KEKONVERGENAN-CAUCHY DAN PEMETAAN KOMPATIBEL PADA RUANG METRIK KABUR INTUITIONISTIC

Yulriza prihastiani

S1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya

Isaani13@yahoo.com

Abstrak

Padahimpunantakkosong$S$dapatditentukanhimpunankabur$A \subseteq S$olehsebuahfungsi$\mu_A: S \to [0,1]$yang disebutfungsikeanggotaandi A. Dengankonseptersebuttelahdidefinisikanruangmetrikkabur$(S, M,*)$danruangmetrikkaburintuitionistic $(S, M, N,*,\bullet)$. Barisandalamhimpunan$S$merupakansuatufungsi yang domainnyahimpunanbilanganaslidengandaerahhasiltermuat di dalamhimpunan$S$. Dari konsepbarisanpadasuatuhimpunan$S$tersebutmakadidefinisikanbarisankonvergen, barisan Cauchy danlimit suatubarisanpada$(S, M,*)$yang kemudiandiperluaslagipada$(S, M, N,*,\bullet)$. Duafungsi$f$ dan $g$dikatakankompatibelpada(S, d)jikauntuksetiapbarisan(x_n)yang memenuhi $\lim_n\left(f(x_n)\right) = \lim_n\left(g(x_n)\right) = p \in S$berlaku$\lim_n\left(d\left(f(g(x_n)), g(f(x_n))\right)\right) = 0$. Padaskripsiiniakandibahaspemetaankompatibelpada$(S, M,*)$ dan pemetaan kompatibel pada $(S, M, N,*,\bullet)$.

Kata Kunci: ruangmetrik, ruangmetrikkabur,ruangmetrikkabur intuitionistic, pemetaankompatibelpada ruang metrik, pemetaankompatibelpada ruang metrik kabur, pemetaankompatibelpada ruang metrik kabur intuitionistic

Abstract

A. Thereafter the concept of fuzzy set was defined fuzzy metric space $(S, M,*)$ and intuitionistic fuzzy metric space $(S, M, N,*,\bullet)$. A sequence in set S is a function .Thereafter the concept of sequence was defined concept convergence sequence and Cauchy sequence in fuzzy metric space $(S, M,*)$, which is generalization in intuitionistic fuzzy metric space $(S, M, N,*,\bullet)$. Self-maps f and g of a metric space (S, d) are compatible iff $\lim_n\left(d\left(f(g(x_n)), g(f(x_n))\right)\right) = 0$ when (x_n) is a sequence such that $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = \lim_{n\to\infty} g(x_n) = t$ for some $t$in S. In this paper, will be defined compatible mapping in $(S, M,*)$ and compatible mapping in $(S, M, N,*,\bullet)$.

Keyword : metric space, fuzzy metric space, Intuitionistic fuzzy metric space, compatible mapping

1. PENDAHULUAN

Padasuatuhimpunantakkosong$S$ dapat dibentuk suatu barisan (x_n)di S. Di dalam skripsi ini, akan mengkaji konsep kekonvergenan suatu barisan dan konsep barisan Cauchy pada ruang metrik. Ruang metrik adalah himpunan tak kosong S yang dilengkapi dengan metrik d.

Padahimpunantakkosong$S$ dapat ditentukan himpunan kabur $A \subseteq S$ oleh sebuah fungsi$\mu_A: S \to [0,1]$yang disebutfungsikeanggotaandi A. Dari konsep himpunan kabur, didefinisikan konsep ruang metrik kabur $(S, M,*)$, dimana S adalah himpunan tak kosong, $M : S^2 \times (0,\infty) \to [0,1]$adalahmetrikpada$S$ dan $*$ $: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ adalah norma-t kontinu. Di dalam ruang metrik kabur didefinisikan beberapa konsep barisan diantaranya kekonvergenan barisan dan barisan Cauchy. Metrik$M(x, y, t)$ disebut derajat kedekatan antara x dan $y$yang bergantung pada t. Dari konsephimpunankaburtersebut, didefinisikanruangmetrikkabur intuitionistic $(S, M, N,*,\bullet)$ dengan $N : S^2 \times (0,\infty) \to [0,1]$adalahmetrikpada$Sdan\bullet$ $: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ adalah konorma-t kontinu. $M(x, y, t)$disebut derajat kedekatan antara x dan y yang bergantung pada t. $N(x, y, t)$disebut derajat ketidak dekatan antara x dan y yang bergantung pada t. Di dalamruangmetrikkabur intuitionistic $(S, M, N,*,\bullet)$didefinisikankekonvergenanbarisandanbarisan Cauchy.

