

# MODEL STOKASTIK PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DI KOTA DEPOK

H. SUMARNO<sup>1</sup>, P. SIANTURI<sup>1</sup>, A. KUSNANTO<sup>1</sup>, SISWADI<sup>1</sup>

## Abstrak

Kajian penyebaran penyakit dengan pendekatan deterministik telah banyak dilakukan. Tujuan dari kajian ini adalah untuk mempelajari model stokastik penyebaran penyakit demam berdarah di Kota Depok. Pertama, digunakan asumsi bahwa populasi dalam kondisi stasioner. Pada model ini diasumsikan tidak terjadi penambahan penduduk. Kedua, diasumsikan bahwa penduduk Kota Depok masih terus meningkat. Hasil analisis menunjukkan bahwa di Kota Depok tidak terjadi endemi penyakit *dengue*. Dalam model tertutup terjadi kestabilan dengan perbandingan rentan, infeksi, dan sembuh 99.78%, 0.11%, dan 0.11%. Sedangkan dalam model terbuka tidak terjadi kesetimbangan, namun banyaknya populasi terinfeksi semakin lama semakin kecil.

## PENDAHULUAN

Model epidemik tak linear pertama kali diperkenalkan oleh Hamer pada tahun 1906 yang dikenal dengan *mass action principle*, sebagai berikut

$$\Delta I(n+1) = CS(n)I(n)$$

dengan S, I, dan C berturut-turut menyatakan jumlah individu yang rentan, infeksi, dan *constant*. Model tersebut merupakan model diskret dan selanjutnya dikembangkan oleh Ross (1908) menjadi model kontinu, yang selanjutnya dikembangkan menjadi model lengkap oleh Kermack dan McKendrick tahun 1927. Model stokastik untuk epidemiologi secara umum menggunakan prinsip rantai Markov. Model stokastik dengan waktu diskret diperkenalkan oleh Reed and Frost tahun 1928. Sedangkan model stokastik dengan waktu kontinu diusulkan pertama kali oleh McKendrick pada tahun 1926, dan dikembangkan oleh Barlett pada tahun 1949 dengan menggunakan model Kermack-McKendrick [2].

Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan model epidemiology stokastik tentang penyebaran DBD di Kota Depok. Setelah proses kalibrasi tuntas, maka simulasi dapat dilakukan untuk mencari kriteria terjadinya endemik penyakit DBD atau yang dapat dikategorikan sebagai kejadian luar biasa (KLB).

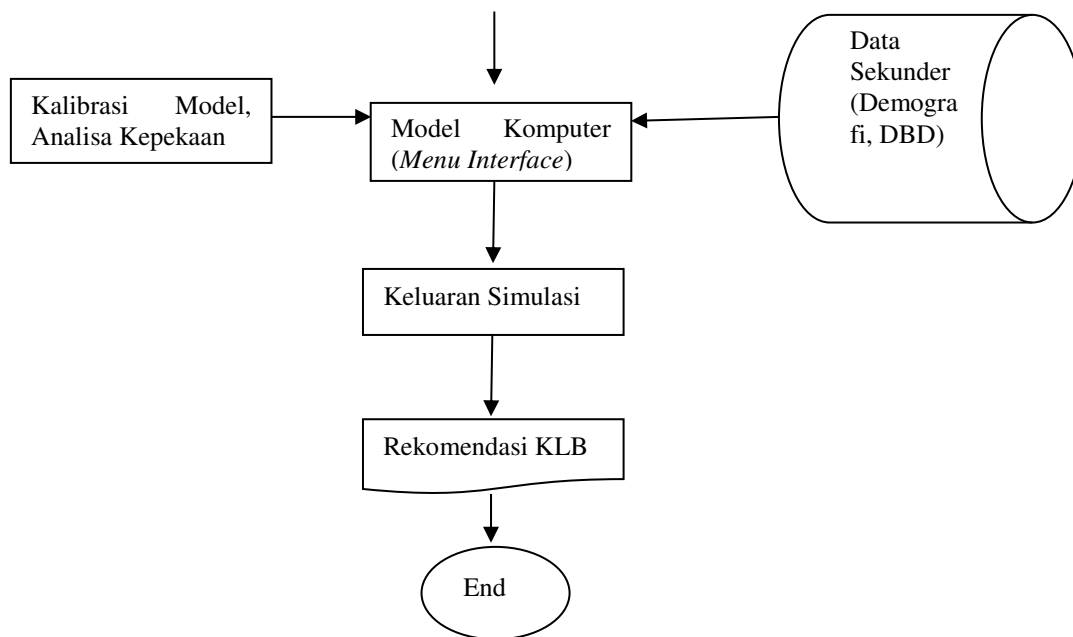
Keluaran yang diharapkan dalam penelitian ini ialah menghasilkan *Policy Paper* bagi pengambil kebijakan berupa evaluasi terhadap kriteria KLB menurut Permenkes No. 1501 tahun 2010 (Lampiran 1), juga rekomendasi perlakuan: *fogging*, penyemprotan insektisida dan juga vaksinasi beserta intensitasnya. Khusus, manakala terjadi cuaca ekstrim, terutama daerah padat penduduk, perkembangan nyamuk semakin cepat.

---

<sup>1</sup>Departemen Matematika, Fakultas Ilmu Matematika dan Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680.

### Metodologi Penelitian

Dinamika populasi manusia pada masing-masing *compartment* akan ditampilkan dalam bentuk grafik, yang memvisualisasikan fluktuasi tingkat populasi sehingga dapat diketahui terjadinya wabah DBD atau tidak. Hal ini bertujuan agar dapat dilakukan eksplorasi skenario yang harus diambil serta intensitasnya agar wabah DBD tidak merebak. Hasil simulasi inilah yang menjadi masukan bagi pengambil kebijakan untuk menentukan kriteria KLB penyakit DBD.



### Data

Data diperoleh dari kantor BPS dan Dinas Kesehatan Kota Depok Data kependudukan meliputi tingkat kelahiran dan kematian, jumlah penduduk selama 5 tahun terakhir. Data kesehatan berupa data korban penyakit DBD, termasuk banyaknya sembuh dan mati karena DBD.

### Analisa kepekaan

Analisis ini bertujuan untuk melakukan identifikasi parameter yang paling peka, artinya dengan perubahan kecil saja pada parameter ini akan mengakibatkan perubahan nyata pada sistem yang dapat diperlihatkan melalui tampilan grafik.

