PEMANFAATAN SUMBER DAYA ALAM TERBARUKAN DALAM MODEL SEWA EKONOMI

F. HANUM[1], E. H. NUGRAHANI[1], S. SUSANTI[2]

Abstrak

Sumber daya alam, baik biotik maupun abiotik merupakan kekayaan bumi yang dapat dimanfaatkan untuk memenuhi kebutuhan dan kesejahteraan manusia. Sumber daya alam terbarukan adalah sumber daya alam yang dapat diperbarui seperti hewan, tumbuhan, air, dan udara. Tujuan penelitian ini ialah merekonstruksi model sewa ekonomi dan memberikan simulasi solusi maksimum dari penerimaan sewa ekonomi. Dalam penelitian ini, diambil tiga kasus yang berbeda, sehingga setiap kasus yang diambil akan menghasilkan penerimaan sewa ekonomi maksimum. Penelitian ini juga, membuat simulasi solusi maksimum penerimaan sewa ekonomi dan setiap kasus akan bernilai positif.

Kata kunci: sumber daya alam, sumber daya alam terbarukan, sewa ekonomi.

PENDAHULUAN

Sumber daya alam, baik biotik maupun abiotik, merupakan kekayaan bumi yang dapat dimanfaatkan untuk memenuhi kebutuhan dan kesejahteraan manusia. Sumber daya alam dibedakan menjadi dua, yaitu sumber daya alam terbarukan dan sumber daya alam tak terbarukan. Sumber daya alam terbarukan adalah sumber daya alam yang dapat diperbarui seperti hewan, tumbuhan, air, dan udara, sedangkan sumber daya alam tak terbarukan adalah sumber daya alam yang tidak dapat diperbarui seperti emas, perak, minyak bumi dan sebagainya. Sumber daya alam memiliki peran penting yaitu sebagai modal pertumbuhan ekonomi dan sebagai penopang sistem kehidupan. Hasil hutan, hasil laut, perikanan, pertambangan, dan pertanian memberikan kontribusi produk domestik nasional dan menyerap tenaga kerja. Pengelolaan sumber daya alam yang telah dilakukan pada sektor kehutanan antara lain mengefektifkan sumber daya yang tersedia dalam pengelolaan hutan dan memanfaatkan hasil hutan nonkayu dan jasa lingkungan secara optimal. Pengelolaan pada sektor kelautan dan perikanan antara lain mengelola dan mendayagunakan potensi sumber daya laut dan pesisir, meningkatkan upaya konservasi laut dan pesisir, dan pemulihan ekosistem yang rusak. Pengelolaan pada sektor pertambangan antara lain dengan meningkatkan manfaat dan nilai tambah sumber daya alam pertambangan, pemulihan kawasan yang telah terjadi penambangan (PPLH 2009).

Isu yang berkaitan dengan sumber daya alam antara lain ialah kebutuhan

[1] Departemen Matematika, Fakultas Ilmu Matematika dan Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680.

[2] Mahasiswa S1, Departemen Matematika, Fakultas Ilmu Matematika dan Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680.

manusia akan sumber daya alam, adanya pergeseran para pengguna sumber daya alam dari yang menggunakan sumber daya alam terbarukan menjadi sumber daya alam tak terbarukan, peranan sumber daya alam dan lingkungan, kualitas sumber daya alam, kelangkaan sumber daya alam, lokasi cadangan sumber daya alam yang terletak jauh dari para pengguna sumber daya alam, pemanfaatan sumber daya alam yang tidak bijaksana, belum ada pertimbangan lingkungan, dan semakin meningkatnya ketergantungan manusia pada sumber daya alam. Pemanfaatan sumber daya alam yang tidak bijaksana dapat mengakibatkan terkurasnya sumber daya alam sebelum waktunya. Contoh akibat pemanfaatan sumber daya alam seperti ini pada sektor kehutanan antara lain kebakaran hutan, penyelundupan kayu, dan penebangan liar; di sektor perikanan dan kelautan antara lain *illegal fishing*, penambangan terumbu karang, dan eksploitasi sumber daya alam laut; dan di sektor pertambangan seperti penambangan terbuka. Faktor lain yang memengaruhi rusaknya sumber daya alam antara lain rendahnya kesadaran masyarakat dalam memelihara lingkungan, pertumbuhan penduduk yang pesat, dan perkembangan teknologi yang tidak ramah lingkungan. Meski sumber daya alam dimanfaatkan untuk kemakmuran manusia tetapi kelestarian sumber daya alam tetap harus diperhatikan.

Perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika juga memberikan peranan berupa suatu tiruan fenomena sumber daya alam terbarukan dan memberikan solusi dari fenomena sumber daya alam. Ekonomi sumber daya alam adalah salah satu cabang ilmu ekonomi yang mencoba menerapkan teori ekonomi dalam pengelolaan sumber daya alam dan energi untuk memenuhi kebutuhan manusia secara optimal dan lestari. Peranan ekonomi sangat erat kaitannya dengan pengambilan keputusan dalam menggunakan sumber daya alam dan lingkungan. Satu hal penting yang mendasar dari aspek ekonomi sumber daya alam adalah bagaimana ekstraksi sumber daya alam tersebut dapat memberikan manfaat atau kesejahteraan kepada masyarakat secara keseluruhan.