Duafungsi$f$ dan g dikatakankompatibel pada (S, d)jikauntuksetiapbarisan(x_n)yang memenuhi

$$\lim_n\left(f(x_n)\right) = \lim_n\left(g(x_n)\right) = p \in S$$

berlaku

$$\lim_n\left(d\left(f(g(x_n)), g(f(x_n))\right)\right) = 0$$

Di dalamruangmetrikkaburdanruangmetrikkabur intuitionistic diberikandefinisipemetaankompatibel.

Barisan(x_n) didalam ruang metrik $(\mathbb{R}, d)$ dengan $d$adalahmetrikbiasapada$\mathbb{R}$ disebut barisankonvergenjikadanhanyajikabarisan(x_n) adalah barisan Cauchy. Di dalamskripsiiniakanmengkajiketerkaitanbarisankonvergen danbarisan Cauchy padasuatuhimpunandandenganmetrik$d$tertentu yang selanjutnyaakandikajiketerkaitanbarisankonvergendanbarisan Cauchy padaruangmetrikkaburdanruangmetrikkabur intuitionistic.Selainitu, akandikajiketerkaitanbarisan(x_n) yang konvergen di dalam ruang metrik (S, d) dengan barisan (x_n) yang konvergen di dalam ruang metrik kabur $(S, M,*)$, Keterkaitanantara(x_n) yang konvergen di dalam ruang metrik (S, d) dengan barisan (x_n) yang konvergen di dalam ruang metrik kabur intuitionistic $(S, M, N,*,\bullet)$ dan Keterkaitan antara (x_n) yang konvergen di dalam ruang metrik kabur $(S, M,*)$ dengan barisan (x_n) yang konvergen di dalam ruang metrik kabur intuitionistic $(S, M, N,*,\bullet)$. Di dalamskripsiiniakandikajiketerkaitanpemetaankompatibel padaruangmetrik(S, d)denganruangmetrikkabur$(S, M,*)$ dan ruang metrik kabur intuitionistic $(S, M, N,*,\bullet)$.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 RuangMetrikKabur

Sebelumdibahaspengertianruangmetrikkabur, terlebihdahuludiberikanpengertianhimpunankabur, pengertiannorma-tdankonorma-t.

Definisi 2.1.1(Kouikoglou,2009:12)

Diberikan$S$ sebarang himpunandandidefinisikanfungsikeanggotaan$\mu_A: S \to [0,1]$. Himpunankabur$A$ di S dinyatakan sebagai berikut:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in S\}$$

$\mu_A(x)$menyatakanderajatkeanggotaan$x$ di A.

Definisi 2.1.2(Alaca,2008:428)

Operasibiner$*: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$adalahnorma-t kontinujika$\forall\, a, b, c, d \in [0,1]$memenuhi :

a. $a * (b * c) = (a * b) * c, \forall a, b, c \in [0,1]$
b. $a * b = b * a, \forall a, b \in [0,1]$
c. $a * 1 = a, \forall a \in [0,1]$
d. $a * b \leq c * d$ jika $a \leq c$ dan $b \leq d$
e. $*$ kontinu pada $[0,1] \times [0,1]$

Definisi2.1.3(Alaca,2008:428)

