

MULTI DEPOT VEHICLE ROUTING PROBLEM DENGAN PENGEMUDI SESEKALI

S. R. M. MAKING¹, B. P. SILALAH², F. BUKHARI³

Abstrak

Distribusi merupakan suatu proses penyaluran barang dari satu atau kumpulan produsen kepada konsumen. Dalam proses pendistribusian semua produsen mengharapkan untuk meminimumkan biaya pendistribusian. Oleh karena itu perlu diformulasikan suatu model dalam optimasi untuk meminimumkan biaya pendistribusian. Salah satu model yang telah diformulasikan adalah *vehicle routing problem* (VRP) dengan pengemudi sesekali untuk meminimumkan biaya pendistribusian di satu tempat produksi. Selanjutnya dalam makalah ini akan diformulasikan model VRP dengan pengemudi sesekali untuk dua tempat produksi, sehingga disebut *multi depot vehicle routing problem* (MDVRP) dengan pengemudi sesekali. Tujuan dari formulasi model (MDVRP) dengan pengemudi sesekali ini adalah untuk meminimumkan biaya pendistribusian. Penggunaan kendaraan milik pengemudi sesekali dalam model MDVRP dengan pengemudi sesekali menunjukkan bahwa model ini dapat digunakan untuk meminimumkan biaya pendistribusian pada dua tempat produksi. Berdasarkan hasil tersebut, model ini dapat digunakan untuk meminimumkan biaya pendistribusian untuk dua tempat produksi dan selanjutnya dapat dijadikan acuan untuk pengerjaan lebih dari dua tempat produksi.

Kata kunci: *multi depot vehicle routing problem, optimasi, pengemudi sesekali, vehicle routing problem*

PENDAHULUAN

Distribusi merupakan salah satu masalah yang tidak terlepas dari dunia industri, terutama dalam bidang produksi. Distribusi itu sendiri merupakan suatu proses penyaluran barang dari satu atau kumpulan produsen kepada konsumen. Proses penyaluran barang ini memerlukan biaya saat menggunakan kendaraan untuk sampai kepada konsumen. Biaya dalam proses pendistribusian ini dapat diminimumkan dengan menggunakan kendaraan yang tidak membutuhkan biaya yang besar dalam pengoperasiannya. Selain itu, biaya dalam pendistribusian ini juga dapat diminimumkan dengan mengoptimalkan rute pendistribusian tersebut.

Salah satu solusi dalam meminimumkan biaya pendistribusian yaitu dengan menggunakan jasa pengemudi sesekali. Pengemudi sesekali yang dimaksud disini adalah orang-orang biasa yang bukan dari perusahaan pengiriman barang tetapi mereka adalah masyarakat biasa yang memiliki kendaraan yang tidak sepenuhnya digunakan dalam keseharian dan kendaraan tersebut dapat digunakan untuk mengantarkan barang dari produsen kepada konsumen [1]. Pengemudi sesekali

¹ Mahasiswa S2 Program Studi Matematika Terapan, Sekolah Pascasarjana IPB, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680. Email: rexmaking@gmail.com

² Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680. E-mail : bibparuhumsilalahi@gmail.com

³ Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680. E-mail: fahren.bukhari@gmail.com

akan digunakan oleh produsen dalam proses pendistribusian walaupun produsen telah memiliki kendaraan yang memadai untuk melakukan pendistribusian. Pengemudi sesekali akan mendapatkan biaya imbalan apabila mengantarkan barang dari produsen kepada konsumen.

Biaya pendistribusian selanjutnya dapat diminimumkan dengan cara mengoptimalkan rute dapat dilakukan dengan menggunakan model *vehicle routing problem* (VRP). VRP itu sendiri adalah kombinatorial optimasi dan masalah program integer yang sering digunakan dalam banyak perencanaan dan proses pengambil keputusan, misalnya untuk menentukan rute optimal dalam proses pendistribusian barang dari produsen kepada konsumen [4].

Model VRP dengan pengemudi sesekali yang telah dibuat oleh Archetti *et al.*[1] hanya untuk satu tempat produsen, sehingga perlu dikerjakan untuk dua atau lebih tempat produsen. VRP itu sendiri memiliki beberapa variasi [8]. Salah satunya yaitu *multi depot vehicle routing problem* (MDVRP), di mana terdapat beberapa depot yang bertindak sebagai produsen atau perusahaan sebagai penghasil suatu produk, dan setiap depot diasumsikan cukup untuk menyediakan semua produk yang diminta oleh semua konsumen[2].

