

POLYNOMIAL DALAM MATHLAB

Oleh : Edy Supriyanto

ABSTRAKSI

Bentuk polynomial sering ditemui pada masalah Matematika. Dari persamaan yang berbentuk polynomial, kita dapat mengetahui : akar-akar polynomial, perkalian polynomial, penambahan polynomial, pembagian polnomial, turunan polynomial. Dengan software Matlab, kita dapat menyelesaikan tugas-tugas tersebut, karena di matlab ada fungsi-fungsi yang telah tersedia. Misalnya : roots, cont, plus, decont, polyder. Selain itu grafik dari fungsi polynomial juga dapat disajikan dengan fungsi plot.

Sebuah polynomial n dalam matematika dapat didefinisikan sebagai sebuah fungsi dari deret dengan variabelnya berpangkat maksimal n . Ini dapat ditulis sebagai berikut :

$$P(n) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

dengan x sebagai variable fungsi polynomial, a sebagai koefisien pada variable x yang bersangkutan.

Contoh :

$$P(4) = x^4 - 12x^3 + 0x^2 + 25x + 116.$$

Ini berarti koefisien var x^4 adalah 1, koefisien variable x^3 adalah -12 , koefisien variable x^2 adalah 0, koefisien variable x adalah 25 dan koefisien variable x^0 adalah 116.

Dalam Matlab, penulisan polynomial n tersebut disajikan sebagai vector baris dari koefisien secara deretan ascending tanpa menulis variabelnya. Bentuk umum dalam Matlab adalah :

$$>> p=[a_n \ a_{n-1} \ a_{n-2} \ a_{n-3} \dots \ a_1 \ a_0]$$

dengan p adalah fungsi polynomial, a sebagai koefisien pada variable yang bersangkutan. Pada layar komputer akan muncul :

$$>> p=[a_n \ a_{n-1} \ a_{n-2} \ a_{n-3} \dots \ a_1 \ a_0]$$

$p =$

$$a_n \ a_{n-1} \ a_{n-2} \ a_{n-3} \dots \ a_1 \ a_0$$

Maka $P(4) = x^4 - 12x^3 + 0x^2 + 25x + 116$ ditulis dalam Matlab sebagai :

$$>> p=[1 \ -12 \ 0 \ 25 \ 116]$$

$p =$

$$1 \ -12 \ 0 \ 25 \ 116$$

AKAR PERSAMAAN

Fungsi **roots** dalam Matlab dapat dipakai sebagai cara pencarian akar persamaan dari polynomial yang bersangkutan. Bentuk umum dalam Matlab adalah **r=roots(p)** dengan p adalah polynomial yang dicari akarnya

dan r adalah akar polinomialnya. Dari contoh tersebut,

```
>> p=[1 -12 0 25 116]
```

```
p =
```

```
1 -12 0 25 116
```

maka akarnya adalah:

```
>> r=roots(p)
```

```
r =
```

```
11.7473
```

```
2.7028
```

```
-1.2251 + 1.4672i
```

```
-1.2251 - 1.4672i
```

Ini berarti akar-akarnya adalah $X_1 = 11.7473$; $X_2 = 2.7028$; $X_3 = -1.2251 + 1.4762i$; $X_4 = -1.2251 - 1.4672i$.

Sebaliknya, juga dapat dilakukan pembentukan fungsi polinomial awal, jika diketahui akar-akar dari fungsi polinomial tersebut. Ini dapat dilakukan dengan fungsi **poly**. Bentuk umum adalah **ll=poly(r)**, dengan r akar persamaan dari polinomial, ll adalah polinomial yang dicari.

Contoh :

Diketahui akar-akar persamaan sebagai berikut :

```
X1 = 11.7473; X2 = 2.7028; X3 = -1.2251 + 1.4762i ; X4 = -1.2251 - 1.4672i
```

Dalam Matlab ini ditulis sebagai :

```
r =
```

```
11.7473
```

```
2.7028
```

```
-1.2251 + 1.4672i
```

```
-1.2251 - 1.4672i
```

Maka polynomialnya adalah :

```
>> ll=poly(r)
```

```
ll =
```

```
1.0000 -12.0000 -0.0000 25.0000
116.0000
```

Yang berarti : $x^4 - 12x^3 - 0x^2 + 25x + 116$.