Operasibiner$\bullet: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$disebutkonorma-t kontinujika$\forall a, b, c, d \in [0,1]$memenuhi :

a. $a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c,\ \forall a, b, c, \in [0,1]$
b. $a \bullet b = b \bullet a,\ \forall a, b \in [0,1]$
c. $a \bullet 0 = a, \forall a \in [0,1]$
d. $a \bullet b \leq c \bullet d$ jika$a \leq c$ dan $b \leq d$
e. $\bullet$ kontinu$\forall\, a, b, c, d \in [0,1]$

Definisi2.1.4(Aphane,2009:17)

Diberikan$S$adalahhimpunantakkosongdan$*$ adalahnorma-t kontinu.

Metrikkabur$M : S^2 \times (0, \infty) \to [0,1]$disebutmetrikkaburpada$S$, jika untuksetiap$x, y, z \in Sdant, s > 0$ berlaku:

a. $M(x, y, t) > 0$
b. $M(x, y, t) = 1$ jika dan hanya jika $x = y$
c. $M(x, y, t) = M(y, x, t)$
d. $M(x, y, t) * M(y, z, s) \leq M(x, z, t + s)$
e. $M(x, y, .) : (0, \infty) \to [0,1]$ kontinu

Himpunan$S$ yang dilengkapi dengan metrik kabur M dan norma-t kontinu $*$, dituliskan dengan $(S, M,*)$ disebut ruang metrik kabur. Selanjutnya, jika metrik kaburnya telah diketahui, maka ruang metrik kabur $(S, M,*)$ bisa ditulis dengan S.

Sebagaicontoh, Diberikanruangmetrik$(\mathbb{R}, d)$ dengan $d$metrikbiasapada$\mathbb{R}$. Metrik kabur $M(x, y, t) = \frac{1}{e^{\frac{|x-y|}{t}}}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}, t > 0dana * b = ab$ adalahmetrikkaburpada$\mathbb{R}$.$(S, M,*)$merupakan ruang metrik kabur.

Sebelumdiberikanpengertianbarisankonvergendanbarisan Cauchy padaruangmetrikkabur, terlebihdahuludiberikanpengertianbarisankonvergendanbarisan Cauchy padaruangmetrik.

Definisi 2.1.5(Aphane,2009:3)

Diberikan(S, d) adalah ruang metrik dan (x_n) adalah barisan di S.Barisan(x_n) konvergen ke $x \in S$ jika

$$\forall \varepsilon \in R, \varepsilon > 0, \exists \mathbb{N}(\varepsilon) \ni \forall n \geq \mathbb{N}(\varepsilon)$$

berlaku

$$d(x_n, x) < \varepsilon$$

Definisi 2.1.6 (Aphane,2009:5)

Barisan(x_n) pada ruang metrik (X, d) disebut barisan Cauchy jika $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0, \exists\, \mathbb{N}(\varepsilon) \ni \forall\, n, m \geq \mathbb{N}(\varepsilon)$berlaku $d(x_n, x_m) < \varepsilon$. Jika (x_n) pada ruang metrik (X, d) adalah Cauchy, maka dapat ditulis $\lim_{n,m} d(x_n, x_m) = 0$

Definisi 2.1.7(Aphane.2009:35)

Diberikanruangmetrikkabur$(S, M,*)$ dan barisan (x_n) di S

a. Barisan(x_n) dikatakan konvergen ke $x \in S$ di dalam ruang metrik kabur $(S, M,*)$ disingkat konvergen-M, jika untuk setiap $t > 0$ berlaku $lim_{n\to\infty} M(x_n, x, t) = 1$
b. Barisan(x_n) disebut barisan Cauchy di dalam ruang metrik kabur $(S, M,*)$ disingkat Cauchy-M, jika untuk setiap $t > 0$ dan $p \in \mathbb{N}$ berlaku $\lim_{n\to\infty} M\left(x_{n+p}, x_n, t\right) = 1$