Makalah ini akan membahas bagaimana meminimumkan biaya dalam pendistribusian dengan dua tempat perusahaan/produsen dan memenuhi permintaan konsumen. Dari masalah tersebut diformulasikan model MDVRP dengan pengemudi sesekali untuk dua tempat perusahaan. Selanjutnya model ini dapat dijadikan acuan untuk pengerjaan lebih dari dua tempat perusahaan. Makalah ini merupakan bagian aplikasi dari penelitian sebelumnya tentang optimisasi yang telah dilakukan oleh Silalahi [5], Silalahi dan Dewi [6] dan Wihartiko *et al.*[9].

TINJAUAN PUSTAKA

Linear Programming

Linear programming adalah suatu masalah dalam memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi linear dengan mempertimbangkan kendala-kendala yang ada[10]. *Linear programming* dalam pengerjaannya memenuhi beberapa kriteria, antara lain:

1. Bertujuan untuk memaksimumkan atau meminimumkan sebuah fungsi linear, yang disebut sebagai fungsi objektif.
2. Nilai-nilai pada variabel keputusan harus memenuhi kendala-kendala yang ada, setiap kendala harus berupa persamaan linear atau pertaksamaan linear.
3. Pembatasan tanda bergantung pada setiap variabel. Untuk sembarang variabel x_i , x_i haruslah variabel taknegatif ($x_i \geq 0$) atau variabel tak terbatas.

Integer Linear Programming

Integer linear programming merupakan salah satu masalah dalam pengoptimuman atau meminimumkan suatu fungsi linear. *Integer linear programming* sering disebut juga dengan *integer programming*, jika beberapa

variabelnya atau semua variabel yang digunakan dalam *integer programming* ini adalah bilangan bulat taknegatif. *Integer programming* disebut juga dengan *pure integer programming*, jika semua variabel yang digunakan adalah berupa bilangan bulat. *Integer programming* disebut juga dengan *mixed integer programming*, jika hanya beberapa variabel yang digunakan atau tidak semua variabel yang digunakan berupa bilangan bulat. Sedangkan *integer programming* disebut juga dengan *0-1 integer programming* jika semua variabel yang digunakan berupa variabel bernilai 0 atau 1 [10].

Vehicle Routing Problem

Vehicle routing problem (VRP) adalah *combinatorial optimization* dan *integer programming problem* yang sering digunakan dalam banyak perencanaan dan proses pengambil keputusan, misalnya untuk menentukan rute optimal dalam proses pendistribusian barang dari produsen kepada konsumen [4]. VRP secara sederhana dapat digambarkan sebagai berikut:

1. Kendaraan akan berangkat dari depot untuk mengunjungi semua konsumen dan harus kembali lagi ke depot awal.
2. Setiap konsumen hanya boleh dikunjungi tepat satu kali oleh satu kendaraan.
3. Setiap kendaraan yang berangkat harus membawa barang dan banyaknya barang tersebut tidak lebih dari atau sama dengan kapasitas dari kendaraan yang digunakan tersebut.
4. Menyelesaikan masalah untuk menemukan suatu himpunan rute dalam mendistribusikan barang dari lokasi depot ke lokasi konsumen dengan biaya seminimum mungkin.

Multi Depot Vehicle Routing Problem

Multi depot vehicle routing problem (MDVRP) merupakan salah satu variasi dari VRP, di mana terdapat beberapa depot yang bertindak sebagai distributor suatu produk, dan setiap depot cukup untuk menyediakan semua barang yang diminta oleh konsumen. Ketersediaan depot-depot ini bertujuan untuk meminimumkan jarak antara konsumen dan depot, sehingga konsumen dapat dilayani oleh kendaraan yang berasal dari depot yang dekat dengannya. Tujuan dari MDVRP ini adalah untuk meminimumkan biaya yang dikeluarkan perusahaan dalam proses pendistribusian tersebut [7].