TINJAUAN PUSTAKA

Penelitian mengenai analisis ekonomik dari sumber daya alam terbarukan sudah banyak dilakukan. Penelitian ini diawali dengan analisis ekonomik mengenai dinamika populasi paus biru Antartika [3]. Dalam penelitian ini Clark mengungkapkan bahwa eksploitasi berlebihan (sehingga dapat mengurangi populasi) paus biru disebabkan oleh persaingan antarnelayan dan keinginan untuk memaksimumkan keuntungan nelayan. Beberapa analisis mengenai sumber daya alam terbarukan memang di bidang perikanan seperti dalam [10] yang menggunakan variasi tingkat pemanenan ikan sebagai variabel kontrol, atau dalam [6] yang memandang cadangan ikan kod di Laut Baltik sebagai kapital/modal. Analisis di bidang yang lebih umum juga telah banyak diteliti seperti dalam [11] yang menggunakan kalkulus variasi untuk menentukan solusi pemanenan optimal yang memaksimumkan *present value* dari sumber daya alam terbarukan; dalam [8] yang memodelkan eksploitasi suatu populasi menggunakan persamaan logistik yang bergantung pada waktu dan berkoefisien konstan; dalam [9] yang menggunakan pemanenan berbasis seleksi Darwin; dalam [14, 6, 2] yang memodelkan dinamika populasi dengan kasus lokasi spasial; dalam [7] yang menggunakan pembayaran pajak sebagai variabel kontrol, dan dalam [15] yang menggunakan model opsi real untuk menggambarkan dinamika populasi sumber daya alam. Dalam penelitian ini, eksploitasi sumber daya alam terbarukan dikaitkan dengan sewa ekonomi (*economic rent*).

Pada umumnya, para ahli biologi/lingkungan berkepentingan untuk memaksimumkan hasil produksi yang berkelanjutan (*sustainable yield*) sehingga pemanenan harus dibatasi. Di pihak lain, para pelaku ekonomi tentu ingin memaksimumkan keuntungan dengan sebanyak mungkin melakukan pemanenan. Dalam kasus seperti ini, para ekonom harus memaksimumkan sewa ekonomi. Di sini, pengertian sewa ekonomi adalah pendapatan bersih yang diperoleh dari pemanenan sumber daya alam yang boleh dipanen dikurangi dengan biaya produksi [4].

MODEL PEMANENAN SUMBER DAYA ALAM

Teori ekonomi modern memperlakukan cadangan sumber daya alam terbarukan sebagai modal alam [2]. Berdasarkan gagasan ini, [2] menggambarkan model dasar tentang sumber daya alam terbarukan yang dikaitkan dengan ekonomi. Misalkan bila tidak ada pemanenan, maka dinamika populasi dari sumber daya alam terbarukan diasumsikan sebagai

$$\dot{x} = f(x)$$

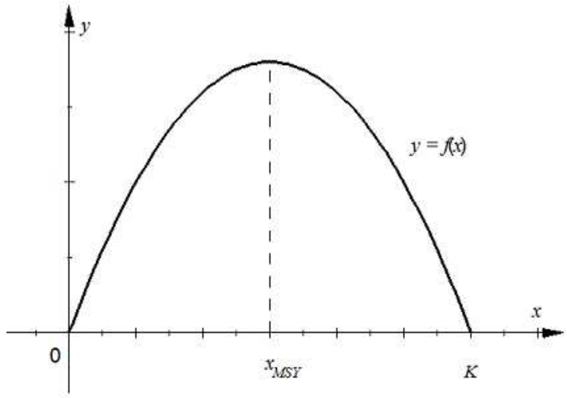
dengan $x(t) =$ populasi sumber daya alam terbarukan pada waktu $t > 0$, dan $\dot{x} = dx/dt$. Ketika pemanenan diperkenalkan maka sistem dinamika populasi mengikuti persamaan sebagai berikut

$$\dot{x} = f(x) - h(t) \tag{1}$$

dengan $h(t) =$ hasil panen sumber daya alam terbarukan pada waktu $t > 0$. Dalam bahasa ekonomi, persamaan (1) merupakan bentuk standar dari model akumulasi modal-konsumsi dengan x menyatakan cadangan modal (dan $f(x)$ fungsi produksi dari sumber daya alam x) serta h menyatakan tingkat konsumsi. Dalam teori kapital/modal, fungsi f biasanya diasumsikan merupakan fungsi naik dan cekung ke bawah ($f'(x) > 0, f''(x) < 0$). Dalam model pemanfaatan sumber daya alam, pada umumnya fungsi f dalam persamaan (1) diasumsikan mencapai nilai maksimum di suatu nilai $x = x_{MSY}$, (yaitu tingkat cadangan sumber daya alam pada saat MSY (*maximum sustainable yield*)), dan kemudian nilai fungsi f terus berkurang hingga mencapai nol di suatu nilai $x = K$ yang merupakan ukuran populasi (Clark, 1999). Jadi fungsi produksi f yang menyatakan tingkat produktivitas dari sumber daya x bersifat:

$$f(0) = 0, f(K) = 0, f''(x) < 0, \text{ dan } \max f(x) = f(x_{MSY}) = h_{MSY}, \tag{2}$$

dan diilustrasikan pada Gambar 1.