Teorema 2.1.8
Diberikanruangmetrik(S,d) sebarang dan ruang metrik kabur $(X,M,*)$. Untuk sebarang barisan (x_n) di S berlaku:
(i) Barisan(x_n) konvergen $\Leftrightarrow$ (x_n) konvergen-M
(ii) (x_n) barisan Cauchy $\Leftrightarrow$ (x_n)barisan Cauchy-M

Teorema 2.1.9
Jikabarisan(x_n) di S adalah barisan konvergen di dalam ruang metrik, maka (x_n) adalah barisan Cauchy.
Konversdariteoremabelumtentubenar.
DiberikanhimpunanS $= (0,1)$ dengan d adalah metrik biasa pada S.
Barisan$\left(\frac{1}{n+1}, n \in \mathbb{N}\right)$ di S adalah barisan Cauchy tetapi tidak konvergen pada (S,d).

Teorema 2.1.10
Diberikan$(S,M,*)$ ruang metrik kabur dan barisan (x_n)didalam S. Jika barisan (x_n) konvergen-M, maka (x_n) barisan Cauchy-M.
Konversdariteoremabelumtentubenar.
Diberikanhimpunan$S = (0,1]$ dan didefinisikan metrik:

$$d(x,y) = |x-y|, \forall x,y \in (0,1]$$

Didefinisikanfungsi$M: S^2 x(0,\infty) \to [0,1]$ dengan $M(x,y,t) = \frac{1}{e^{\frac{|x-y|}{t}}}$untuksetiap$x,y \in Sdant > 0$.
$(S,M,*)$dimana$a * b = ab$.

$$(x_n) = \left(\frac{1}{n+2} : n \in N\right)$$

Barisan(x_n) tidak konvergen-M ke setiap $x \in S$, tetapi(x_n) merupakan barisan Cauchy-M.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 RuangMetrikKabur*Intuitionistic*

Definisimetrikkaburdanruangmetrikkabur*intuitionistic* diberikansebagaiberikut:

Definisi3.1.1(Samanta,2011:3)
Diberikan$S$ himpunan tak kosong dan $*$, $\bullet$ berturut-turut adalah norma-t kontinu dan konorma-t kontinu.
Mdan$N$ masing-masing disebut metrik pada $S^2 \times [0,\infty)$ jika memenuhi :

1. $M(x,y,t) + N(x,y,t) \le 1$, untuk setiap $x,y \in S$ dan $t > 0$
2. $M(x,y,0) = 0$, untuk setiap $x,y \in S$
3. $M(x,y,t) = 1$, jika dan hanya jika $x = y$, untuk setiap $x,y \in S$ dan $t > 0$
4. $M(x,y,t) = M(y,x,t)$, untuk setiap $x,y \in S$ dan $t > 0$
5. $M(x,y,t) * M(y,z,s) \le M(x,z,t+s)$, $\forall x,y,z \in S$ dan $t,s > 0$
6. $M(x,y,.): [0,\infty) \to [0,1]$ kontinu untuk setiap $x,y \in S$
7. $\lim_{t\to\infty} M(x,y,t) = 1$, untuk setiap $x,y \in S$
8. $N(x,y,0) = 1$, untuk setiap $x,y \in S$
9. $N(x,y,t) = 0$, jika dan hanya jika $x = y$, untuk setiap $x,y \in S$ dan $t > 0$
10. $N(x,y,t) = N(y,x,t)$, untuk setiap $x,y \in S$ dan $t > 0$
11. $N(x,y,t) \bullet N(y,z,s) \ge N(x,z,t+s)$, untuk setiap $x,y,z \in S$ dan $t,s > 0$
12. $N(x,y,.): [0,\infty) \to [0,1]$ kontinu untuk setiap $x,y \in S$
13. $\lim_{t\to\infty} N(x,y,t) = 0$, untuk setiap $x,y \in S$

Pasanganterurut(M,N) disebut metrik kabur intuitionistic pada S. $M(x,y,t)$dan$N(x,y,t)$ berturut-turut disebut derajat kedekatan dan derajat ketidak dekatan antara x dan y yang bergantung pada t. Himpunan S yang dilengkapidenganmetrikkabur intuitionistic, norma-t kontinu$*$ dan konorma-t kontinu $\bullet$ dituliskandengan$(S,M,N,*,\bullet)$ disebut ruang metrik kabur intuitionistic.