### Simulasi Komputer

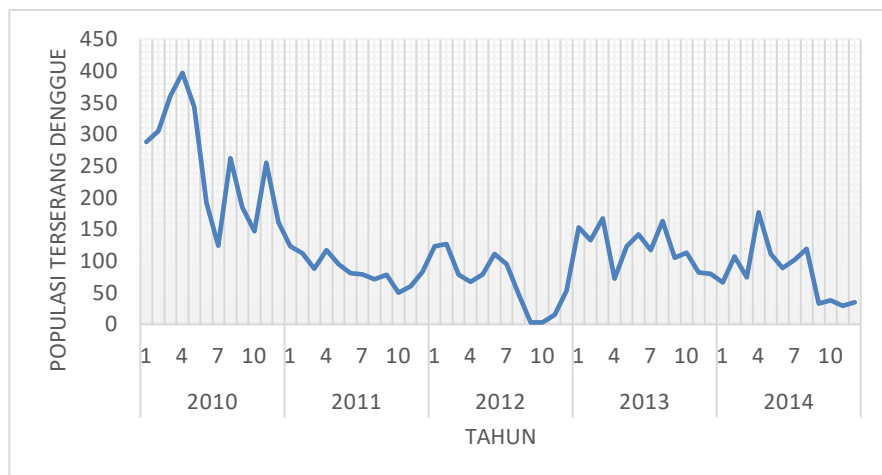
Seperti dijelaskan sebelumnya, simulasi ini bertujuan untuk mencari skenario yang efektif dalam mencegah terjadinya endemik DBD, diantaranya vaksinasi, fogging, penyemprotan insektisida beserta intensitasnya. Skenario efektif maksudnya bila terjadi wabah DBD, yang diperlihatkan melalui tampilan grafik. Hasil simulasi ini akan dijadikan sebagai rekomendasi pencegahan terjadinya endemik DBD.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Deskripsi Kota Depok

Luas wilayah kota Depok adalah 199,44 km<sup>2</sup>. Pada tahun 2010, kota Depok memiliki densitas penduduk sebesar 8.707 jiwa per km<sup>2</sup>. Densitas ini 7,5 kali lebih tinggi dibandingkan densitas penduduk Jawa Barat pada tahun yang sama, yaitu 1.157 jiwa per km<sup>2</sup>. Jumlah penduduk kota Depok tahun 2000 sebesar 1.129.161 jiwa, meningkat menjadi 1.736.565 jiwa pada tahun 2010. Dengan mengasumsikan penduduk stabil, diperoleh laju pertumbuhan penduduk tahun 2000-2010 adalah sebesar  $r = 4,3\%$ . Laju pertumbuhan penduduk kota Depok 2005-2010 jauh lebih tinggi dibanding dengan laju pertumbuhan penduduk Jawa Barat, yaitu sebesar  $r = 1,89\%$ . Data tentang *Crude Death Rate* (CDR) kota Depok tidak diperoleh. Namun, dengan mengasumsikan rasio *Crude Birth Rate* (CBR) dan CDR Kota Depok sama dengan Kota Bogor, yaitu 9:4, maka diperoleh CBR dan CDR Kota Bogor masing-masing sebesar 22.74 dan 10.11 per 1000 jiwa.

Gambar 1 menunjukkan jumlah penduduk yang terserang dengue tahun 2010 – 2014. Pada gambar tersebut dapat dilihat bahwa terjadi penurunan infeksi *dengue* setelah tahun 2010. Hal ini menunjukkan indikasi adanya keseriusan dengan upaya pemerintah daerah dalam menghambat penyebaran infeksi DBD di wilayahnya.



Gambar 1 Sebaran populasi terserang dengue di Kota Depok 2010-2014

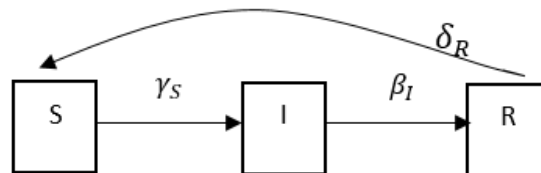
### Model Matematika

Dalam model stokastik, variabel-variabel  $S(t)$ ,  $I(t)$ , dan  $R(t)$  dipandang sebagai peubah acak. Jika *state* dan waktunya dipandang sebagai peubah acak dan waktu diskret, maka dikenal dengan *Discrete Time Markov Chain* (DTMC). Peubah *state* merupakan peubah acak diskret, dengan waktu kontinu dapat diselesaikan dengan menggunakan model *Continue Time Markov Chain* (CTMC). Tetapi, manakala *state* dan waktu kontinu maka dapat digunakan model *Stochastic Differential Equation* (SDE).

Dalam kajian ini akan dibuat tiga model, yaitu model tertutup (Model 1), model tertutup namun terjadi kematian akibat infeksi (Model 2), dan model populasi terbuka (Model 3).

#### Model Populasi Tertutup (Model 1)

Pada model ini, diasumsikan bahwa tingkat fertilitas sama dengan tingkat mortalitas secara keseluruhan, baik yang disebabkan oleh adanya infeksi maupun kematian alami. Dalam model ini juga diasumsikan bahwa migrasi keluar sama dengan migrasi masuk, yang digolongkan dalam kelompok *susceptible*. Dengan demikian dalam model ini jumlah populasi adalah konstan sepanjang waktu eksekusi. Kompartemen model SIRS untuk populasi tertutup (Model 1) disajikan dalam bentuk Gambar 2 sebagai berikut.



Gambar 2 Model populasi tertutup (Model 1)

Hubungan antar kompartemen dari sistem dinamik dari Model 1 dituliskan dalam persamaan berikut:

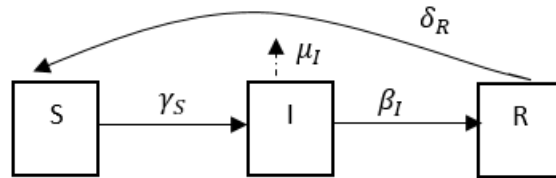
$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \delta_R R - \gamma_S f_{IS} S \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma_S f_{IS} S - \beta_I I \\ \frac{dR}{dt} &= \beta_I I - \delta_R R \end{aligned} \quad (1)$$

dengan  $N = S + I + R$ ,  $\gamma_S$ ,  $\beta_I$ ,  $\delta_R$ , dan  $f_{IS}$  berturut-turut menyatakan laju infeksi, laju sembuh, laju rentan, dan faktor koreksi untuk interaksi  $S$  dengan  $I$ .