Gambar 1 Ilustrasi fungsi produksi *f*

Dalam perencanaan pemanenan yang memperhatikan kesetimbangan alam, maka $\dot{x} = 0$ sehingga laju pemanenan h diasumsikan berbentuk

$$h = f(x), \tag{3}$$

dengan $f(x)$ ialah tingkat produktivitas sumber daya x. Diasumsikan bahwa ada pemanenan sumber daya alam terbarukan dengan x merupakan *input* sumber daya alam terbarukan, $R(x)$ merupakan fungsi sewa ekonomi, $p(h)$ merupakan harga satuan hasil panen h, $c(x,h) = c(h)$ merupakan biaya satuan produksi hasil panen h. Disini, sewa ekonomi didefinisikan sebagai berikut

$$R(x) = [p(h) - c(x,h)]h. \tag{4}$$

Dalam [1] diasumsikan bahwa

$$p(h) = \frac{p}{h^{1-\alpha}}, \qquad 0 < \alpha < 1, \text{ dan}$$
$$c(x,h) = c(h) = \lambda + \frac{c}{h}. \tag{5}$$

dengan $p > 0$ ialah harga satuan dari produksi, $c > 0$ ialah biaya satuan dari produksi, dan $\lambda > 0$ ialah biaya-tetap per pemanenan. Jika persamaan (3) dan (5) disubstitusikan ke persamaan (4), maka persamaan sewa ekonomi menjadi

$$R(x) = p([f(x)]^{\alpha}) - \lambda[f(x)] - c, \tag{6}$$

sehingga

$$R'(x) = \{\alpha p([f(x)]^{\alpha-1}) - \lambda\}f'(x), \tag{7}$$

$$R''(x) = \{\alpha p[f(x)]^{\alpha-1} - \lambda\}f''(x) - \alpha(1-\alpha)p[f(x)]^{\alpha-2}[f'(x)]^2. \tag{8}$$

Dari persamaan (7) terlihat bahwa $R'(x) = 0$ (berarti fungsi R mempunyai titik kritis) bila $f'(x) = 0$. Dari sini diperoleh

$$f(x) = k, \tag{9}$$

dengan k suatu konstanta dan dari sini diperoleh

$$k = \left[\frac{\alpha p}{\lambda}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \tag{10}$$

Dari persamaan ini diperoleh $k^{1-\alpha} = \frac{\alpha p}{\lambda}$, atau $\frac{\lambda}{p} = \frac{\alpha}{k^{1-\alpha}} = \alpha k^{\alpha-1}$.

Penggunaan Model Sewa Ekonomi dengan $f(x) = \sqrt{x} - x$

Misalkan $f(x) = \sqrt{x} - x$, maka f terdefinisi untuk $x \geq 0$ dan $f'(x) = 0$ bila $x_1{}^* = \frac{1}{4}$. Perhatikan bahwa

$$f(0) = 0 = f(1), \qquad f''(x) = -\frac{1}{4x^{3/2}} < 0, \text{untuk } x > 0,$$

dan f mencapai maksimum pada saat $x_1{}^* = \frac{1}{4} = x_{MSY}$. Ini berarti fungsi f memenuhi sifat-sifat pada (2) seperti yang dimaksudkan dalam (Clark, 1999). Agar bermakna secara ekonomi, maka daerah definisi fungsi f dibatasi hanya untuk $0 \leq x \leq 1$.

Dari persamaan (9) diperoleh persamaan

$$x^2 - (1 - 2k)x + k^2 = 0. \tag{11}$$

Akar-akar dari persamaan (11) ialah sebagai berikut

$$x_2^* = \frac{(1 - 2k) - \sqrt{1 - 4k}}{2} \tag{12a}$$

$$x_3^* = \frac{(1 - 2k) + \sqrt{1 - 4k}}{2} \tag{12b}$$

Akan ditinjau tiga kasus berdasarkan nilai $1 - 4k$.