Sebagaicontoh, diberikanhimpunan$S = \left\{\frac{1}{n} : n \in N\right\} \cup \{0\}$, dan $*,\bullet$ berturut-turut adalah $a * b = ab$dan $a \bullet b = min\{1, a+b\}$. Metrik$M$ dan N pada S didefinisikan:

$$M(x,y,t) = \begin{cases} \dfrac{t}{t+|x-y|} & ; t > 0 \\ 0 & ; t = 0 \end{cases}$$

Dan

$$N(x,y,t) = \begin{cases} \dfrac{|x-y|}{t+|x-y|} & ; t > 0 \\ 1 & ; t = 0 \end{cases}$$

Dapatdibuktikanbahwa$(S,M,N,*,\bullet)$ merupakan ruang metrik kabur intuitionistic.

Teorema 3.1.2
Di dalamruangmetrikkaburintuitionistic $(S,M,N,*,\bullet)$. $M(x,y,.)$adalah fungsi nondecreasing dan $N(x,y,.)$ adalah fungsi nonincreasing pada S untuk setiap $x,y \in S$.

Lemma 3.1.3
Jika$M(x,y,*)$ metrik kabur, dengan $N = 1 - M$ dan $\bullet$ konorma-t yang didefinisikan:
$x \bullet y = 1 - ((1-x) * (1-y))$untuk setiap $x,y \in S$, maka $(S,M,N,*,\bullet)$ merupakan ruang metrik kabur intuitionistic.

Lemma 3.1.4
Diberikan$(S,M,N,*,\bullet)$ adalah ruang metrik kabur intuitionistic. Jika untuk setiap bilangan $k \in (0,1)$, $M(x,y,kt) \ge M(x,y,t)$ dan $N(x,y,kt) \le N(x,y,t)$maka $x = y$.

Definisi3.1.5(Muralisankar,2009:508)
Diberikanruangmetrikkabur intuitionistic $(S,M,N,*,\bullet)$ dan (x_n) adalah barisan di S.
(i) Barisan(x_n) dikatakan konvergen ke $x \in S$ di dalam ruang metrik kabur intuitionistic $(S,M,N,*,\bullet)$ disingkat konvergen-I, jika untuk setiap $t > 0$ berlaku

$$\lim_{n\to\infty} M(x_n,x,t) = 1$$

dan

$$\lim_{n\to\infty} N(x_n,x,t) = 0$$

(ii) Barisan(x_n) disebut barisan Cauchy di dalam ruang metrik kabur intuitionistic $(S,M,N,*,\bullet)$ disingkat barisan Cauchy-I, jika untuk setiap $t > 0$ dan $p > 0$ berlaku

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p},x_n,t) = 1$$

dan

$$\lim_{n\to\infty} N(x_{n+p},x_n,t) = 0$$

Lemma 3.1.6

Diberikanruangmetrikkabur$(S,M,*)$ dan ruang metrik kabur intuitionistic $(S,M,N,*,\bullet)$. Untuk setiap barisan (x_n) di Sberlaku :

(i) (x_n) konvergen-M ⇔ (x_n) konvergen-I

(ii) (x_n) barisan cauchy-M ⇔ (x_n) barisan cauchy-I

Bukti

(i) Dari arahkiri

Karena(x_n) barisan konvergen-M maka $lim_{n\to\infty} M(x_n,x,t) = 1$.