PERKALIAN DUA BUAH POLINOMIAL

Perkalian dua buah polynomial dalam Matlab didukung oleh function **conv** (convolution). Bentuk umumnya adalah **c=conv(a,b)**. Ini berarti polynomial a dikalikan dengan polynomial b .

Sebagai contoh, polonomial $a = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ dikalikan dengan polynomial

$b = x^3 + 4x^2 + 9x + 16$. Dalam Matlab diketik sebagai :

```
> a=[1 2 3 4]; b=[1 4 9 16];
```

```
>> c=conv(a,b)
```

```
c =
```

```
1 6 20 50 75 84 64
```

Jadi, $c = x^6 + 6x^5 + 20x^4 + 50x^3 + 75x^2 + 84x + 64$.

PENAMBAHAN DUA BUAH POLINOMIAL

Untuk penambahan dua buah polinomial, dapat langsung dengan tanda + (**plus**). Bentuk umum dalam Matlab adalah **d=a+b** dengan a dan b adalah polinomial yang dijumlahkan dan d merupakan polinomial hasil. Tentunya kita harus ingat bahwa syarat penambahan dua buah polinomial adalah ukuran dari kedua polinomial tersebut harus sama.

Sebagai contoh, , polinomial $a = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ ditambahkan dengan polinomial

```
b= x3 + 4 x2 + 9x + 16.
>> a=[1 2 3 4]; b=[1 4 9 16];
>> d=a+b
d =
    2     6    12    20
```

Maka hasilnya adalah polinomial $2x^3 + 6x^2 + 12x + 20$.

PEMBAGIAN DUA BUAH POLINOMIAL

Kalau perkalian dua buah polinomial dengan fungsi **conv**, maka dalam pembagian dengan fungsi **deconv**. Bentuk umum dalam Matlab adalah **[q,r]=deconv(c,b)** dengan c sebagai polinomial pembilang, b sebagai polinomial penyebut, q sebagai polinomial hasil, r sebagai sisa hasil bagi. Sebagai contoh masih dari polinomial yang lalu.

```
> a=[1 2 3 4]; b=[1 4 9 16];c=[1 6 20 50
75 84 64]
```

Jika polinomial c dibagi b, maka :

```
>> [q,r]=deconv(c,b)
q =
    1     2     3     4
r =
    0     0     0     0     0     0     0
```

Ini berarti hasil pembagian polinomial $c=[1 \ 6 \ 20 \ 50 \ 75 \ 84 \ 64]$ oleh polinomial $b=[1 \ 4 \ 9 \ 16]$; adalah polinomial $q = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$ atau $q = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ dengan sisa hasil bagi $r = 0$.

Juga, misalnya polinomial c dibagi oleh a, maka :

```
>> [k,l]=deconv(c,a)
k =
    1     4     9    16
l =
    0     0     0     0     0     0     0
```

Ini berarti hasil pembagian $c=[1 \ 6 \ 20 \ 50 \ 75 \ 84 \ 64]$ oleh polinomial $a=[1 \ 2 \ 3 \ 4]$; adalah polinomial $q=[1 \ 4 \ 9 \ 16]$; atau $q = x^3 + 4x^2 + 9x + 16$ dengan sisa hasil bagi $r = 0$.