Kasus 1 : $1 - 4k < 0$

Jika $1 - 4k < 0$ (berarti $k > \frac{1}{4}$), maka rasio biaya-tetap dengan harga $\frac{\lambda}{p} < \alpha 4^{1-\alpha}$. Karena $1 - 4k < 0$ maka x_2 dan x_3 bukan bilangan real sehingga $x_1^* = \frac{1}{4}$ merupakan titik yang memenuhi kondisi ekstrem lokal pada $R(x)$. Dari persamaan (8) diperoleh $R''\left(\frac{1}{4}\right) = (\alpha 4^{1-\alpha} - \lambda)(-2) < 0$. Ini berarti sewa ekonomi akan mencapai maksimum pada $x_1^* = \frac{1}{4}$. Dari persamaan (6) diperoleh nilai sewa ekonomi pada $x_1^* = \frac{1}{4}$ adalah

$$R\left(\frac{1}{4}\right) = p\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right)^{\alpha} - \lambda f\left(\frac{1}{4}\right) - c = \beta - \gamma,$$

dengan

$$\beta = p\left(\frac{1}{4}\right)^{\alpha}, \qquad \text{dan } \gamma = \left(c + \frac{\lambda}{4}\right).$$

Jadi nilai maksimum dari sewa ekonomi, yaitu $R\left(\frac{1}{4}\right)$, bernilai positif hanya jika $\beta > \gamma$, sedangkan $R\left(\frac{1}{4}\right) = 0$, bila $\beta = \gamma$, dan $R\left(\frac{1}{4}\right) < 0$ bila $\beta < \gamma$.

Kasus 2 :$\mathbf{1 - 4k = 0}$

Jika $1 - 4k = 0$ (berarti $k = \frac{1}{4}$), maka rasio biaya-tetap dengan harga $\frac{\lambda}{p} = \alpha 4^{1-\alpha}$. Karena $1 - 4k = 0$ maka dari persamaan (12a) dan (12b) diperoleh $x_2^* = x_3^* = \frac{1}{4}$, sehingga sewa ekonomi $R(x)$ mempunyai satu titik ekstrem lokal. Seperti Kasus 1, $R''\left(\frac{1}{4}\right) = (\alpha 4^{1-\alpha} - \lambda)(-2) < 0$ sehingga $R(x)$ mencapai maksimum di $x^* = \frac{1}{4}$ dengan nilai sewa ekonomi $R\left(\frac{1}{4}\right)$. Seperti halnya pada Kasus 1, nilai maksimum dari sewa ekonomi bernilai positif hanya jika $\beta > \gamma$.

Kasus 3 : $\mathbf{1 - 4k > 0}$

Jika $1 - 4k > 0$ (berarti $k < \frac{1}{4}$), maka rasio biaya-tetap dengan harga $\frac{\lambda}{p} > \alpha 4^{1-\alpha}$. Karena $1 - 4k > 0$, maka sewa ekonomi $R(x)$ mempunyai tiga titik kritis yaitu

$$x_1^* = \frac{1}{4}, x_2^* = \frac{(1-2k)-\sqrt{1-4k}}{2},\ x_3^* = \frac{(1-2k)+\sqrt{1-4k}}{2}.$$

Karena $\lambda > \alpha p 4^{1-\alpha}$, maka $R''\left(\frac{1}{4}\right) = (\alpha 4^{1-\alpha} - \lambda)(-2) > 0$. Ini berarti bahwa sewa ekonomi $R(x)$ akan mencapai minimum lokal pada $x_1^* = \frac{1}{4}$. Dari kekontinuan fungsi R, maka diperoleh $x_2^* < x_1^* < x_3^*$. Dari persamaan-persamaan (6), (9),dan (10) diperoleh bahwa sewa ekonomi $R(x)$ akan positif bila

$$p\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\alpha/_{1-\alpha}} > c + \lambda\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{1/_{1-\alpha}}.$$

Karena $R(x)$ mencapai minimum lokal pada $x = \frac{1}{4}$, maka terdapat tiga kondisi yang mungkin, yaitu:

a) $R(x) > 0$ untuk ketiga titik kritis bila $p\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\alpha/_{1-\alpha}} > c + \lambda\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{1/_{1-\alpha}}$ dan $\beta > \gamma$,

b) $R(x_2^*), R(x_3^*) > 0$ dan $R(x_1^*) < 0$, bila $p\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\alpha/_{1-\alpha}} > c + \lambda\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{1/_{1-\alpha}}$ dan $\beta < \gamma$,

c) $R(x_1^*), R(x_2^*), R(x_3^*) < 0$ jika $p\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\alpha/_{1-\alpha}} < c + \lambda\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{1/_{1-\alpha}}$ dan $\beta < \gamma$.

Berikut akan diberikan hasil simulasi ketiga kasus tersebut.

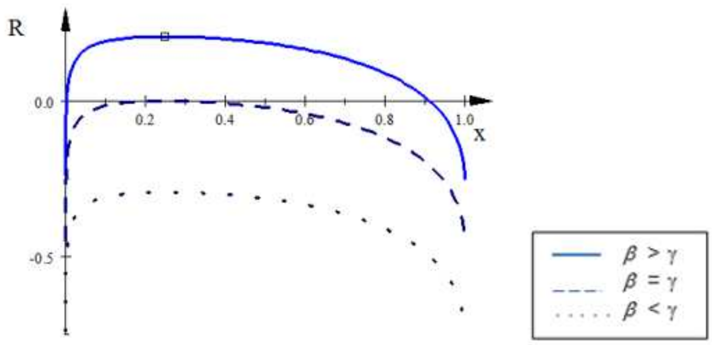
Simulasi 1 : Kasus 1 $(\mathbf{1 - 4k < 0})$