#### Model populasi tertutup dengan kematian akibat infeksi (Model 2)

Pada Model 2 mengasumsikan bahwa tingkat fertilitas sama dengan tingkat mortalitas, namun juga terjadi kematian karena infeksi. Dalam model ini juga

mengasumsikan migrasi keluar sama dengan migrasi masuk, yang dikategorikan dalam kondisi rentan. Dengan demikian dalam model ini jumlah populasi tidak konstan sepanjang waktu eksekusi. Kompartemen model SIRS untuk populasi tertutup dengan kematian karena infeksi (Model 2) disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3 Model populasi tertutup dengan kematian karena infeksi (Model 2)

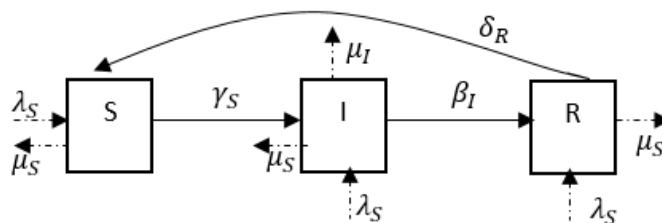
Hubungan antar *state* dari Model 2 dituliskan dalam sistem persamaan diferensial berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \delta_R R - \gamma_S f_{IS} S \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma_S f_{IS} S - \beta_I I - \mu_I I \\ \frac{dR}{dt} &= \beta_I I - \delta_R R \end{aligned} \tag{2}$$

dengan  $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ ,  $\gamma_S, \beta_I, \delta_R, \mu_I$  dan  $f_{IS}$  berturut-turut menyatakan laju infeksi, laju sembuh, laju rentan, laju kematian karena infeksi *dengue*, dan faktor koreksi untuk interaksi  $S$  dengan  $I$ .

**Model Populasi Terbuka (Model 3)**

Pada model populasi terbuka (Model 3) mengasumsikan bahwa tingkat fertilitas, mortalitas dan migrasi sama dengan kondisi real di Kota Depok. Dengan demikian dalam model ini jumlah populasi tidak konstan sepanjang waktu eksekusi. Kompartemen model SIRS untuk model populasi terbuka disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4 Model populasi terbuka (Model 3)

Hubungan antar *state* dari Model 3 dituliskan dalam sistem persamaan diferensial berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= (\delta_R + \lambda_S) R - \gamma_S f_{IS} S + (\lambda_S - \mu_S) S + \lambda_S I \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma_S f_{IS} S - (\beta_I + \mu_S + \mu_I) I \end{aligned} \tag{3}$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta_I I - (\delta_R + \mu_R) R$$

dengan  $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ ,  $\gamma_S, \beta_I, \delta_R$  berturut-turut menyatakan laju infeksi, laju sembuh, laju rentan. Juga,  $\lambda_S, \lambda_I, \lambda_R$  berturut-turut menyatakan laju kelahiran penduduk rentan, infeksi, dan sembuh (yang telah dikoreksi dengan migrasi murni (*net migration*)),  $\mu_S, \mu_I, \mu_R$  berturut-turut menyatakan laju kematian penduduk rentan, infeksi, dan sembuh, dan  $f_{IS}$  menyatakan faktor koreksi untuk interaksi  $S$  dengan  $I$ .

### Nilai Parameter Model

1. Laju infeksi ( $\gamma_S$ ) dihitung berdasar rata-rata laju infeksi tahun 2011-2014 dibagi dengan 365 hari. Laju terinfeksi pada tahun  $t$  ialah jumlah penduduk terinfeksi tahun  $t$  dibagi dengan jumlah penduduk tahun  $t$ .
2. Laju sembuh ( $\beta_I$ ) dihitung berdasar rata-rata laju sembuh tahun 2011-2014 dibagi dengan 365 hari. Laju sembuh tahun  $t$  ialah jumlah penduduk yang berhasil sembuh tahun  $t$  dibagi dengan jumlah penduduk terinfeksi tahun  $t$ .
3. Laju rentan ( $\delta_R$ ) dihitung berdasar rata-rata laju rentan tahun 2011-2014 dibagi dengan 365 hari. Laju rentan tahun  $t$  selalu bernilai satu, karena semua penduduk yang berhasil sembuh semuanya akan kembali menjadi rentan.
4. Mortalitas karena infeksi ( $\mu_I$ ) dihitung berdasar rata-rata laju kematian karena infeksi 2011-2014 dibagi dengan 365 hari. Laju mortalitas karena infeksi tahun  $t$  ialah jumlah kematian karena infeksi tahun  $t$  dibagi dengan jumlah penduduk terinfeksi tahun  $t$ .
5. Fertilitas penduduk ( $\lambda_S, \lambda_I, \lambda_R$ ) dihitung berdasar rata-rata laju kelahiran 2011-2014 dibagi dengan 365 hari. Laju kelahiran pada tahun  $t$  ialah jumlah kelahiran tahun  $t$  dibagi dengan jumlah total penduduk termasuk rentan, infeksi, dan sembuh pada tahun  $t$ .
6. Mortalitas penduduk ( $\mu_S, \mu_R$ ) dihitung berdasar rata-rata laju kematian 2011-2014 dibagi dengan 365 hari. Laju kematian tahun  $t$  ialah jumlah kematian tahun  $t$  dibagi dengan jumlah penduduk rentan dan sembuh pada tahun  $t$ .

### Peluang Transisi

Didefinisikan peubah acak diskret  $S(t), I(t),$  dan  $R(t)$  yang berturut-turut menyatakan jumlah individu rentan, infeksi, dan sembuh pada waktu  $t$ . Ketiga peubah acak  $S(t), I(t),$  dan  $R(t)$  memiliki fungsi sebaran peluang bersama

$$p_{(s,i,r)}(t) = P\{S(t) = s, I(t) = i, R(t) = r\}$$

yang mengikuti sifat Markov dengan waktu homogen [1].

Selanjutnya peluang transisi didefinisikan sebagai berikut.

$$p_{(s+k,i+j,r+u),(s,i,r)}(\Delta t) = P\{(\Delta S, \Delta I, \Delta R) = (k, j, r) | (S(t), I(t), R(t)) = (s, i, r)\} \quad (4)$$

dengan  $\Delta S = S(t + \Delta t) - S(t), \Delta I = I(t + \Delta t) - I(t),$  dan  $\Delta R = R(t + \Delta t) - (t)$ .