TURUNAN POLINOMIAL

Turunan polynomial dapat langsung diturunkan dengan fungsi **polyder**. Bentuk umum adalah **h=polyder(g)** dengan g adalah polynomial awal, h hasil turunan polinomial. Misalkan polynomial $g = x^6 + 6x^5 + 20x^4 + 48x^3 + 69x^2 + 72x + 44$, ini dapat ditulis dalam Matlab sebagai

```
g=[1 6 20 48 69 72 44]
```

```
g =
```

```
1    6    20    48    69    72    44
```

Maka turunan g adalah :

```
>> h=polyder(g)
```

```
h =
```

```
6    30    80    144    138    72
```

yang ditulis $h = 6x^5 + 30x^4 + 80x^3 + 144x^2 + 138x + 72$.

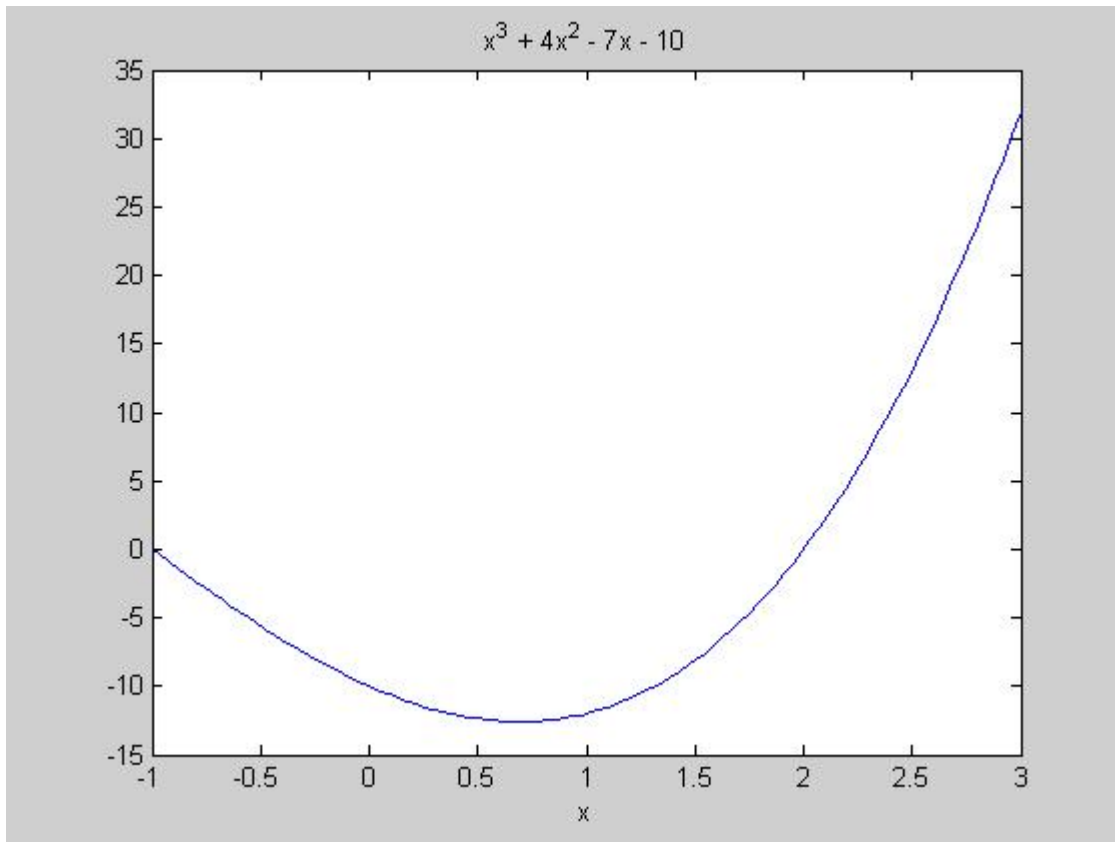
GRAFIK POLYNOMIAL

```
>> x=linspace(-1,3);
```

```
>> p=[1 4 -7 -10];
```

```
>> v=polyval(p,x);
```

```
>> plot(x,v),title('x^3 + 4x^2 - 7x - 10'),xlabel('x')
```



Gambar : Grafik Polynomial

PEMBAGIAN ANTARPOLINOMIAL

Dalam pembagian dua buah polynomial dapat diatur sebagai berikut : pembilang disebut sebagai **num** (numerator) dan penyebut disebut sebagai **den** (denominator). Pembagian rational polynomial dapat dilakukan oleh fungsi **residue**. Bentuk umum dalam Matlab adalah `[res,poles,k]=residue(num,den)` dengan res sebagai hasil polynomial pembilang, poles sebagai hasil polynomial penyebut, k sebagai sisa hasil bagi, num sebagai polynomial pembilang awal, den sebagai polynomial penyebut awal.