Vehicle Routing Problem dengan Pengemudi Sesekali

Vehicle routing problem dengan pengemudi sesekali adalah *vehicle routing problem* yang menggunakan kendaraan milik pengemudi sesekali dalam proses pendistribusian. Pengemudi sesekali yang dimaksud adalah masyarakat biasa yang memiliki kendaraan dan bisa digunakan untuk mengantarkan barang dari produsen kepada konsumen. Pengemudi sesekali akan diberi imbalan oleh produsen, apabila mengantarkan barang kepada konsumen. Hal ini memungkinkan pemilik kendaraan yang tidak sepenuhnya menggunakan kendaraannya dalam keseharian untuk dapat menghasilkan uang dari kendaraan yang dimilikinya [1].

***Multi Depot Vehicle Routing Problem* dengan Pengemudi Sesekali**

Multi depot vehicle routing problem dengan pengemudi sese kali adalah bentuk pengembangan dari *vehicle routing problem* dengan pengemudi sese kali. Dalam *Multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sese kali ini terdapat lebih dari satu depot yang bertindak sebagai distributor, dan kendaraan yang digunakan dalam proses pendistribusian ini terdiri dari dua jenis kendaraan yaitu kendaraan milik perusahaan dan kendaraan milik pengemudi sese kali.

METODE

Penelitian ini diawali dengan memformulasikan masalah pendistribusian dalam model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sese kali. Selanjutnya menambahkan kendala-kendala dan menyelesaikan model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sese kali. Penyelesaian model ini dibagi dalam 5 kasus.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Formulasi Masalah

Formulasi masalah yang dibuat dalam model ini bertujuan untuk meminimumkan biaya dalam proses pendistribusian untuk dua depot yang bertindak sebagai produsen atau perusahaan dan menggunakan dua jenis kendaraan, yaitu kendaraan milik perusahaan dan kendaraan milik pengemudi sese kali. Setiap depot ini diasumsikan cukup untuk memenuhi setiap permintaan dari seluruh konsumen.

Fungsi Objektif

Fungsi objektif yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi objektif yang bertujuan untuk meminimumkan biaya pendistribusian, dalam bentuk matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$\min Z = \sum_{k \in K} P(k) + \sum_{k \in K} R(k) \quad (1)$$

dengan

$$P(k) = \sum_{i,j \in IUJ} c_{ij} x_{ijk} + z_k w_k \quad (2)$$

merupakan biaya pendistribusian yang dikeluarkan oleh perusahaan saat menggunakan kendaraan k milik perusahaan, dan

$$R(k) = \sum_{i,j \in IUJ} f_{ij} x_{ijk} \quad (3)$$

merupakan biaya pendistribusian yang dikeluarkan perusahaan saat menggunakan kendaraan k milik pengemudi sesekali.

Kendala-kendala

Kendala-kendala yang digunakan dalam penyelesaian model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sesekali ini antara lain:

1. Setiap kendaraan akan berangkat dari depot dan tidak semua kendaraan harus digunakan.

$$\sum_{j \in J} x_{ijk} = w_k, \quad i \in I, \quad k \in K. \quad (4)$$

2. Kendaraan yang sudah ditetapkan oleh sebuah depot tidak boleh digunakan oleh depot yang lainnya.

$$\sum_{j \in J} x_{ijk} = 0, \quad i \in I, \quad k \notin K_i, \quad (5)$$

dengan K_i adalah himpunan kendaraan di depot i .

3. Kendaraan yang digunakan untuk mengantarkan barang kepada konsumen harus kembali ke depot.

$$\sum_{j \in J} x_{jik} = w_k, \quad i \in I, \quad k \in K. \quad (6)$$

4. Kendaraan yang memulai perjalanan dari sebuah depot tidak boleh kembali ke depot berbeda saat kendaraan tersebut berjalan.

$$\sum_{j \in J} x_{jik} = 0, \quad i \in I, \quad k \in K_i, \quad (7)$$

dengan K_i adalah himpunan kendaraan di depot i .