Jalan acak adalah suatu rantai Markov dengan Ruang *State* adalah himpunan bilangan bulat dan mempunyai peluang transisi  $p_{i,i+1} = p = 1 - p_{i,i-1}$ ; di mana  $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , dengan  $0 < p < 1$  [3].

Wabah dianggap terjadi manakala jumlah kasus meningkat. Model jalan acak sederhana dapat digunakan untuk memperkirakan peluang wabah. Misalkan  $X(t)$  variabel acak pada waktu  $t$  di kelas *state*  $\{0, 1, 2, \dots\}$  pada model jalan acak. *State* 0 adalah *state* penyerap dan selainnya adalah *state transient*. Jika  $X(t) = x$  maka pada interval waktu berikutnya hanya ada satu perpindahan yaitu pindah ke kanan  $x \rightarrow x + 1$  dengan peluang  $p$  atau pindah ke kiri  $x \rightarrow x - 1$  dengan peluang  $q$ , dengan pengecualian *state* 0 dimana tidak terjadi perpindahan yakni  $(p + q) = 1$ . Pada model jalan acak, proses mendekati *state* 0 atau mendekati tak terhingga. Peluang menyerap ke *state* 0 bergantung pada  $p, q$ , dan posisi awal. Misalkan  $X(t) = x_0 > 0$ , maka dapat dilihat dibawah ini:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P\{X(t) = 0\} = \begin{cases} 1 & \text{jika } p \leq q \\ \left(\frac{q}{p}\right)^{x_0} & \text{jika } p \geq q \end{cases} \quad (5)$$

Persamaan dapat digunakan untuk memperkirakan peluang wabah pada model epidemik SIS dan SIR. Perkiraan ini meningkat pada ukuran populasi  $N$  yang besar dan nilai awal populasi terinfeksi yang kecil.

Pada model SIS dengan menggunakan persamaan (5), maka berdasarkan proses kelahiran dan kematian diperoleh persamaan (6) yaitu:

$$p_{ji}(\Delta t) = \begin{cases} \frac{\beta i(N-i)}{N} \Delta t, & j = i + 1 \\ (b + \gamma) i \Delta t, & j = i - 1 \\ 1 - \left[ \frac{\beta i(N-i)}{N} - (b + \gamma) \right] \Delta t, & j = i \\ 0, & j \neq i + 1, i, i - 1 \end{cases} \quad (6)$$

Jalan acak adalah suatu rantai Markov dengan ruang *state* adalah himpunan bilangan bulat dan mempunyai peluang transisi  $p_{i,i+1} = p, p_{i,i-1} = 1 - p$ ; dimana  $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , dengan  $0 < p < 1$  (Ross 2010). Misalkan  $X(t)$  merupakan model jalan acak dengan ruang *state*  $\{0, 1, 2, \dots\}$ . *State* 0 adalah *state* penyerap dan selainnya adalah *state transient*. Untuk  $x \neq 0$ , jika  $X(t) = x$  maka pada selang waktu berikutnya hanya ada satu perpindahan ke kanan  $x \rightarrow x + 1$  dengan peluang  $p$  atau pindah ke kiri  $x \rightarrow x - 1$  dengan peluang  $1 - p$ . Pada model jalan acak, proses mendekati *state* 0 atau mendekati tak terhingga. Untuk  $t \rightarrow \infty, X(t)$  akan menuju 0 dengan peluang yang dirumuskan dalam persamaan berikut.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P\{X(t) = 0\} = \begin{cases} 1 & \text{jika } p \leq 1 - p \\ \left(\frac{1-p}{p}\right)^x & \text{jika } p \geq 1 - p \end{cases} \quad (7)$$

Kaitannya dengan masalah terjadinya wabah, jika  $X(i)$  adalah banyaknya individu yang terinfeksi ( $I(t)$ ).

$$P(I(t) = 0) \approx \begin{cases} 1, & \text{jika } \mathcal{R}_0 \leq 1 \\ \left(\frac{1}{\mathcal{R}_0}\right)^{i_0}, & \text{jika } \mathcal{R}_0 > 1 \end{cases} \quad (8)$$

Artinya dalam model stokastik epidemiologi walaupun selalu terjadi kemungkinan bebas penyakit dalam konteks peluang.

Sebagai kondisi awal digunakan jumlah populasi kota Depok tahun 2011 dengan jumlah populasi sebesar  $N = 1.769.787$  jiwa, kejadian populasi yang terserang dengue pada bulan Januari 2011 sebesar  $I = 123$  jiwa, dan belum ada yang berada dalam state removed,  $R = 0$ . Parameter yang digunakan dalam model ini disajikan pada Tabel 1 sebagai berikut.

Tabel 1  
Paramater model SIRS berdasarkan data Dinas Kesehatan Kota Depok

No	Parameter	Nilai Parameter	Satuan
1	Fertilitas penduduk ( $\lambda_S, \lambda_I, \lambda_R$ )	$5.94 \times 10^{-5}$	Kelahiran/penduduk/hari
2	Mortalitas Penduduk ( $\mu_S, \mu_R$ )	$2.35 \times 10^{-5}$	Kematian/penduduk/hari
3	Mortalitas karena infeksi ( $\mu_I$ )	$7.82 \times 10^{-6}$	Kematian/infeksi/hari
4	Laju infeksi ( $\gamma_S$ )	$1.57 \times 10^{-6}$	Infeksi/rentan/hari
5	Laju sembuh ( $\beta_I$ )	0.00273	Sembuh/infeksi/hari
6	Laju rentan ( $\delta_R$ )	0.00274	Rentan/sembuh/hari

Sedangkan faktor koreksi untuk interaksi S dengan I, dibuat dengan menetapkan faktor koreksi pada tahun 2011 sama dengan 1, yaitu  $f_{IS} = \frac{I}{0.5(123+I)}$ .