Akan disimulasikan penerimaan sewa ekonomi pada persamaan (6) dengan fungsi tingkat produktivitas $f(x) = \sqrt{x} - x$ terhadap tiga kasus yaitu $\beta > \gamma,\ \beta = \gamma,$ $\beta < \gamma$. Misalkan diambil $k = 0.5$ dan $\alpha = 0.5$, maka dari Persamaan (10), diperoleh $\frac{\lambda}{p} = 0.70711 < 1$. Telah diketahui bahwa $\beta = \frac{p}{4^\alpha}$, dan $\gamma = \left(c + \frac{\lambda}{4}\right)$. Misalkan dipilih $\lambda = 1$, maka $p = 1.414$. Nilai-nilai parameter dan data lain pada Simulasi 1 dapat dilihat pada Tabel 1 dan grafik fungsi sewa ekonomi R pada Gambar 2.

Tabel 1

Nilai-nilai parameter untuk Simulasi 1

Kasus	k	α	λ	p	β	γ	c	$R(0.25)$
$\beta > \gamma$	0.5	0.5	1	1.414	0.707	0.500	0.250	0.207
$\beta = \gamma$	0.5	0.5	1	1.414	0.707	0.707	0.457	0
$\beta < \gamma$	0.5	0.5	1	1.414	0.707	1.000	0.750	–0.203



Gambar 2 Simulasi penerimaan sewa ekonomi pada Kasus 1

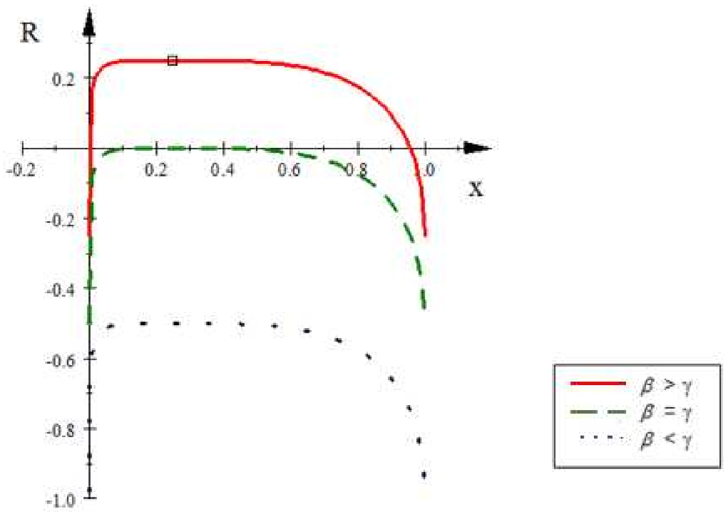
Dari Gambar 2 terlihat bahwa nilai maksimum dari sewa ekonomi bernilai positif hanya jika berlaku $\beta > \gamma$ dan bila $k = \frac{1}{2}$ maka sewa ekonomi akan mencapai maksimum pada $x_1^* = \frac{1}{4}$ dengan nilai $R\left(\frac{1}{4}\right) = \beta - \gamma = 0.207.$

Simulasi 2 : Kasus 2 $(1 - 4k = 0)$

Simulasi untuk Kasus 2 seperti pada Kasus 1, namun dengan $k = \frac{1}{4}$. Dalam Kasus 2, $\frac{\lambda}{p} = \alpha 4^{1-\alpha}$. Misalkan dipilih $\alpha = 0.5$, maka $\frac{\lambda}{p} = 1$, sehingga $\lambda = p$. Untuk simulasi ini, misalkan dipilih $\lambda = p = 2$, sehingga $\beta = 1$. Nilai-nilai parameter yang digunakan pada Simulasi 2 dapat dilihat pada Tabel 2 dan grafik fungsi sewa ekonomi R pada Gambar 3.

Tabel 2
Nilai-nilai parameter untuk Simulasi 2

Kasus	k	α	λ	p	β	γ	c
$\beta > \gamma$	0.25	0.5	2	2	1	0.75	0.25
$\beta = \gamma$	0.25	0.5	2	2	1	1.00	0.50
$\beta < \gamma$	0.25	0.5	2	2	1	1.50	1.00



Gambar 3 Penerimaan sewa ekonomi untuk Kasus 2

Dari Gambar 3, terlihat bahwa nilai maksimum dari sewa ekonomi bernilai positif hanya dalam kondisi $\beta > \gamma$ dan bila $k = \frac{1}{2}$ maka sewa ekonomi akan mencapai maksimum di $x_1^* = \frac{1}{4}$ dengan nilai $R\left(\frac{1}{4}\right) = \beta - \gamma = 0.25$.

