ANALISIS KETAHANAN DAN APLIKASINYA UNTUK PEMODELAN INTERVAL KELAHIRAN ANAK PERTAMA

HARNANTO[2], H. SUMARNO[1], DAN R. BUDIARTI[1]

[1]Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, IPB
Jl Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680 Indonesia

[2]Mahasiswa Program S2 Matematika Terapan
Sekolah Pascasarjana, IPB
Jl Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680 Indonesia

Abstrak :. Sebagian data selang kelahiran anak pertama tidak dapat diamati secara lengkap (data tersensor). Untuk menganalisis data selang kelahiran anak pertama yang sebagian tersensor tersebut, digunakan analisis ketahanan nonparametric, yaitu metode *life table*, Kaplan-Meier, dan Hazard proporsional Cox. Hasil analisis menunjukkan bahwa (1) walaupun tidak nyata, semakin kecil panjang selang yang digunakan dalam metode *life table* memberikan hasil analisis yang semakin baik, (2) berdasarkan metode Kaplan-Meier, hazard dari beberapa peubah bebas bersifat proporsional, (3) berdasarkan metode hazard proporsional Cox, peubah tempat tinggal, pendidikan, dan umur perkawinan pertama berpengaruh terhadap selang kelahiran anak pertama.

Kata kunci: data *survival*, analisis ketahanan, analisis nonparametrik dan parametrik.

1. PENDAHULUAN

Dalam demografi ada tiga hal yang sangat berpengaruh, yaitu kematian (*mortality*), perpindahan (*migration*), dan kelahiran (*fertility*). Banyak negara berusaha mengendalikan laju kelahiran (*fertility rate*) penduduknya, karena laju kelahiran yang tinggi akan menimbulkan dampak sosial yang besar. Salah satu indikator dari fertilitas adalah interval kelahiran anak pertama.

Interval kelahiran anak pertama dibangun dengan melakukan transformasi yaitu selisih antara umur perkawinan dengan umur kelahiran anak pertama. Pada kenyataannya panjang interval kelahiran anak pertama dari tiap wanita menikah tidaklah sama. Berdasarkan penelitian yang ada, interval kelahiran anak pertama ditentukan oleh berbagai faktor sosial dan budaya seperti: tempat tinggal, tingkat pendidikan, umur perkawinan, status bekerja serta faktor fisiologi.

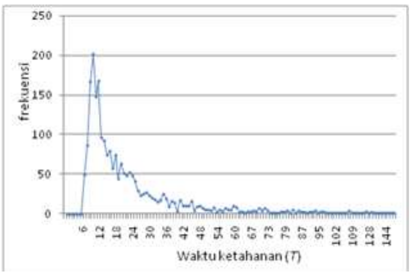
Sebagian wanita menikah telah melahirkan anak pertama beberapa bulan setelah perkawinan sehingga data yang diperoleh merupakan data lengkap, namun sebagian lainnya belum mempunyai anak pertama sehingga data yang diperoleh berupa data tersensor. Untuk menganalisis data yang mengandung data tersensor diperlukan suatu metode tertentu yaitu analisis ketahanan. Analisis ketahanan dibedakan menjadi dua yaitu analisis ketahanan nonparametrik dan parametrik. Analisis ketahanan nonparametrik yang digunakan adalah metode *Life Table*, Kaplan-Meier, dan metode hazard proporsional. Sedangkan analisis ketahanan parametrik yang digunakan adalah metode Weibull.

Tulisan ini bertujuan untuk (1) menentukan metode analisis terbaik bagi data interval kelahiran anak pertama, (2) mempelajari faktor-faktor yang dominan mempengaruhi interval kelahiran anak pertama.