### Model 1

Peluang transisi antar *state* untuk Model 1 dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$p_{(s+k,i+j,r+u),(s,i,r)}(\Delta t) = \begin{cases} \gamma_S s(i/0.5(123+i)\Delta t, & (k,j,r) = (-1,1,0) \\ \beta_I i \Delta t & (k,j,r) = (0,-1,1) \\ \delta_R r \Delta t & (k,j,r) = (1,0,-1) \\ 1 - \gamma_S s(i/0.5(123+i)\Delta t - & \\ \beta_I i \Delta t - \delta_R r \Delta t & (k,j,r) = (0,0,0) \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

Dengan mengambil  $\Delta t$  cukup kecil (dalam hal ini satu hari), sehingga transisi berada pada selang  $[0,1]$ . Selanjutnya peluang transisi dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$p_{(s,i,r)}(t + \Delta t) = p_{(s-1,i+1,r)} \gamma_S s(i/0.5(123+i)\Delta t + p_{(s,i-1,r+1)} \beta_I i \Delta t + p_{(s+1,i,r-1)} \delta_R r \Delta t + p_{(s,i,r)}(1 - \gamma_S s(i/0.5(123+i)\Delta t - \beta_I i \Delta t - \delta_R r \Delta t). \quad (9)$$

Untuk melihat perilaku sistem pada ketiga model tersebut, dilakukan simulasi dengan menggunakan program R *Library Adaptive Tau*. Simulasi dilakukan dengan menggunakan parameter yang disajikan pada Tabel 1.

### Model 2

Peluang transisi antar *state* untuk Model 2 dapat diformulasikan sebagai berikut.



$$p_{(s+k,i+j,r+u),(s,i,r)}(\Delta t) = \begin{cases} \gamma_S s(i/0.5(123 + i)\Delta t, & (k, j, r) = (-1, 1, 0) \\ \beta_I i\Delta t & (k, j, r) = (0, -1, 1) \\ \delta_R r\Delta t & (k, j, r) = (1, 0, -1) \\ \mu_I i\Delta t & (k, j, r) = (0, -1, 0) - \\ 1 - \gamma_S s(i/0.5(123 + i)\Delta t - & \\ \beta_I i\Delta t - \delta_R r\Delta t & (k, j, 0) = (0, 0, 0) \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

Dengan mengambil  $\Delta t$  cukup kecil (dalam hal ini satu hari), sehingga transisi berada pada selang  $[0, 1]$ . Selanjutnya peluang transisi dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$p_{(s,i,r)}(t + \Delta t) = p_{(s-1,i+1,r)}\gamma_S s(i/0.5(123 + i)\Delta t + p_{(s,i-1,r+1)}\beta_I i\Delta t + p_{(s+1,i,r-1)}\delta_R r\Delta t + p_{(s,i-1,r)}\mu_I i\Delta t + p_{(s,i,r)}(1 - \gamma_S s(i/0.5(123 + i)\Delta t - \beta_I i\Delta t - \delta_R r\Delta t). \tag{10}$$

Pada model tertutup namun terjadi kematian akibat infeksi *dengue*, digunakan nilai awal yang disajikan pada Tabel 1.

**Model 3**

Peluang transisi antar *state* untuk Model 2 dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$p_{(s+k,i+j,r+u),(s,i,r)}(\Delta t) = \begin{cases} \gamma_S s(i/0.5(123 + i)\Delta t, & (k, j, r) = (-1, 1, 0) \\ \beta_I i\Delta t & (k, j, r) = (0, -1, 1) \\ \delta_R r\Delta t & (k, j, r) = (1, 0, -1) \\ \mu_I i\Delta t & (k, j, r) = (0, -1, 0) \\ \mu_S s\Delta t & (k, j, r) = (-1, 0, 0) \\ \mu_R r\Delta t & (k, j, r) = (0, 0, -1) \\ (\lambda_S s + \lambda_I i + \lambda_R r) & (k, j, r) = (1, 0, 0) \\ 1 - \gamma_S s(i/0.5(123 + i)\Delta t - & \\ \beta_I i\Delta t - \delta_R r\Delta t & (k, j, 0) = (0, 0, 0) \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

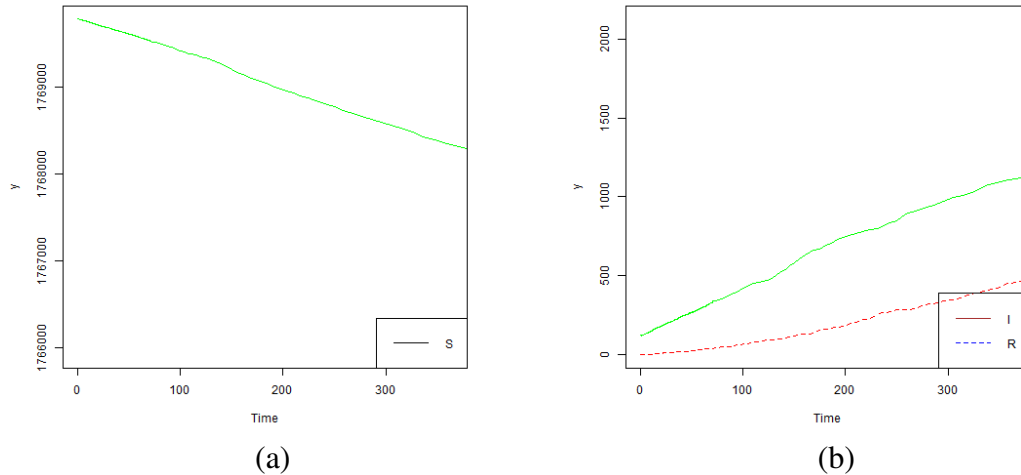
Dengan mengambil  $\Delta t$  cukup kecil (dalam hal ini satu hari), sehingga transisi berada pada selang  $[0, 1]$ . Selanjutnya peluang transisi dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$p_{(s,i,r)}(t + \Delta t) = p_{(s-1,i+1,r)}\gamma_S s(i/0.5(123 + i)\Delta t + p_{(s,i-1,r+1)}\beta_I i\Delta t + p_{(s+1,i,r-1)}\delta_R r\Delta t + p_{(s,i-1,r)}\mu_I i\Delta t + p_{(s-1,i,r)}\mu_S s\Delta t + p_{(s,i,r-1)}\mu_R r\Delta t + p_{(s+1,i,r)}(\lambda_S s + \lambda_I i + \lambda_R r)\Delta t + p_{(s,i,r)}(1 - \gamma_S s(i/0.5(123 + i)\Delta t - \beta_I i\Delta t - \delta_R r\Delta t). \tag{11}$$