5. Setiap konsumen akan dilayani tepat satu kali oleh sebuah kendaraan.

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I \cup J} x_{ijk} &= 1, \quad j \in J, \\ \sum_{k \in K} \sum_{j \in I \cup J} x_{ijk} &= 1, \quad i \in J. \end{aligned} \quad (8)$$

6. Jumlah permintaan dari setiap konsumen dalam sebuah rute yang akan dilalui oleh sebuah kendaraan tidak melebihi kapasitas dari kendaraan tersebut.

$$\sum_{j \in J} d_j \sum_{i \in I \cup J} x_{ijk} \leq Q_k, \quad k \in K. \quad (9)$$

7. Menghindari terjadinya *subtour* yang tidak *feasible*, artinya dalam sebuah *subtour* jika kendaraan yang berjalan dari konsumen i menuju ke konsumen j , maka kendaraan tersebut tidak boleh kembali ke konsumen i .

$$u_{ik} - u_{jk} + N x_{ijk} \leq N - 1, \quad i, j \in J, \quad k \in K. \quad (10)$$

8. Kekontinuan rute, artinya jika kendaraan mengunjungi suatu konsumen, maka kendaraan tersebut harus meninggalkan konsumen itu untuk menuju ke konsumen lainnya.

$$\sum_{\substack{i \in I \cup J \\ l \neq i}} x_{ilk} - \sum_{\substack{j \in I \cup J \\ l \neq j}} x_{ljk} = 0, \quad l \in J, \quad k \in K. \quad (11)$$

9. Tidak ada konsumen yang dikunjungi oleh kendaraan yang tidak digunakan oleh depot.

$$x_{ijk} \leq w_k, \quad i, j \in IUJ, \quad k \in K \quad (12)$$

10. Tidak ada kendaraan yang berjalan dari suatu konsumen ke konsumen yang sama.

$$x_{ijk} = 0, \quad i = j, \quad i, j \in J, \quad k \in K \quad (13)$$

11. Tidak ada kendaraan yang berjalan dari depot ke depot.

$$x_{iik} = 0, \quad i \in I, \quad k \in K \quad (14)$$

Variabel bantu u_{ik} dan u_{jk} yang bernilai positif

$$\begin{aligned} u_{ik} &\geq 0, & i \in J, & k \in K \\ u_{jk} &\geq 0, & j \in J, & k \in K \end{aligned}$$

Variabel keputusan

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{jika indeks } j \text{ dikunjungi setelah indeks } i \text{ oleh kendaraan } k \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$w_k = \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan } k \text{ digunakan untuk mendistribusikan barang} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Keterangan

I = himpunan depot

J = himpunan konsumen

K = himpunan seluruh kendaraan

N = banyaknya indeks

d_j = permintaan konsumen j

Q_k = kapasitas kendaraan k

c_{ij} = biaya perjalanan dari indeks i ke indeks j yang diperoleh dengan menggalikan jarak dari indeks i ke indeks j dengan biaya tetap pendistribusian.

Z_k = biaya kompensasi untuk pengemudi kendaraan k milik perusahaan. biaya

perjalanan dari indeks i ke indeks j yang diperoleh dengan menggalikan jarak dari indeks i ke indeks j dengan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali.

Penyelesaian Masalah

Penyelesaian masalah pendistribusian dalam model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sesekali menggunakan data pendistribusian roti yang bersumber dari penelitian Raditya [3]. Data tersebut terdapat pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1 Jarak antara konsumen.

		Jarak antara konsumen									
Indeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0.00	9.24	11.52	18.24	14.16	12.48	13.08	18.00	13.92	13.44	
2	9.24	0.00	8.88	9.84	9.24	10.92	6.84	6.72	2.88	2.88	
3	11.52	8.88	0.00	6.72	2.64	1.56	22.16	6.00	4.32	4.32	
4	18.24	9.84	6.72	0.00	4.32	8.28	8.88	10.44	6.60	6.60	
5	14.16	9.24	2.64	4.32	0.00	1.80	1.56	4.92	4.56	4.32	
6	12.48	10.92	1.56	8.28	1.80	0.00	0.60	4.44	2.76	2.76	
7	13.08	6.84	2.16	8.88	1.56	0.60	0.00	3.84	2.16	2.16	
8	18.00	6.72	6.00	10.44	4.92	4.44	3.84	0.00	4.08	3.84	
9	13.92	2.88	4.32	6.60	4.56	2.76	2.16	4.08	0.00	0.24	
10	13.44	2.88	4.32	6.60	4.32	2.76	2.16	3.84	0.24	0.00	

Tabel 1 menunjukkan jarak antara konsumen dengan konsumen, dan jarak konsumen dengan depot. Jarak ini ditulis dengan satuan kilometer (km). Indeks 1 dan indeks 2 merupakan indeks untuk depot 1 dan depot 2. Indeks 3 sampai indeks 10 merupakan indeks konsumen secara berurutan.