BerdasarkanDefinisi 3.1

$$M(x_n,x,t) + N(x_n,x,t) \le 1, \forall x_n, x \in S$$
$$\lim_{n\to\infty}\left(M(x_n,x,t) + N(x_n,x,t)\right) \le 1$$
$$\lim_{n\to\infty} M(x_n,x,t) + \lim_{n\to\infty} N(x_n,x,t) \le 1$$
$$\lim_{n\to\infty} N(x_n,x,t) \le 1 - \lim_{n\to\infty} M(x_n,x,t)$$
$$\lim_{n\to\infty} N(x_n,x,t) \le 1 - 1 = 0$$

Karena$N(x_n,x,t) \ge 0$maka $\lim_{n\to\infty} N(x_n,x,t) \ge 0$. Akibatnya $\lim_{n\to\infty} N(x_n,x,t) = 0$. Dengan demikian (x_n) konvergen-I.

Buktidariarahkanan

Karena(x_n) konvergen-I maka $\lim_{n\to\infty} M(x_n,x,t) = 1$. Dengan demikian (x_n) konvergen-M.

(i) Buktidarikiri

Karena(x_n) barisan cauchy-M maka $lim_{n\to\infty} M(x_{n+p},x_n,t) = 1$.

Berdasarkandefinisi 3.1

$$M(x_n,x,t) + N(x_n,x,t) \le 1, \forall x_n, x \in S$$
$$\lim_{n\to\infty} M(x_n,x,t) + \lim_{n\to\infty} N(x_n,x,t) \le 1$$
$$\lim_{n\to\infty} N(x_{n+p},x_n,t) \le 1 - \lim_{n\to\infty} M(x_{n+p},x_n,t)$$
$$\lim_{n\to\infty} N(x_{n+p},x_n,t) \le 1 - 1 = 0$$

Karena$N(x_{n+p},x_n,t) \ge 0$ maka $\lim_{n\to\infty} N(x_{n+p},x_n,t) = 0$

Sehinggalim$_{n\to\infty} N(x_{n+p},x_n,t) = 0$. Dengan demikian (x_n) adalah barisan Cauchy-I.

Buktidariarahkanan

Karena(x_n) adalah barisan Cauchy-I maka $\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p},x_n,t) = 1$. Dengan demikian (x_n)adalahbarisan Cauchy-M` .■

Lemma 3.1.7

Diberikanruangmetrikkabur intuitionistic $(S,M,N,*,\bullet)$ dan (x_n) barisan di S. Jikabarisan(x_n) konvergen-I, maka (x_n) merupakan barisan Cauchy-I.

Bukti

Diketahuibarisan(x_n) konvergen-I , artinya untuk setiap $t > 0$ berlaku

$$\lim_{n\to\infty} M(x_n,x,t) = 1$$

dan

$$\lim_{n\to\infty} N(x_n,x,t) = 0$$

haliniberakibat

untuksetiap$p \in N$ dan $t > 0$ berlaku

$$\lim_{n\to\infty} M\left(x_{n+p},x,\frac{t}{2}\right) = 1$$

dan

$$\lim_{n\to\infty} N\left(x_{n+p},x,\frac{t}{2}\right) = 0$$

Selanjutnyadiperoleh

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p},x_n,t) \ge \lim_{n\to\infty} M\left(x_{n+p},x,\frac{t}{2}\right) * \lim_{n\to\infty} M\left(x,x_n,\frac{t}{2}\right)$$
$$\ge 1 * 1 = 1.$$

Karena

$$M(x_{n+p},x_n,t) \le 1$$

maka

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p},x_n,t) \le 1$$

Akibatnya

$$\lim_{n\to\infty} M(x_{n+p},x_n,t) = 1$$

Dengancara yang sama, untuksetiap$p \in N$ dan $t > 0$ berlaku

$$\lim_{n\to\infty} N(x_{n+p},x_n,t) \le \lim_{n\to\infty} N\left(x_{n+p},x,\frac{t}{2}\right) \bullet \lim_{n\to\infty} N\left(x,x_n,\frac{t}{2}\right)$$
$$\le 0 \bullet 0 = 0.$$

Karena

$$N(x_{n+p},x_n,t) \ge 0$$

maka

$$\lim_{n\to\infty} N(x_{n+p},x_n,t) \ge 0$$

Akibatnya

$$\lim_{n\to\infty} N(x_{n+p},x_n,t) = 0$$

Jadi(x_n) merupakan barisan Cauchy-I.