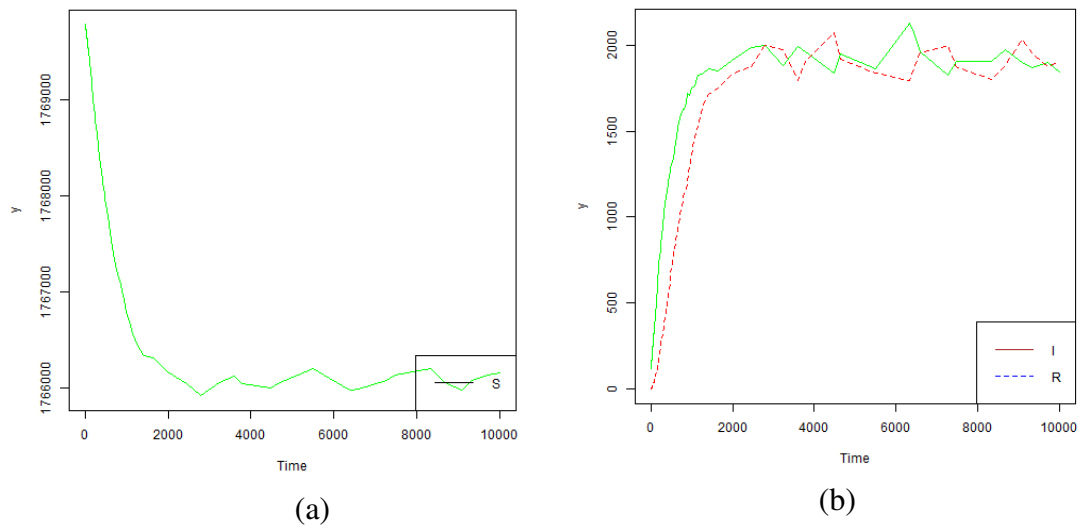
Pada model terbuka (Model 3), digunakan nilai awal yang disajikan pada Tabel 1.

Hasil simulasi model tertutup (Model 1) disajikan pada Gambar 5 dan Gambar 6. Pada Gambar 5 menyajikan kondisi rentan, infeksi, dan sembuh dalam satu tahun ke depan jika parameter tersebut tidak berubah. Persentase penduduk rentan, infeksi, dan sembuh berturut-turut sebesar 99.912%, 0.063%, dan 0.025%. Jika kondisi

tersebut tidak berubah maka dalam jangka panjang persentase populasi rentan, terinfeksi, dan sembuh berturut-turut sebesar 99.78%, 0.11%, dan 0.11%. Sebaran jumlah populasi rentan, infeksi, dan sembuh disajikan pada Gambar 6.



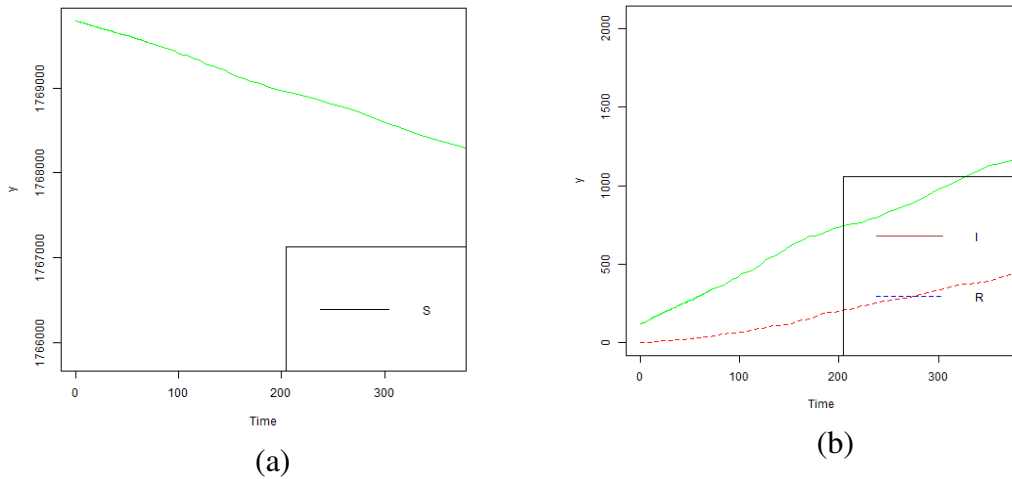
Gambar 5 Sebaran jumlah populasi rentan, infeksi, dan sembuh pada Model 1 dalam satu tahun simulasi



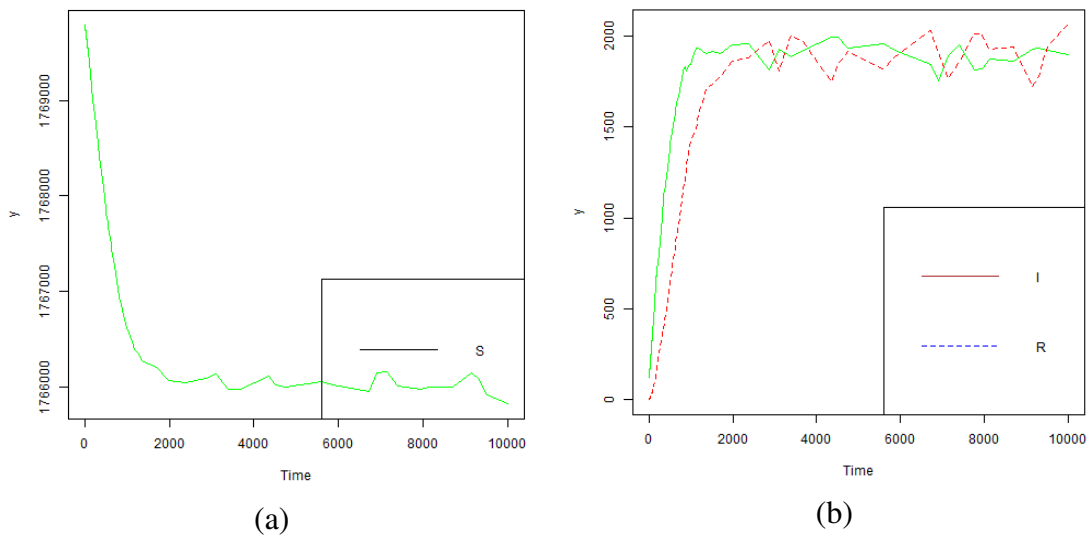
Gambar 6 Sebaran jangka panjang jumlah populasi rentan, infeksi, dan sembuh pada Model 1

Hasil simulasi Model 2 disajikan pada Gambar 7 dan Gambar 8. Pada Gambar 7 menyajikan kondisi rentan, infeksi, dan sembuh dalam satu simulasi dan parameter tersebut tidak berubah. Persentase penduduk rentan, infeksi, dan sembuh berturut-turut sebesar 99.912%, 0.065%, dan 0.023%. Jika kondisi tersebut tidak berubah maka dalam jangka panjang persentase populasi rentan, terinfeksi, dan sembuh berurut-turut sebesar 99.780%, 0.107%, dan 0.113%. Sebaran jumlah

populasi rentan, infeksi, dan sembuh disajikan rentan, infeksi, dan sembuh juga pada Gambar 8.