Tabel 2 Permintaan setiap konsumen.

		Permintaan setiap konsumen									
Indeks		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Permintaan		0	0	17	3	7	17	8	12	19	17

Tabel 2 merupakan daftar permintaan dari masing-masing konsumen dengan satuan *crate*. Indeks 1 dan 2 merupakan indeks untuk depot 1 dan depot 2. Indeks 3 sampai indeks 10 merupakan indeks dari konsumen secara berurutan. Nilai yang terdapat untuk masing-masing indeks pada tabel 1 merupakan besar permintaan dari setiap konsumen. Untuk depot 1 dan depot 2 tidak memiliki permintaan.

Penyelesaian model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sesekali ini juga menggunakan beberapa asumsi, antara lain sebagai berikut:

1. Data Raditya[3] pada tahun 2009 hanya terdapat 1 depot, sehingga dibuat depot ke 2 dengan mengasumsikan jarak antara konsumen dengan depot ke 2.
2. Data Raditya[3] terdapat 24 konsumen, sedangkan yang digunakan untuk penyelesaian model ini adalah 8 konsumen dengan permintaan dari setiap konsumen berbeda-beda.
3. Kendaraan yang digunakan dalam proses pendistribusian terdiri atas dua jenis kendaraan, yaitu kendaraan milik perusahaan dan kendaraan milik pengemudi sesekali. Jumlah seluruh adalah 8 kendaraan. 4 kendaraan milik perusahaan dan 4 kendaraan milik pengemudi sesekali. Kendaraan tersebut dinotasikan sebagai berikut: kendaraan perusahaan dinotasikan dengan kendaraan 1, kendaraan 2, kendaraan 5, dan kendaraan 6, sedangkan kendaraan milik pengemudi sesekali dinotasikan dengan kendaraan 3, kendaraan 4, kendaraan 7 dan kendaraan 8.
4. Masing-masing depot terdapat 4 kendaraan, yaitu 2 kendaraan milik perusahaan dan 2 kendaraan milik pengemudi sesekali. Depot 1 akan menggunakan kendaraan 1, kendaraan 2, kendaraan 3 dan kendaraan 4. Sedangkan untuk depot 2 menggunakan kendaraan 5, kendaraan 6, kendaraan 7, dan kendaraan 8
5. Kapasitas dari setiap kendaraan yang digunakan dalam penyelesaian model ini adalah 30 *crate*.
6. Biaya tetap perjalanan untuk kendaraan milik perusahaan adalah 5500/km.
7. Biaya kompensasi untuk setiap pengemudi kendaraan milik perusahaan adalah 50000/kendaraan.

Model ini diselesaikan dengan *integer linear programming* dan menggunakan bantuan *software* LINGO 11.0. Penyelesaian model ini dilakukan pada 5 kasus, dengan mengubah nilai biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali untuk setiap kasus. Sedangkan asumsi yang lain adalah sama.

Penyelesaian model pada kasus pertama

Penyelesaian model pada kasus pertama ini menggunakan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali sebesar 25000/km, dan diperoleh nilai

objektif atau biaya pendistribusian adalah sebesar 651440. Selanjutnya hasil penyelesaian model ini terdapat dalam Tabel 3.

Tabel 3 Hasil penyelesaian model pada kasus pertama.

Kode Kendaraan	Rute Pendistribusian	Jarak yang ditempuh (km)	Jumlah barang yang dibawa (<i>crate</i>)	Biaya untuk kendaraan perusahaan
1	1 → 7 → 6 → 1	26.16	25	193880
2	1 → 5 → 4 → 3 → 1	36.72	27	251960
5	2 → 9 → 2	5.78	19	81680
6	2 → 10 → 8 → 2	13.44	29	123920

Tabel 3 menunjukkan bahwa kendaraan 1 milik perusahaan berjalan dari depot 1 ke konsumen 7, ke konsumen 6, dan kembali ke depot 1. Jarak yang ditempuh oleh Kendaraan 1 adalah 26.16 km. Kendaraan 1 membawa muatan sebanyak 25 *crate* dan biaya untuk kendaraan 1 sebesar 193880.