Simulasi 3 : Kasus 3 $(\mathbf{1 - 4k > 0})$

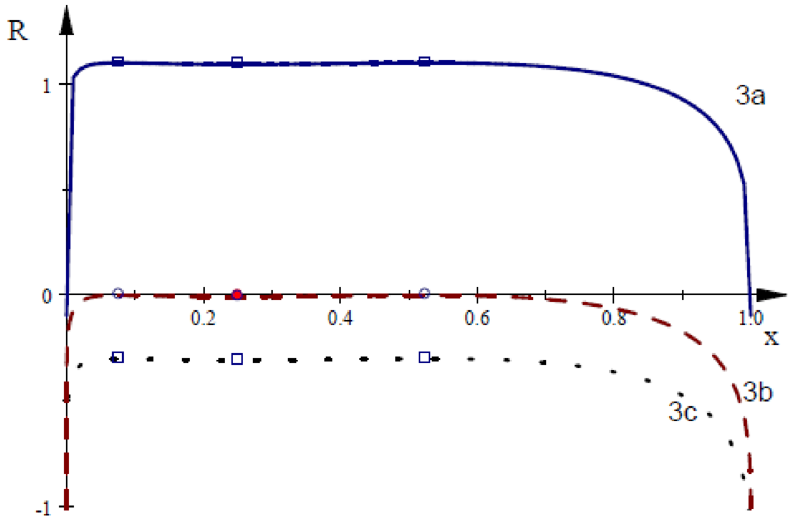
Simulasi untuk Kasus 3 seperti pada kedua kasus sebelumnya, namun dengan $k < \frac{1}{4}$. Misalkan dipilih $k = 0.2$, maka terdapat 3 titik kritis, yaitu $x_1^* = 0.25$, $x_2^* = 0.076$, $x_3^* = 0.524$. Dalam kasus ini, $\frac{\lambda}{p} > \alpha 4^{1-\alpha}$. Misalkan dipilih $\alpha = 0.25$, maka $\frac{\lambda}{p} > 0.707$. Untuk simulasi ini, misalkan dipilih nilai $\lambda = 2$ maka dari Persamaan (10) diperoleh nilai $p = 2.39$ sehingga dari rumus $\beta = \frac{p}{4^\alpha}$, dan $\gamma = \left(c + \frac{\lambda}{4}\right)$ diperoleh nilai-nilai parameter lain yang disajikan pada Tabel 3. Tabel ini juga dilengkapi beberapa data yang diperoleh dari Simulasi 3, sedangkan grafik fungsi sewa ekonomi R disajikan pada Gambar 4. Kasus-kasus pada simulasi ini ialah:

- Kasus 3a: $\beta > \gamma$ dan $p\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\alpha/1-\alpha} > c + \lambda\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{1/1-\alpha}$

- Kasus 3b: $\beta < \gamma$ dan $p\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\alpha/1-\alpha} > c + \lambda\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{1/1-\alpha}$
- Kasus 3c: $\beta < \gamma$ dan $p\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\alpha/1-\alpha} < c + \lambda\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{1/1-\alpha}$

Tabel 3
Nilai-nilai parameter lain dan data pada Simulasi 3

Kasus	β	γ	c	$R(x_1^*)$	$R(x_2^*)$	$R(x_3^*)$	$R''(x_2^*)$	$R''(x_3^*)$
3a	1.69	0.6	0.10	1.092	1.1	1.1	–4.909	–0.716
3b	1.69	1.695	1.20	–0.003	0.005	0.005	–4.909	–0.716
3c	1.69	2	1.50	–0.308	–0.3	–0.3	–4.909	–0.716



Gambar 4 Penerimaan sewa ekonomi pada Simulasi 3

Penggunaan Model Sewa Ekonomi dengan $c(x,h) = c(x) = \frac{c}{\sqrt{x}}$

Misalkan diasumsikan struktur biaya dari model ialah $c(x,h) = c(x) = \frac{c}{\sqrt{x}}$, dengan c ialah biaya per unit hasil panen. Untuk $f(x) = \sqrt{x} - x$, persamaan sewa ekonomi menjadi

$$R(x) = p\left(\sqrt{x} - x\right)^{\alpha} - c + c\sqrt{x}, \quad \text{dengan } x \in [0,1]. \tag{13}$$

Karena $0 < \sqrt{x} - x < 1$ untuk $x \in [0,\ 1]$ dan $0 < \alpha < 1$, maka $\left(\sqrt{x} - x\right)^{\alpha} > \left(\sqrt{x} - x\right)$, sehingga dari persamaan (13)

$$R(x) = p\left(\sqrt{x} - x\right)^{\alpha} - c\left(1 - \sqrt{x}\right) > p\left(\sqrt{x} - x\right) - c\left(1 - \sqrt{x}\right)$$
$$= \left(1 - \sqrt{x}\right)\left(p\sqrt{x} - c\right).$$

Jadi $R(x) > \left(1 - \sqrt{x}\right)\left(p\sqrt{x} - c\right)$.