Konversdariteoremabelumtentubenar.

Diketahuiruangmetrik$((0,1],d)$ dengan $d(x,y) = |x-y|, \forall x,y \in (0,1]$. Dibentuk ruang metrik kabur darah aljabar $((0,1],M,*_{da})$ dan metrik kabur intuitionistic standar $((0,1],M,N,*_{da},\bullet)$. Barisan $(x_n) = \left(\frac{1}{n+2}, n \in N\right)$ adalah barisan Cauchy-I tetapi tidak konvergen-I. .■

3.2 **PEMETAAN KOMPATIBEL**

Definisi 3.2.1(Singh,2011:504)

Diberikan(S,d) ruang metrik. Dua pemetaan $f,g: S \to S$ disebut kompatibel pada ruang metrik (S,d) jika

$$\lim_n \left(d\left(f(g(x_n)), g(f(x_n))\right)\right) = 0$$

Bilamana(x_n) adalah barisan di S sedemikian hingga

$$\lim_n (f(x_n)) = \lim_n (g(x_n)) = t, \qquad t \in S$$

Sebagaicontoh, diberikan$S = \mathbb{R}$

$$f(x) = x^3$$
$$g(x) = 2 - x$$

$f$dan$g$ adalah kompatibel pada $(\mathbb{R}, d)$.

Definisi3.2.2 (Jha,2013:85)
Diberikan(S, d) ruang metrik. Dua pemetaan $f, g: S \to S$ pada ruang metrik kabur $(S, M,*)$.
$f$dan$g$ disebut kompatibel jika

$$\lim_n \Big(M\big(f(g(x_n)), g(f(x_n)), t\big)\Big) = 1$$

bilamana(x_n) barisan di S sedemikian hingga

$$\lim_n(f(x_n)) = \lim_n(g(x_n)) = p \in S$$

Teorema 3.2.3
Jika$f$ dan g kompatibel pada ruang metrik (S, d), maka f dan g kompatibel pada ruang metrik kabur $(X, M,*)$
Bukti
Karena$f$ dan g kompatibel pada ruang metrik (S, d) maka untuk setiap barisan (x_n) di S sedemikian hingga

$$\lim_n(f(x_n)) = \lim_n(g(x_n)) = t, \qquad t \in S$$

berlaku

$$\lim_n \Big(d\Big(f\big(g(x_n)\big), g\big(f(x_n)\big)\Big)\Big) = 0.$$

BerdasarkanTeorema 2.1.8 bagian (i) diperoleh

$$\lim_n \Big(M\big(f(g(x_n)), g(f(x_n)), t\big)\Big) = 1$$

$f$dan$g$ kompatibel pada pada ruang metrik kabur $(S, M,*)$. ■

Definisi 3.2.4(Alaca,2008:431)
Diberikan$f$ dan g adalah pemetaan pada ruang metrik kabur intuitionistic $(S, M, N,*,\bullet)$. Fungsi f dan g dikatakan kompatibel jika untuk sebarang $t > 0$ berlaku

$$\lim_n \Big(M\big(f(g(x_n)), g(f(x_n)), t\big)\Big) = 1$$

dan

$$\lim_n\big(N(fg(x_n), gf(x_n), t)\big) = 0$$

bilamana(x_n) adalah barisan di S sedemikian hingga

$$\lim_n(f(x_n)) = \lim_n(g(x_n)) = z$$

Untuk suatu$z \in S$.