Kendaraan 2 milik perusahaan berjalan dari depot 1, ke konsumen 5, ke konsumen 4, ke konsumen 3, dan kembali ke depot 1. Jarak yang ditempuh oleh Kendaraan 2 adalah 36.72 km. Kendaraan 2 membawa muatan sebanyak 27 *crate*, dan biaya untuk kendaraan 2 adalah sebesar 251960.

Kendaraan 5 milik perusahaan berjalan dari depot 2, ke konsumen 9, dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 5 adalah 5.78 km. Kendaraan 5 membawa muatan sebanyak 19 *crate*, dan biaya untuk kendaraan 5 adalah sebesar 81680.

Kendaraan 6 milik perusahaan berjalan dari depot 2, ke konsumen 10, ke konsumen 8, dan kembali ke konsumen 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 6 adalah 13.44 km. Kendaraan 6 membawa muatan sebanyak 29 *crate*, dan biaya untuk kendaraan 6 adalah sebesar 123920.

Penyelesaian model pada kasus kedua.

Penyelesaian model pada kasus kedua ini menggunakan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali sebesar 15000/km, dan diperoleh nilai objektif atau biaya pendistribusian adalah sebesar 595440. Selanjutnya hasil penyelesaian model pada kasus kedua ini terdapat pada Tabel 4.

Tabel 4 Hasil penyelesaian model pada kasus kedua.

Kode Kendaraan	Rute Pendistribusian	Jarak yang ditempuh (km)	Jumlah barang yang dibawa (<i>crate</i>)	Biaya untuk kendaraan perusahaan	Imbalan untuk pengemudi sesekali
1	1 → 7 → 6 → 1	26.16	25	193880	
5	2 → 8 → 10 → 2	13.44	29	123920	
6	2 → 3 → 5 → 4 → 2	25.68	27	191240	
7	2 → 9 → 2	5.76	19		86400

Tabel 4 menunjukkan bahwa kendaraan 1 milik perusahaan berjalan dari depot 1 ke konsumen 7, ke konsumen 6, dan kembali ke depot 1. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 1 adalah 26.16 km. Kendaraan 1 membawa muatan sebanyak 25 *crate*, dan biaya untuk kendaraan 1 adalah sebesar 193880.

Kendaraan 5 milik perusahaan berjalan dari depot 2 ke konsumen 8, ke konsumen 10 dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 5 adalah 13.44 km. Kendaraan 5 membawa muatan sebanyak 29 *crate*, dan biaya untuk kendaraan 5 adalah sebesar 123920.

Kendaraan 6 milik perusahaan berjalan dari depot 2 ke konsumen 3, ke konsumen 5, ke konsumen 4 dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 6 adalah 25.68 km. Kendaraan 6 membawa muatan sebesar 27 *crate*, dan biaya untuk kendaraan 6 adalah sebesar 191240.

Kendaraan 7 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 2 ke konsumen 9, dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 7 adalah 5.76 km. Kendaraan 7 membawa muatan sebanyak 19 *crate*, dan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali kendaraan 7 adalah sebesar 86400.

Penyelesaian model pada kasus ketiga

Penyelesaian model pada kasus ketiga ini menggunakan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali sebesar 10000/km, dan diperoleh nilai objektif atau biaya pendistribusian sebesar 534220. Selanjutnya hasil penyelesaian model pada kasus ketiga ini terdapat dalam Tabel 5.

Tabel 5 Hasil penyelesaian model pada kasus ketiga.

Kode Kendaraan	Rute Pendistribusian	Jarak yang ditempuh (km)	Jumlah barang yang dibawa (<i>crate</i>)	Biaya untuk kendaraan perusahaan	Imbalan untuk pengemudi sesekali
5	2→4→5→3→2	25.6	27	191240	
6	2→7→6→2	18.3	25	150980	
7	2→10→8→2	13.4	29		134400
8	2→9→2	5.76	19		57600

Tabel 4 menunjukkan kendaraan 5 milik perusahaan berjalan dari depot 2 ke indeks 4, ke konsumen 5, ke konsumen 3, dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 5 adalah 25.68 km. Kendaraan 5 membawa muatan sebanyak 27 *crate*, dan biaya untuk kendaraan 5 adalah sebesar 191240.

Kendaraan 6 milik perusahaan berjalan dari depot 2 ke konsumen 7, ke konsumen 6 dan kembali ke depot 2. Jarak yang di tempuh oleh kendaraan 6 adalah 18.36 km. Kendaraan 6 membawa muatan sebanyak 25 *crate*, dan biaya untuk kendaraan 7 adalah sebesar 150980.