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah hasil Survei Demografi dan Kesehatan Indonesia (SDKI) tahun 2002. Sampel yang digunakan adalah data pada dua propinsi yaitu Jawa Barat dan Daerah Istimewa Yogyakarta sebagai representasi dari daerah yang tingkat fertilitasnya tinggi dan rendah, dan dibatasi hanya untuk interval kelahiran anak pertama dari wanita yang menikah untuk pertama kali. Banyaknya responden seluruhnya 2349 orang, 6.4% diantaranya merupakan data tersensor. Peubah tak bebas yang digunakan dalam penelitian ini adalah interval kelahiran anak pertama. Peubah bebasnya adalah tempat tinggal (kota=1, desa=2), pendidikan tertinggi (tidak tamat SD=0, tamat SD=1, tamat SLTP=2, tamat SLTA$^+$=3), umur perkawinan (tahun), dan status bekerja (tidak kerja=0, kerja=1).

2. PEMBAHASAN

2.1. Sebaran Data Interval Kelahiran Anak Pertama: Interval kelahiran anak pertama dibangun dengan melakukan transformasi, yaitu selisih antara umur kelahiran anak pertama. Grafik sebaran data interval kelahiran anak pertama untuk data tidak tersensor adalah sebagai berikut,



Gambar 1 Grafik sebaran data interval kelahiran anak pertama

Peubah acak T yang menyatakan interval kelahiran anak pertama dinyatakan oleh

$$T = \begin{cases} L - K, \text{untuk } s = 1 \\ P - K, \text{untuk } s = 0 \end{cases},$$

dengan $T \geq 7$

L : umur kelahiran anak pertama

P : umur pada saat pengamatan
K : umur perkawinan pertama
s : status data (1 = data lengkap, 0 = data tersensor)

Dalam analisis ketahanan sebaran dari waktu ketahanan biasanya dicirikan oleh tiga fungsi yaitu fungsi ketahanan $S(t)$, fungsi kepekatan peluang $f(t)$, dan fungsi hazard $h(t)$ yang masing-masing didefinisikan oleh:

$$S(t) = P(T \geq t)$$

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P[t \leq T < t + \Delta t]}{\Delta t}$$

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P[t \leq T < t + \Delta t | T \geq t]}{\Delta t}$$

2.2. Metode *Life Table:* Metode *Life Table* termasuk analisis ketahanan nonparametrik. Langkah pertama adalah menduga fungsi ketahanan dan fungsi hazard yaitu membagi periode pengamatan menjadi beberapa selang yang panjangnya sama, misal m buah, $j = 1, 2, \dots, m$. Kemudian tiap selang j dihitung banyaknya kelahiran anak pertama (d_j), data tersensor (c_j), dan individu yang bertahan pada awal selang (n_j). Diasumsikan proses sensor dalam setiap selang j menyebar seragam, sehingga rata-rata banyaknya individu yang berisiko tersensor adalah $n'_j = \left(n_j - \frac{1}{2} c_j\right)$, peluang kelahiran anak pertama diduga dengan $\frac{d_j}{n'_j}$ dan peluang bertahannya adalah $\left(\frac{n'_j - d_j}{n'_j}\right)$. Penduga fungsi ketahanan dapat dinyatakan:

$$\hat{S}(t) = \prod_{j=1}^{k} \left(\frac{n'_j - d_j}{n'_j}\right) \quad (1)$$

untuk $t_k \leq t < t_{k+1}$, $k = 1, 2, \dots, m$. $\hat{S}(t) = 1$ untuk $t \leq t_1$ dan $\hat{S}(t) = 0$ untuk $t \geq t_{m+1}$ *Standar error* fungsi ketahanan metode *Life Table* adalah

$$s.e\left(\hat{S}(t)\right) \approx \left[\hat{S}(t)\right]\left[\sum_{j=1}^{k} \frac{d_j}{n'_j(n'_j - d_j)}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Diasumsikan kelahiran anak pertama menyebar seragam dalam setiap selang j, sehingga rata-rata waktu individu bertahan adalah $\left(n'_j - \frac{1}{2} d_j\right)\tau_j$, dengan τ_j adalah panjang selang. Penduga fungsi hazard *Life Table* diberikan oleh persamaan:

$$\hat{h}(t) = \frac{d_j}{\left(n'_j - \frac{1}{2} d_j\right)\tau_j} \quad (3)$$

2.3. Metode Kaplan-Meier: Pada prinsipnya metode Kaplan-Meier sama dengan metode *Life Table*, bedanya pada metode Kaplan-Meier setiap satu kelahiran dibuat selang sehingga dimungkinkan panjang tiap selang tidak sama. Misal r adalah banyaknya kelahiran dan n adalah banyaknya wanita menikah dengan $r \leq n$. Dalam setiap selang j peluang kelahiran diduga dengan d_j / n_j dan peluang bertahan diduga dengan $\hat{p}_j = \left(\frac{n_j - d_j}{n_j}\right)$. Penduga fungsi ketahanan dinyatakan dengan:

$$\hat{S}(t) = \prod_{j=1}^{k} \left(\frac{n_j - d_j}{n_j}\right) \quad (4)$$

untuk $t_k \leq t < t_{k+1}$, $k = 1, 2, \dots, m$, $\hat{S}(t) = 1$ untuk $t \leq t_1$.

Standar error fungsi ketahanan pada metode Kaplan-Meier adalah

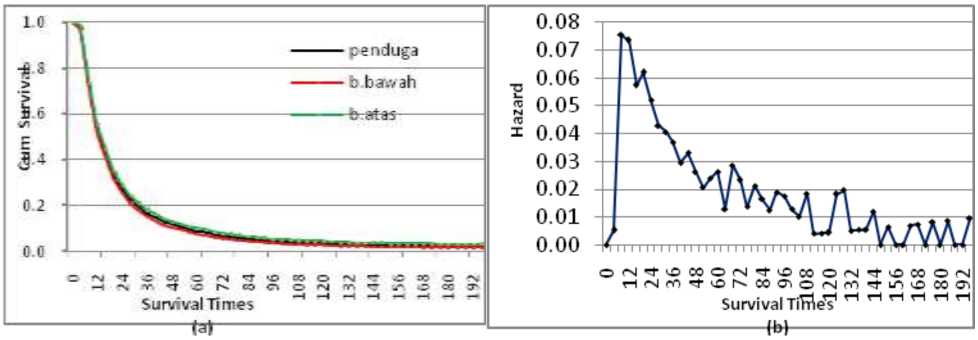
$$s.e\left(\hat{S}(t)\right) \approx \left[\hat{S}(t)\right]\left[\sum_{j=1}^{k} \frac{d_j}{n_j(n_j - d_j)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

Fungsi hazardnya diduga dengan:

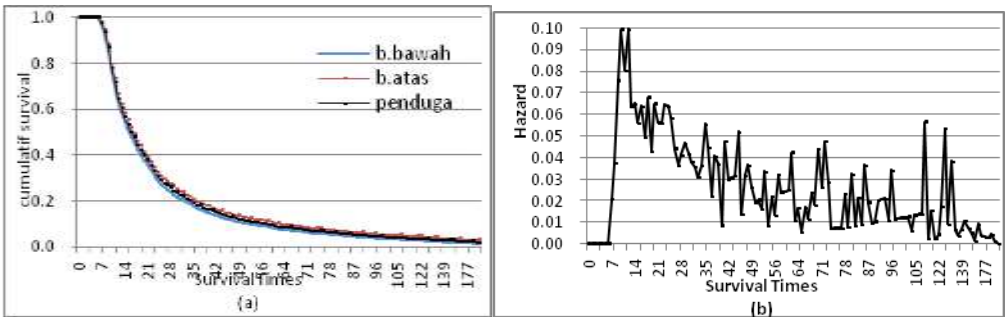
$$\hat{h}(t) = \frac{d_j}{n_j \tau_j} \tag{5}$$

untuk $t_j \leq t < t_{j+1}$ dan $\tau_j = \text{panjang selang} = t_{j+1} - t_j$.

Sebagai ilustrasi ditampilkan hasil analisis pada data interval kelahiran anak pertama untuk fungsi ketahanan dengan selang kepercayaan 95% dan fungsi hazard menggunakan metode *Life Table* dan Kaplan-Meier berikut.