Teorema 3.2.5
Jika$f$ dan g kompatibel pada ruang metrik kabur $(S, M,*)$, maka f dan g kompatibel pada ruang metrik kabur intuitionistic $(X, M, N,*,\bullet)$
Bukti
Karena$f$ dan g kompatibel pada ruang metrik kabur $(S, M,*)$ maka

$$\lim_n \Big(M\big(f(g(x_n)), g(f(x_n)), t\big)\Big) = 1$$

bilamana(x_n) barisan di S sedemikian hingga

$$\lim_n(f(x_n)) = \lim_n(g(x_n)) = p \in S$$

BerdasarkanTeorema 3.1.6 diperoleh

$$\lim_n \Big(N\big(f(g(x_n)), g(f(x_n)), t\big)\Big) = 0$$

Jadi$f$ dan g kompatibel pada ruang metrik kabur intuitionistic $(X, M, N,*,\bullet)$. . ■

PENUTUP

Simpulan

Dari pembahasan yang telah diuraikan dalam skripsi ini, dapat diambil kesimpulan bahwa :

1. Barisan(x_n)di$S$yangkonvergen di dalamruangmetrikadalahbarisan Cauchy.Konversdariteoremabelumtentubenar.
2. Barisan(x_n)di$S$yangkonvergen di dalamruangmetrik kaburdalahbarisan Cauchy.Konversdariteoremabelumtentubenar.
3. Barisan(x_n)di$S$ yangkonvergen di dalamruangmetrik kabur intuitionistic, adalahbarisan Cauchy.Konversdariteoremabelumtentubenar.
4. Dua pemetaan yang kompatibel pada ruang metrik adalah kompatibel pada ruang metrik kabur dan ruang metrik kabur intuitionistic

Saran

Penelitian ini bisa dilanjutkan pada ruang metrik yang lebih umum, misalnya ruang metrik dengan himpunan kabur $S \times S \times S \times (0, \infty)$.

DAFTAR PUSTAKA

Alaca,C. dkk.(2008). *On compatible mappings of type (I) and (II) in intuitionistic fuzzy metric spaces*. Korean Math. Soc. 23, No.3,pp. 427-446

Aphane, M. (2009). *On some results of analysis in metric spaces and fuzzy metric spaces*. Thesis. University of South Africa.

Jha, K. (2013). *A fixed point theorems for semi Compatible Maps in Intuitionistic Fuzzy Metric Space*. Kathmandu University Jurnal of Science, Engineering and Technology. Vol9,no.1, 83-89

Karim M. A. dkk. (2012). *KriteriaKekonvergenan Cauchy padaRuangMetrikKaburIntuitionistic*. Vol.6, no.1,9-16

Kouikoglou V. S. &Phillis Y. A. (2009). *FuzzyMeasurement of sustainability*. New York.

Manuharawati. (2003).*Analisis Real*. Departemenpendidikannasional: Surabaya.

Muralisankar, S. &Kalpana G. (2009). *Comon fixed point Theorems in Intuitionistic Fuzzy Metric Space Using General Contractive Condition of Integral Type*. Int J Contemp. Math. Sciences, Vol4, no.11, 505-518

Samanta T. K. &MohintaS. (2011). *On fixed point Theorems in Intuitionistic Fuzzy Metric Space1*. Gen. Math. Notes, Vol3, no.2, 1-12

Singh M. R. & Singh Y. M. (2011).*On various types of Compatible Maps and Common Fixed Point Theorems for non-continuous maps*. HacettepeJurnal of Mathematics and Statistics. Vol40(4), 503-513

http//mathwold. wolfram.com/ NondecreasingFunction. html, diaksespadaSenin, 11 Agustus 2014

http//mathwold. wolfram.com/ NonIncreasingFunction. html, diaksespadaSenin, 11 Agustus 2014

http//mathwold. wolfram.com/ BinaryOperation.html, diaksespadaSenin, 11 Agustus 2014