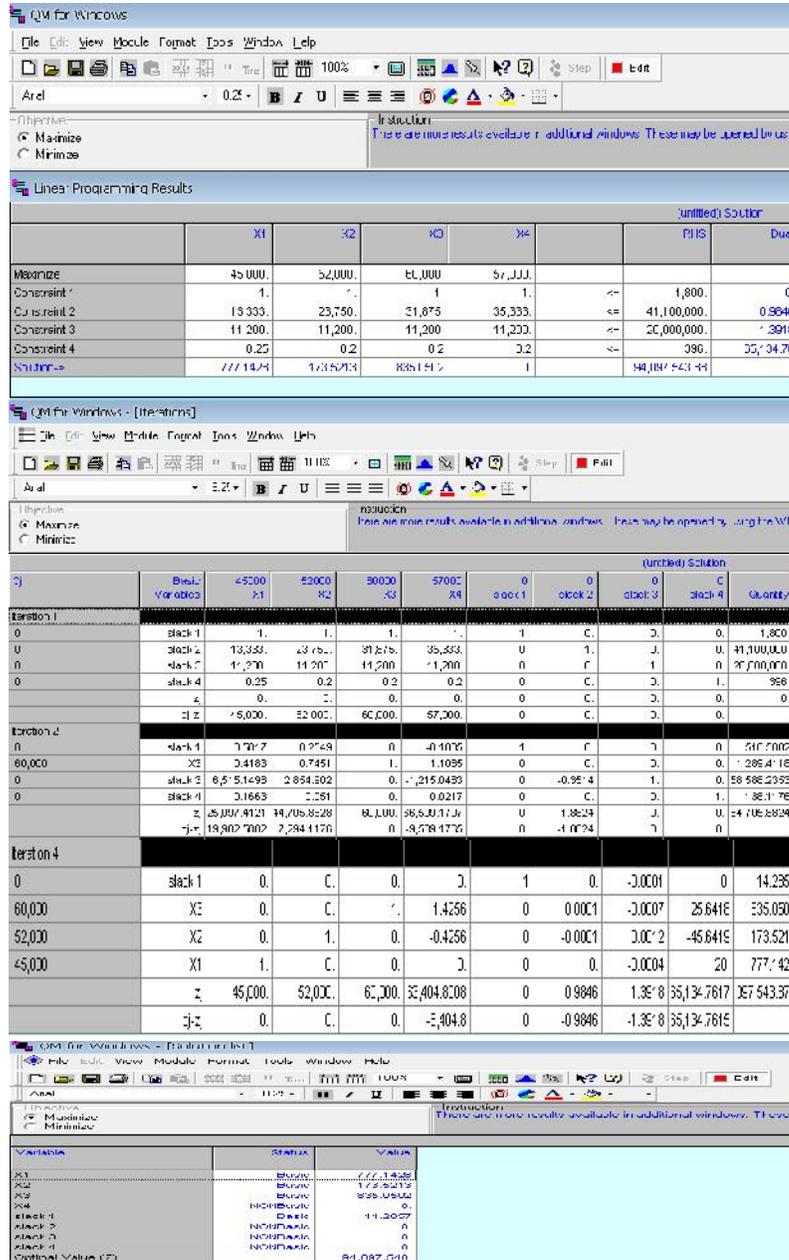
$$13.333X_1 + 23.750X_2 + 31.875X_3 + 35.333X_4 \leq 41.100.000$$

$$11.200X_1 + 11.200X_2 + 11.200X_3 + 11.200X_4 \leq 20.000.000$$

$$0,25X_1 + 0,2X_2 + 0,2X_3 + 0,2X_4 \leq 396$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 \geq 0$$

Penyelesaian model ini menggunakan program QM (Marwan, 1997: 50)



Gambar 1. Penyelesaian Model Menggunakan program QM

Dengan bantuan salah satu program komputer maka diperoleh solusi yang terbaik untuk tiap produk yang dihasilkan

agar diperoleh keuntungan yang maksimum adalah X_1 untuk produksi mentega sebesar 777 kg; untuk produksi yoghurt (X_2) sebesar 173 kg; untuk krim susu (X_3) sebesar 835 kg; dan untuk produksi keju (X_4) sebesar 0. Jika perusahaan tersebut ingin mendapatkan keuntungan yang maksimal, maka perusahaan tidak perlu memproduksi keju karena hal itu akan mempengaruhi jumlah produksi yang lain. Selain itu harga jual keju yang hanya Rp 57.000,00 per kg tidak sebanding dengan biaya produksi yang dikeluarkan untuk memproduksi keju itu sendiri.

KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh meliputi:

- a. Pemodelan matematika untuk permasalahan optimalisasi produksi pengolahan susu pada perusahaan Beta adalah :

Fungsi Tujuan

$$Z = 45000X_1 + 52000X_2 + 60000X_3 + 57000X_4$$

Fungsi Pembatas

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 1800$$
$$13.333X_1 + 23.750X_2 + 31.875X_3 + 35.333X_4 \leq 41.100.000$$
$$11.200X_1 + 11.200X_2 + 11.200X_3 + 11.200X_4 \leq 20.000.000$$

$$0,25X_1 + 0,2X_2 + 0,2X_3 + 0,2X_4 \leq 396$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 \geq 0$$

- b. Solusi penyelesaian untuk permasalahannya adalah $X_1 = 777, X_2 = 174, X_3 = 835, X_4 = 0$

Jika perusahaan menginginkan keuntungan maksimal maka perusahaan harus memproduksi mentega sebanyak 777 kg, yoghurt sebanyak 174 kg, krim sebanyak 835 kg dan keju tidak diproduksi.

DAFTAR PUSTAKA

- Harahap, 1998. *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Marwan, 1997. *Mengenal Linear Programming dan Komputer*. Yogyakarta : FE Universitas Gadjah Mada
- Mughiroh, 2013. *Program Linear*. Jambi : YPM Press
- Tapilouw, Marten. *Program Linear*. Jakarta: Depdikbud UT.