Gambar 2. Grafik hasil analisis ketahanan untuk fungsi ketahanan dengan selang kepercayaan 95% dan fungsi hazard dengan metode *Life Table*



Gambar 3. Grafik hasil analisis ketahanan untuk fungsi ketahanan dengan selang kepercayaan 95% dan fungsi hazard dengan metode Kaplan-Meier

Dari Gambar 2a dan 3a terlihat bahwa selang yang memuat nilai penduga dengan selang kepercayaan 95% cukup kecil sehingga dapat dikatakan penduga fungsi ketahanan tersebut baik. Dari Gambar 2b dan 3b menunjukkan bahwa fungsi hazardnya tidak konstan yaitu semakin lama cenderung semakin kecil.

2.4. Membandingkan Dua Grup Data *Survival:* Untuk menguji apakah ada perbedaan yang nyata antara waktu ketahanan dari dua kelompok dapat dilakukan uji Logrank. Uji Logrank disusun dengan memisahkan waktu kelahiran dalam dua kelompok data survival, masing-masing kelompok diberi nama grup I dan grup II seperti dalam Tabel 1.

Tabel 1. Penyusunan kelompok kejadian pada uji Logrank

Grup	Jml Kelahiran pada	Jumlah individu yang	Jumlah individu

	waktu $t_{(j)}$	bertahan hingga $t_{(j)}$	yang berisiko sebelum $t_{(j)}$
I	d_{1j}	$n_{1j} - d_{1j}$	n_{1j}
II	d_{2j}	$n_{2j} - d_{2j}$	n_{2j}
Total	d_j	$n_j - d_j$	n_j

Jika waktu ketahanan tidak terpengaruh oleh grup maka keempat entri pada Tabel1 hanya ditentukan oleh nilai d_{1j}, dan d_{1j} dapat dianggap sebagai peubah acak yang menyebar hipergeometrik. Rataan dari d_{1j} adalah $e_{1j} = \frac{d_j n_{1j}}{n_j}$ dengan ragam $v_{1j} = \frac{n_{1j} n_{2j} d_j (n_j - d_j)}{n_j^2 (n_j - 1)}$. Jumlah penyimpangan nilai amatan d_{1j} dengan nilai harapannya adalah $U_L = \sum_{j=1}^{r} (d_{1j} - e_{1j})$. Ragam U_L adalah jumlah dari ragam-ragam d_{1j} dengan waktu saling bebas, sehingga $var\ (U_L) = \sum_{j=1}^{r} v_{1j} = V_L$. Sebaran U_L mendekati sebaran normal baku dengan rataan nol dan ragam satu, yang dinotasikan $\frac{U_L}{\sqrt{V_L}} \sim N(0,1)$. Kuadrat dari peubah acak normal baku mempunyai sebaran khi-kuadrat dengan derajad bebas satu yang dinotasikan

$$W_L = \frac{{U_L}^2}{V_L} \sim \chi^2_{(1)} \quad (6)$$

yangselanjutnya disebut dengan uji Logrank. Hipotesis yang digunakan adalah:

$H_0 : S_1(t) = S_2(t)$

$H_1 : S_1(t) \neq S_2(t)$

Daerah penolakan H_0 adalah jika nilai statistik Logrank, $W_L > \chi^2_{(1)\alpha}$

2.5. Hasil Analisis Membandingkan Dua Grup Data *Survival*: Sebagai ilustrasi untuk membandingkan dua grup data survival ditampilkan hasil uji Logrank untuk peubah tempat tinggal berikut.

Tabel 2. Hasil uji Logrank peubah tempat tinggal pada metode *Life Table*

Panjang Interval	2	4	8	16
Statistik	U_L= 158.830 V_L= 481.886 W_L= 52.350	U_L= 148.001 V_L= 430.909 W_L= 50.833	U_L= 128.927 V_L= 344.788 W_L= 48.209	U_L= 118.172 V_L= 283.769 W_L= 49.211

Dari tabel di atas terlihat bahwa nilai statistik $W_L > \chi^2_{(1)0,05} = 3.841$ sehingga keputusannya tolak H_0 artinya terdapat perbedaan yang nyata antara tingkat ketahanan individu di desa dan di kota, dan perbedaan panjang interval yang digunakan dalam metode *Life Table* cenderung tidak mempengaruhi hasil keputusan analisis.