Kendaraan 7 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 2 ke konsumen 10, ke konsumen 8, dan kembali ke konsumen 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 7 adalah 13.44 km. Kendaraan 7 membawa muatan sebanyak 29 *crate*,

dan biaya imbalan yang diperoleh pengemudi sesekali kendaraan 7 adalah sebesar 134400.

Kendaraan 8 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 2 ke konsumen 9, dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 8 adalah 5,76 km. Kendaraan 8 membawa muatan sebanyak 19 *crate*, dan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali kendaraan 8 adalah sebesar 57600.

penyelesaian model pada kasus keempat

Penyelesaian model pada kasus keempat ini menggunakan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali sebesar 5500/km, dan diperoleh nilai objektif atau biaya pendistribusian sebesar 440720. Selanjutnya hasil penyelesaian model pada kasus keempat ini terdapat pada Tabel 6.

Tabel 6 Hasil penyelesaian model pada kasus keempat.

Kode Kendaraan	Rute pendistribusian kendaraan	Jarak yang ditempuh (km)	Jumlah barang yang dibawa (<i>crate</i>)	Biaya untuk kendaraan perusahaan	Imbalan untuk pengemudi sesekali
3	1 → 6 → 7 → 1	26.16	25		143880
5	2 → 9 → 2	5.76	19	81680	
7	2 → 4 → 5 → 2	25.68	27		141240
8	2 → 10 → 8 → 2	13.44	29		73920

Tabel 6 menunjukkan bahwa kendaraan 3 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 1, ke konsumen 6, ke konsumen 7, dan kembali ke depot 1. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 3 adalah 26.16 km. Kendaraan 3 membawa muatan sebanyak 25 *crate*, dan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali kendaraan 3 adalah sebesar 143880.

Kendaraan 5 milik perusahaan berjalan dari depot 2 ke konsumen 9, dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 5 adalah 5.76 km. Kendaraan 5 membawa muatan sebanyak 19 *crate*, dan biaya untuk kendaraan 5 adalah sebesar 81680.

Kendaraan 7 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 2 ke konsumen 4, ke konsumen 5, ke konsumen 3, dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 7 adalah 25.68 km. Kendaraan 7 membawa muatan sebanyak 27 *crate*, dan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali kendaraan 7 adalah sebesar 141240.

Kendaraan 8 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 2 ke konsumen 10, ke konsumen 8, dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 8 adalah 13.44 km. Kendaraan 7 membawa muatan sebanyak 29 *crate*, dan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali kendaraan 8 adalah sebesar 73920.

Penyelesaian model pada kasus kelima

Penyelesaian model pada kasus kelima ini menggunakan imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali sebesar 4000/km, dan diperoleh nilai

objektif atau biaya pendistribusian sebesar 328320. Selanjutnya hasil penyelesaian model pada kasus kelima ini terdapat pada Tabel 7.

Tabel 7 Hasil penyelesaian model pada kasus kelima.

Kode kendaraan	Rute pendistribusian	Jarak yang ditempuh (km)	Jumlah barang yang dibawa (<i>crate</i>)	Imbalan untuk pengemudi sesekali
3	1 → 3 → 5 → 4 → 1	36.72	27	146880
4	1 → 6 → 7 → 1	26.16	25	104640
7	2 → 9 → 2	5.76	19	23040
8	2 → 8 → 10 → 2	13.44	29	53760

Tabel 7 menunjukkan bahwa kendaraan 3 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 1 ke konsumen 3, ke konsumen 5, ke konsumen 4, dan kembali ke depot 1. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 3 adalah 36.72 km. Kendaraan 3 membawa muatan sebanyak 27 *crate*, dan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali kendaraan 3 adalah sebesar 146880.

Kendaraan 4 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 1, ke konsumen 6, ke konsumen 7, dan kembali ke depot 1. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 4 adalah 26.16 km. Kendaraan 4 membawa muatan sebanyak 25 *crate*, dan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali kendaraan 4 adalah sebesar 104640.

Kendaraan 7 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 2 ke konsumen 9, dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 7 adalah 5.76 km. Kendaraan 7 membawa muatan sebanyak 19 *crate*, dan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali kendaraan 7 adalah sebesar 23040.