Karena $p\sqrt{x} - c \geq 0 \leftrightarrow x \geq \left(\frac{c}{p}\right)^2$, maka sewa ekonomi $R(x)$ akan positif bila $x \geq \left(\frac{c}{p}\right)^2$. Selanjutnya dari persamaan (13), $R(0) = -c < 0$, $R(1) = 0$. Karena R fungsi kontinu pada selang tutup $[0,\ 1]$, maka menurut Teorema Nilai Ekstrem, terdapat $0 < x^* < 1$ sehingga $R(x)$ mencapai maksimum di x^*. Ini berarti $R'(x^*) = 0$, dengan

$$R'(x) = \left(\alpha p\left(\sqrt{x} - x\right)^{\alpha - 1}\right)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 1\right) + \frac{c}{2\sqrt{x}}. \tag{14}$$

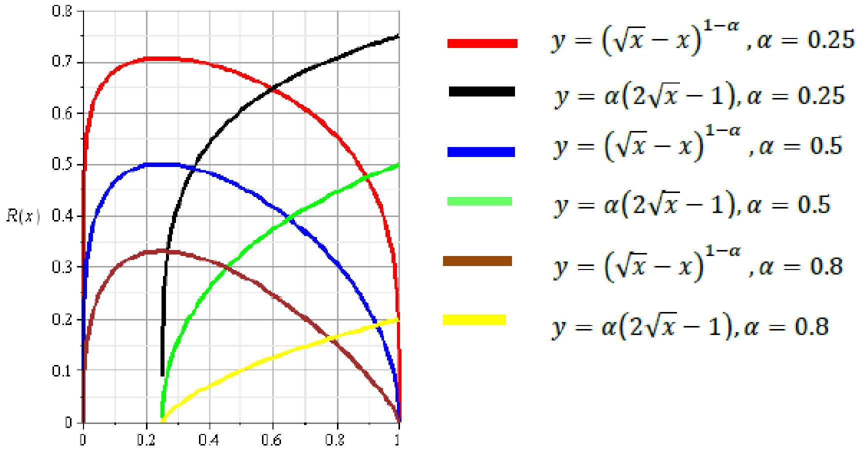
$R'(x) \neq 0$ pada interval $0 < x \leq \frac{1}{4}$, dan $R'(x) = 0$ pada interval $\frac{1}{4} < x^* < 1$. Nilai x^* yang memenuhi $R'(x^*) = 0$ dapat diperoleh dari persamaan sebagai berikut

$$\left(\sqrt{x} - x\right)^{1-\alpha} - a\left(2\sqrt{x} - 1\right) = 0, \tag{15}$$

dengan $a = \frac{\alpha p}{c}$. Nilai x^* yang memenuhi persamaan (15) dapat diperoleh secara grafis sebagai titik potong dari $y = \left(\sqrt{x} - x\right)^{1-\alpha}$ dan $y = a\left(2\sqrt{x} - 1\right)$.

Simulasi Pengaruh Biaya Produksi Panen terhadap Sewa Ekonomi

Misalkan diberikan nilai parameter $\alpha = 0.25$, $\alpha = 0.5$ dan $\alpha = 0.8$.



Gambar 5 Perpotongan dua kurva

Gambar 5 memberikan nilai x^* yang memenuhi persamaan (15) yang diperoleh dari titik perpotongan kedua kurva. Semakin besar tingkat α maka semakin besar titik potong yang diperoleh, sedangkan sebaliknya semakin kecil tingkat α maka semakin kecil titik potong yang diperoleh.

Pengaruh Kebijakan Proporsi Panen terhadap Sewa Ekonomi

Misalkan diasumsikan $h(t) = wx(t)$, dengan w merupakan indeks konstanta usaha panen $0 < w < 1$. Jika $h(t)$ disubstitusikan ke persamaan (5) maka sewa ekonomi menjadi sebagai berikut

$$R(x) = pw^{\alpha}x^{\alpha} - \lambda wx - c \tag{16}$$

dan

$$R'(x) = \alpha pw^{\alpha}x^{\alpha-1} - \lambda w,$$

$$R''(x) = -\alpha(1-\alpha)pw^{\alpha}x^{\alpha-2} < 0 \quad \forall\, x \in (0,1], \tag{17}$$

$R'(x) = 0 \rightarrow \alpha pw^{\alpha}x^{\alpha-1} - \lambda w = 0$, sehingga diperoleh

$$x^* = \frac{1}{w}\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{18}$$

Jika $\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \geq \frac{1}{4}$ maka $x^* > x_1 = \frac{1}{4}$ dan

$$R(x^*) = p\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \lambda\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} - c > \frac{p}{4^{\alpha}} - \left(c + \frac{\lambda}{4}\right) = R\left(\frac{1}{4}\right). \tag{19}$$

Dari persamaan (19), terlihat bahwa $R(x^*)$ akan bernilai positif bila $\frac{p}{4^{\alpha}} > \left(c + \frac{\lambda}{4}\right)$, yaitu seperti kondisi di awal bahwa $\beta > \gamma$. Jadi, jika parameter-parameter ekonomi p dan γ serta parameter pasar α dipilih sehingga

$$\left(\frac{\alpha p}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \geq \frac{1}{4},$$

maka kebijakan proporsi panen menghasilkan kebijakan pemanenan yang berkelanjutan.