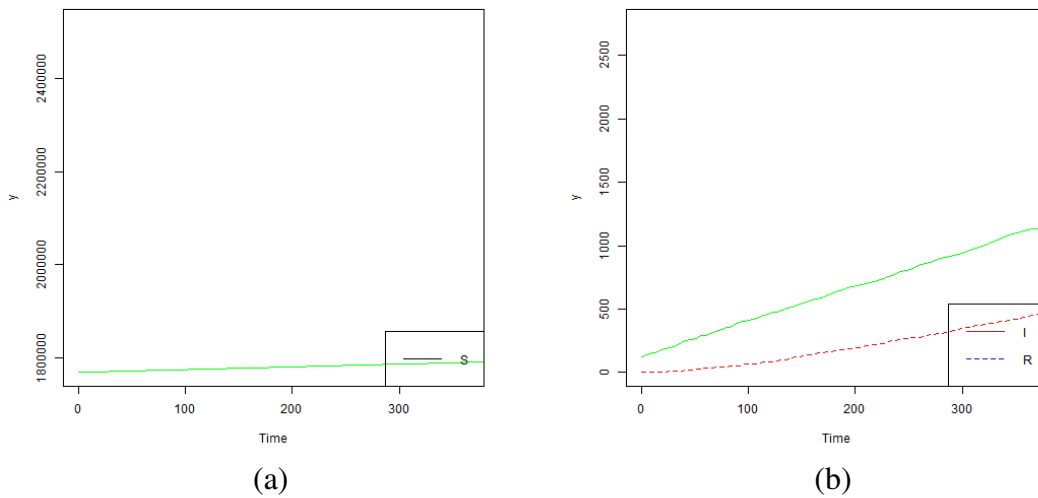


Gambar 7 Sebaran jumlah populasi rentan, infeksi, dan sembuh pada Model 2 dalam satu tahun simulasi

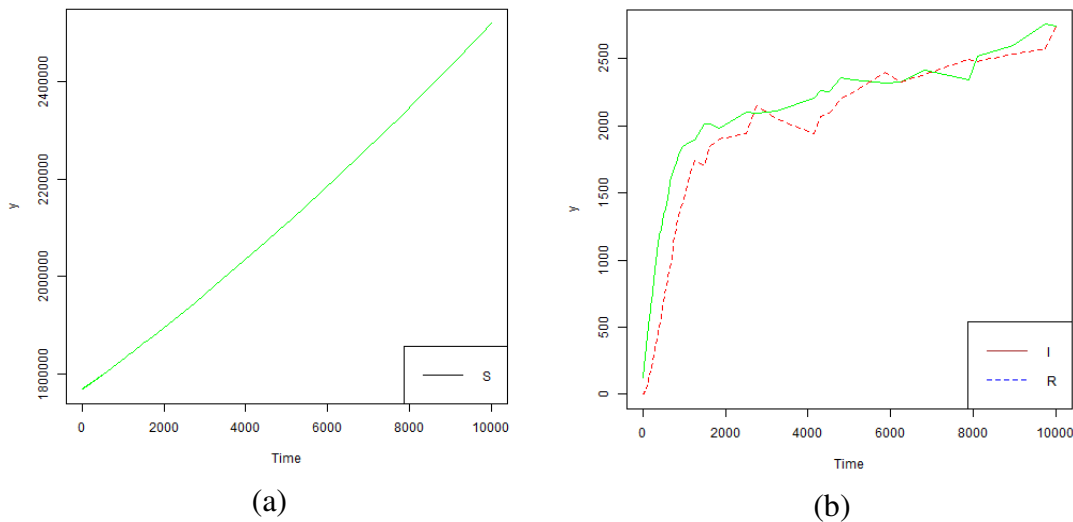


Gambar 8 Sebaran jangka panjang jumlah populasi rentan, infeksi, dan sembuh pada Model 2

Hasil simulasi Model 3 disajikan pada Gambar 9 dan Gambar 10. Pada Gambar 9 menyajikan kondisi rentan, infeksi, dan sembuh dalam satu tahun simulasi dan nilai parameter tersebut tidak berubah. Persentase penduduk rentan, infeksi, dan sembuh berturut-turut sebesar 99.912%, 0.063%, dan 0.025%. Jika kondisi tersebut tidak berubah maka dalam jangka panjang persentase populasi rentan, terinfeksi, dan sembuh berturut-turut sebesar 99.783%, 0.109%, dan 0.109%. Sebaran jumlah populasi rentan, infeksi, dan sembuh disajikan pada Gambar 10.



Gambar 9 Sebaran jumlah populasi rentan, infeksi, dan sembuh pada Model 3 dalam satu tahun simulasi



Gambar 10 Sebaran jangka panjang jumlah populasi rentan, infeksi, dan sembuh pada Model 3

Dari hasil pembahasan di atas diperoleh bahwa tidak model populasi tertutup tidak berbeda dengan model populasi terbuka. Dengan demikian untuk kasus model penyebaran penyakit *dengue* dapat menggunakan model populasi tertutup.

Dalam rangka untuk mencari kapan terjadinya KLB dilakukan simulasi dengan mengubah parameter  $\gamma$ . Pada kondisi real,  $\gamma$  sebesar  $1.57 \times 10^{-6}$  menunjukkan telah terjadi KLB ditandai dengan meningkatnya jumlah populasi infeksi dalam periode satu tahun. Selanjutnya dengan mengubah parameter  $\gamma$  menjadi setengahnya dan seperempatnya masih menunjukkan adanya KLB (lihat Lampiran 2). Namun jika parameter  $\gamma$  diturunkan lagi menjadi seperdelapannya, maka peristiwa KLB tidak

lagi terjadi. Sehingga dapat disimpulkan bahwa KLB terjadi jika laju infeksi lebih besar dari  $1,675 \times 10^{-7}$  infeksi/rentan/hari atau sekitar 3 orang di Kota Depok infeksi dalam periode 10 hari.