Kendaraan 8 milik pengemudi sesekali berjalan dari depot 2 ke konsumen 8, ke konsumen 10, dan kembali ke depot 2. Jarak yang ditempuh oleh kendaraan 8 adalah 13.44 km. Kendaraan 8 membawa muatan sebanyak 29 *crate*, dan biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali kendaraan 8 adalah sebesar 53760.

Rute yang terbentuk dari masing-masing kendaraan adalah rute yang optimal. Rute optimal yang terbentuk adalah rute yang paling minimum dari semua semua kemungkinan rute yang akan terbentuk. Ketersediaan depot-depot yang cukup untuk memenuhi permintaan dari setiap konsumen sangat berpengaruh terhadap penentuan rute yang optimal.

Penyelesaian model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sesekali ini memberikan hasil bahwa konsep kolaborasi antara kendaraan milik perusahaan dan kendaraan milik pengemudi sesekali dalam proses pendistribusian ini sangat berpengaruh dalam meminimumkan biaya dalam pendistribusian. pengemudi sesekali akan digunakan ketika biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali dalam sebuah rute lebih kecil dari biaya saat menggunakan kendaraan perusahaan. Nilai objektif dari penyelesaian model ini juga memberikan hasil bahwa semakin banyak kendaraan milik pengemudi sesekali yang digunakan dengan biaya imbalan yang kecil, maka akan semakin minimum juga biaya dalam proses pendistribusian tersebut.

1 SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Formulasi masalah pendistribusian dalam model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sesekali yang telah dilakukan dapat mengoptimalkan rute dalam pendistribusian itu sendiri. Ketersediaan depot-depot yang cukup untuk memenuhi permintaan dari setiap konsumen sangat berpengaruh terhadap penentuan rute yang optimal. Rute yang optimal dapat meminimumkan biaya dalam proses pendistribusian.

Penyelesaian model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sesekali memberikan hasil bahwa biaya pendistribusian dapat diminimumkan dengan menggunakan jasa pengemudi sesekali dengan biaya imbalan yang kecil. Pengemudi sesekali akan digunakan ketika biaya imbalan yang diberikan kepada pengemudi sesekali tersebut lebih kecil dari biaya saat menggunakan kendaraan milik perusahaan.

Saran

Formulasi masalah pendistribusian dalam model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sesekali ini dapat diimplementasikan untuk masalah pendistribusian dilebih dari dua tempat produsen atau perusahaan. Selanjutnya model *multi depot vehicle routing problem* dengan pengemudi sesekali ini selesaikan menggunakan beberapa metode heuristik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Archetti C, Savelsbergh M, Speranza G. 2016. The vehicle routing problem with occasional drivers. *European Journal of Operational Research*. doi:10.1016/j.ejor.2016.03.049.
- [2] Kumar SN, Panneerselvam R. 2012. A Survey on the vehicle routing problem and its variants. *Scientific Research*. 3(4):66-74.
- [3] Raditya A. 2009. Penggunaan metode heuristik dalam permasalahan vehicle routing problem dan implementasinya di PT Nippon Indosari Carpindo [skripsi]. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.
- [4] Sarker RA, Charles SN. 2008. *Optimization Modelling: A Practical Introduction*. New York (US): CRC Pr.
- [5] Silalahi BP. 2014. Sharper analysis of upper bound for the iteration complexity of an interior-point method using primal-dual full-Newton step algorithm. *Far East Journal of Mathematical Sciences*. 95(1): 69-80.
- [6] Silalahi BP, Dewi MS. 2014. Comparison Of Sensitivity Analysis On Linear Optimization Using Optimal Partition And Optimal Basis (In The Simplex Method) At Some Cases. *Published by Indonesian Mathematical Society*. Apr: 82-90.
- [7] Surekha P, Sumathi S. 2011. Solution to multi-depot vehicle routing problem using genetic algorithms. *World Applied Programming*. 1(3): 118-131.
- [8] Toth P, Vigo D. 2002. *The Vehicle Routing Problem*. Philadelphia (US): Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [9] Wihartiko FD, Buono A, Silalahi BP. 2017. Integer programming model for optimizing bus timetable using genetic algorithm. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 2017*. Vol. 166: 012016.
- [10] Winston WL. 2004. *Operations Research Applications and Algorithms*. Ed ke-4. New York (US): Duxbury.