Berikut ini akan disimulasikan penerimaan sewa ekonomi pada persamaan (16) dengan kasus $\beta > \gamma$. Misalkan diambil $\alpha = 0.5$, $p = 2.5$ (berarti $\beta = 1.25$), kemudian nilai $\lambda = 2$ dan $\gamma = 1$, sehingga $c = 0.5$. Selanjutnya akan ditinjau nilai x^* dan nilai $\boldsymbol{R}(x^*)$ untuk nilai w yang berbeda seperti pada Tabel 4.

Tabel 4
Nilai proporsi dan data yang diperoleh pada simulasi kebijakan proporsi panen

	w						
	0.3	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**
x^*	1.302	0.977	0.781	0.651	0.558	0.488	0.434
$\boldsymbol{R}(x^*)$	1.863	1.963	2.062	2.163	2.263	2.363	2.463

Terlihat bahwa untuk nilai-nilai parameter yang diambil, makin besar nilai proporsi w maka makin kecil stok sumber daya yang dipanen dan makin besar nilai sewa ekonominya.

SIMPULAN

Masalah pengoptimuman sumber daya alam terbarukan telah dimanfaatkan dalam model pemaksimuman penerimaan sewa ekonomi. Dalam model sewa ekonomi diberikan tiga bahasan yang berbeda. Dalam setiap bahasan dilakukan analisis menggunakan kalkulus dan diberikan simulasi solusi yang memaksimumkan penerimaan sewa ekonomi. Pada bahasan pertama dieksplorasi kondisi-kondisi yang menyebabkan nilai maksimum penerimaan sewa ekonomi akan bernilai positif dan diberikan simulasinya. Pada bahasan kedua dengan diasumsikan biaya produksi yang tidak konstan melainkan suatu fungsi maka model sewa ekonomi akan mengalami modifikasi, dan diberikan simulasi solusi yang memaksimumkan sewa ekonomi. Pada kasus ketiga, model sewa ekonomi diberikan bobot proporsi panen sehingga akan diperoleh model sewa ekonomi yang terboboti. Dengan menggunakan uji turunan maka diperoleh kondisi yang harus dipenuhi agar sewa ekonomi maksimum.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Adelani AL, Rodin EY.1989. Optimal management of renewable economic resources in a model with Bertalanffy growth law. *Mathematical Computing. Modelling.* 12 (7): 821-832.

[2] Behringer S, Upmann T. 2014. Optimal harvesting of a spatial renewable resource. *Journal of Economic Dynamics and Control.* 42: 105-120.

[3] Clark CW. 1973. The economic of overexploitation. *Science*. 181 Issue 4100, 17 Agustus 1973.

[4] Clark CW. 1990. Renewable resources: fisheries. Di dalam *Handbook of Environmental and Resources Economic.* Jeroen CJM van der Bergh (Ed.). Erdward Elgar, Northampton, Massachusett.

[5] Costelloa C, Polaskyb S. 2008. Optimal harvesting of stochastic spatial resources. *Journal of Environmental Economics and Management.* 56: 1–18.

[6] Döring R, Egelkraut TM. 2008. Investing in natural capital as management strategy in fisheries: The case of the Baltic Sea cod fishery. *Ecological Economics.* 64: 634 – 642.

[7] Dubey B, Patra A. 2013. Optimal management of a renewable resource utilized by a population with taxation as a control variable. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control.* 18(1): 37–52.

[8] Fan M, Wang K. 1998. Optimal harvesting policy for single population with periodic coeficients. *Mathematical Biosciences.* 152: 165-177.

[9] Guttormsen AG, Kristofersson D, Nævdal E. 2008. Optimal management of renewable resources

with Darwinian selection induced by harvesting. *Journal of Environmental Economics and Management.* 56: 167– 179.

[10] Jerry M, Raissi N. 2002. The optimal strategy for a bioeconomical model of a harvesting renewable resource problem. *Mathematical and Computer Modelling.* 36: 1293-1306.

[11] Koen C. 1988. Optimal harvesting of renewable resources. *Journal of Optimization Theory and Applications*: 58(1): 83 – 91.

[12] Nicholson W. 1995. *Teori Mikroekonomi* : *Prinsip Dasar dan Perluasan*. Jilid 1. Ed ke-5. Daniel Wirajaya, Penerjemah ; Jakarta (ID) : Binarupa Aksara. Terjemahan dari : *Microeconomic Theory Basic Principles and Extensions*.

[13] PPLH. 2009. Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 32 Tahun 2009 tentang Perlindungan dan Pengelolaan Lingkungan Hidup. Jakarta (ID) : PPLH.

[14] Sanchiricoa JN, Wilen JE. 2005. Optimal spatial management of renewable resources: matching policy scope to ecosystem scale. *Journal of Environmental Economics and Management.* 50: 23–46.

[15] Sarkar S. 2014. Optimal harvesting of a renewable resource: a mathematical model. *International Journal of Sustainable Development* 07(05).