## SIMPULAN

Model stokastik untuk SIRS dapat diimplementasikan dalam kasus penyebaran *dengue*. Aplikasi model untuk Kota Depok menunjukkan bahwa tidak terjadi endemi untuk permasalahan penyakit dengue. Dalam model tertutup terjadi kestabilan dengan perbandingan rentan, infeksi, dan sembuh ialah 99.780%, 0.110%, dan 0.110%. Dari hasil analisis diperoleh kesimpulan bahwa tidak ada perbedaan antara model populasi tertutup dan model populasi terbuka. Dengan demikian untuk kasus model penyebaran penyakit *dengue* dapat menggunakan model populasi tertutup.

Dalam kaitannya dengan KLB, berdasarkan data yang ada, Kota Depok sudah mengalami KLB, karena kejadian populasi yang terinfeksi terus meningkat. Batas KLB adalah jika lebih dari 3 orang di Kota Depok terinfeksi setiap periode 10 hari.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Allan LJS. 2003. *An Introduction to Stochastic Processes with Applications to Biology*. Pearson Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.
- [2] Anderson H, Britton T. 2000. *Stochastic Epidemics Models and Their Statistical Analysis*.
- [3] Ross SM. 2010. *Introduction to Probability Models*. Ed ke-10. California (US) : Academic Pr.

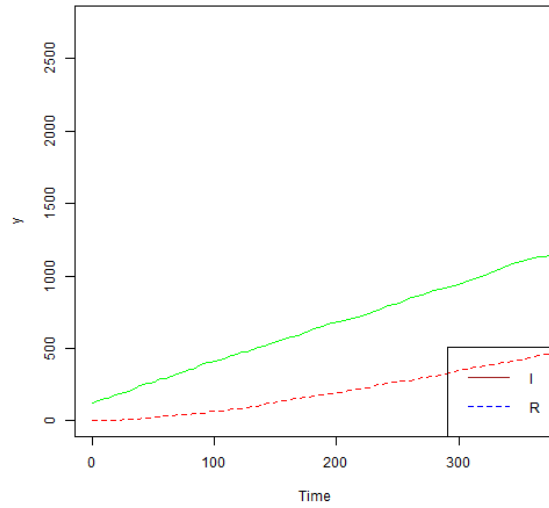
Lampiran 1. Kriteria KLB Menurut Peraturan Menteri Kesehatan (Permenkes) 1501 Tahun 2010.

Menurut Permenkes 1501 Tahun 2010 menetapkan 7 (tujuh) Kriteria Kejadian Luar Biasa (KLB) sbb :

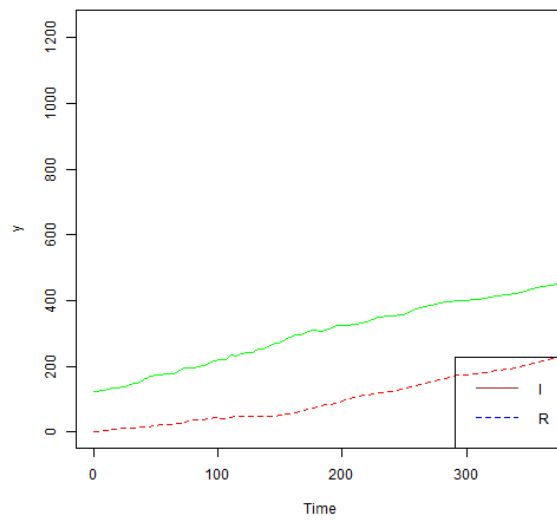
1. Timbulnya suatu penyakit menular tertentu yang sebelumnya tidak ada atau tidak dikenal pada suatu daerah.
2. Peningkatan kejadian kesakitan terus-menerus selama tiga kurun waktu dalam jam, hari atau minggu berturut-turut menurut jenis penyakitnya.
3. Peningkatan kejadian kesakitan dua kali atau lebih dibandingkan dengan periode sebelumnya dalam kurun waktu jam, hari, atau minggu menurut jenis penyakitnya
4. Jumlah penderita baru dalam satu bulan menunjukkan kenaikan dua kali atau lebih dibandingkan tahun sebelumnya
5. Rata-rata jumlah kejadian kesakitan per bulan selama satu tahun menunjukkan kenaikan dua kali atau lebih dibandingkan tahun sebelumnya
6. Angka kematian kasus suatu penyakit (*Case Fatality Rate*) dalam satu kurun waktu tertentu menunjukkan kenaikan 50% (lima puluh persen) atau lebih dibandingkan dengan angka kematian kasus suatu penyakit periode sebelumnya dalam kurun waktu yang sama.
7. Angka proporsi penyakit (*Proportional Rate*) penderita baru pada satu periode menunjukkan kenaikan dua kali atau lebih dibanding satu periode sebelumnya dalam kurun waktu yang sama.

Lampiran 2. Hasil simulasi batas penetapan KLB

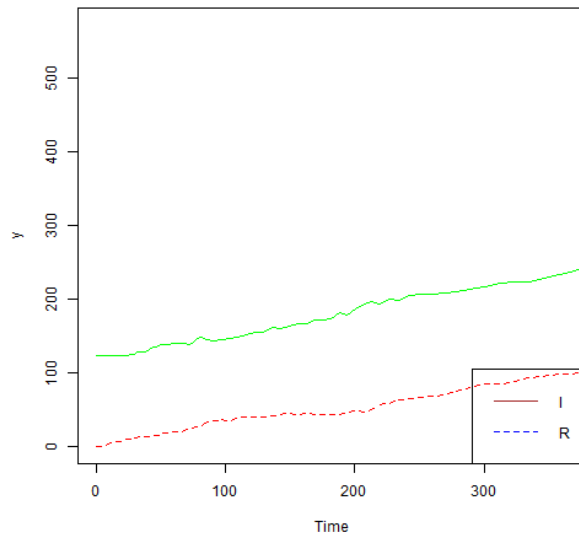
a. Kondisi real  $\gamma = 1.57 \times 10^{-6}$



b. Simulasi dengan menggunakan  $\gamma = 0.75 \times 10^{-6}$



c. Simulasi dengan menggunakan  $\gamma = 0.375 \times 10^{-6}$



d. Simulasi dengan menggunakan  $\gamma = 0.1675 \times 10^{-6}$