Sebagai contoh:

Pembilangnya adalah $10(s + 2)$ dan penyebutnya adalah $(s + 1)(s + 3)(s + 4)$. Secara manual ini dapat dihitung sebagai berikut :

$10(s + 2)$ dibagi $(s + 1)(s + 3)(s + 4)$
hasilnya adalah :

$$-6.6667/(s+4) + 5/(s+3) + 1.6667/(s+1) + 0$$

Dalam Matlab, ini diproses sebagai berikut :

```
>> num=10*[1 2];
```

```
>> den=poly([-1;-3;-4]);
```

```
>> [res,poles,k]=residue(num,den)
```

```
-1.0000
```

```
res =
```

```
k =
```

```
-6.6667
```

```
[]
```

```
5.0000
```

```
maka :
```

```
1.6667
```

```
[n,d]=residue(res,poles,k)
```

```
poles =
```

```
n =
```

```
-4.0000
```

```
-0.0000 10.0000 20.0000
```

```
-3.0000
```

```
d =
```

```
-1.0000
```

```
1.0000 8.0000 19.0000 12.0000
```

```
k =
```

```
roots(d)
```

```
[]
```

```
ans =
```

```
-4.0000
```

Ini berarti hasilnya adalah :

```
-3.0000
```

$-6.6667/(s+4) + 5.0000/(s+3) + 1.6667/(s+1) + 0$

```
-1.0000.
```

Juga sebaliknya, dengan fungsi residue juga dapat untuk mencari fungsi semula, jika diketahui akar-akar persamaan polinomialnya. Ini berarti jika diketahui [res,poles,k] maka dapat dicari num dan den dari polynomial awalnya. Bentuk umum dalam Matlab adalah **[n,d]=residue(res,poles,k)** Dari contoh sebelumnya, diketahui :

Jadi, fungsi pembilangnya adalah :

```
n =
```

```
-0.0000 10.0000 20.0000
```

dari num=10*[1 2] dan fungsi penyebutnya adalah :

$(s+1)(s+3)(s+4)$

```
dari d =
```

```
1.0000 8.0000 19.0000 12.0000
```

```
roots(d)
```

```
ans =
```

```
-4.0000
```

```
-3.0000
```

```
-1.0000.
```

Ini sama artinya dengan

```
>> num=10*[1 2];
```

>> den=poly([-1;-3;-4]);
sama seperti pada persamaan semula.

TURUNAN DUA BUAH FUNGSI

Fungsi yang ada dalam Matlab untuk tugas ini adalah polyder dengan bentuk umumnya adalah **[b,a]=polyder(num,den)**. Misalkan polynomial pembilang adalah $10(s + 2)$ dan polynomial penyebutnya adalah $(s + 1)(s + 3)(s + 4)$. Maka dalam Matlab, ini dapat dicari turunan dari pembagian fungsi

tersebut dengan cara num=10*[1 2];den=poly([-1;-3;-4]);

>> [b,a]=polyder(num,den)

b =

-20 -140 -320 -260

a =

1 16 102 328 553 456 144

Jadi hasil turunannya adalah :

$(-20s^3 - 140s^2 - 320s - 260)/(s^6 + 16s^5 + 102s^4 + 328s^3 + 553s^2 + 456s + 144)$.

DAFTAR PUSTAKA

Duane Hanselman & Bruce Littlefield. 1996. *Mastering Matlab*. Prentice Hall Int. Inc.