Tabel 3. Hasil uji Logrank peubah tempat tinggal pada metode Kaplan-Meier

Statistik	Nilai
U_L	154.096
V_L	513.269
W_L	46.264

Hasil uji Logrank pada metode Kaplan-Meier memberikan hasil keputusan yang sama dengan metode *Life Table* menolah H_0. Untuk menguji apakah suatu peubah berpengaruh nyata atau tidak terhadap tingkat ketahanan individu, pada metode *Life Table* dan Kaplan-Meier uji Logrank dilakukan satu persatu.

2.6. Metode Hazard Proporsional: Dalam metode hazard proporsional, diasumsikan hazard dari peubah bebas bersifat proporsional. Misalkan data *survival* untuk individu suatu populasi, maka fungsi hazardnya dapat ditentukan dengan $h_1(t) = \frac{f_1(t)}{S_1(t)}$. Jika ada populasi lain dengan fungsi hazard $h_2(t)$ yang bersifat proporsional terhadap $h_1(t)$, maka dapat dinyatakan $h_2(t) = \psi h_1(t)$, dengan ψ adalah konstanta positip. Karena $\psi > 0$ maka dapat dilakukan transformasi dengan menggunakan fungsi eksponen, yaitu $\psi = \exp(\beta)$, $-\infty < \beta < \infty$. Misal *x* adalah peubah penjelas dengan nilai:

$$x = \begin{cases} 1, \text{jika individu mendapat perlakuan baru} \\ 0, \text{jika individu tidak mendapat perlakuan baru.} \end{cases}$$

Jika x_i adalah nilai dari *x* untuk individu ke-*i*, $i = 1,2,\dots,n$ maka fungsi hazard individu tersebut dapat dinyatakan dengan:

$$h_i(t) = \exp(\beta x_i)\, h_0(t) \tag{7}$$

Persamaan (7) dapat diperluas untuk *p* peubah penjelas $x_1, x_2, \dots, x_p$ menjadi:

$$h_i(t) = \exp\left(\sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ji}\right) h_0(t). \tag{8}$$

Penduga β_j

Pendugaan parameter β_j dengan metode *maximum likelihood* adalah nilai β_j yang memaksimumkan fungsi likelihood. Fungsi likelihood adalah peluang bersama dari data pengamatan yang dianggap sebagai fungsi dari parameter. Selanjutnya fungsi likelihood yang diperoleh adalah:

$$L(\beta) = \prod_{j=1}^{r} \frac{\exp\left(\sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ji}\right)}{\sum_{l\in R(t_j)} \exp\left(\sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{jl}\right)}. \tag{9}$$

Misalkan waktu kejadian dan waktu sensor dari data *n* pengamatan dinyatakan dalam notasi pasangan peubah acak (t_i, δ_i), dan δ_i merupakan indikator yang menunjukkan apakah waktu *survival* t_i tidak tersensor $(\delta_i = 1)$ atau tersensor $(\delta_i = 0)$, maka fungsi ln-likelihood menjadi:

$$\ln L(\beta) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \left[\sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ji} - \ln\left(\sum_{l\in R(t_j)} \exp\left(\sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{jl}\right)\right)\right] \tag{10}$$

Penduga β_j dapat diperoleh dengan memaksimumkan fungsi ln-likelihood yaitu dengan menentukan solusi dari persamaan

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \delta_i \left[\sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ji} - \frac{\sum_{l\in R(t_j)} \exp\left(\sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{jl}\right) \sum_{j=1}^{p} x_{jl}}{\sum_{l\in R(t_j)} \exp\left(\sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{jl}\right)}\right] = 0 \tag{11}$$

Standar error dari $\hat{\beta}_j$ adalah

$$s.e.\left(\hat{\beta}_j\right) = \sqrt{-\left(\frac{\partial^2 \ln L\left(\hat{\beta}_j\right)}{\partial \hat{\beta}_j^{\,2}}\right)^{-1}} \quad (12)$$

2.7. Penduga Fungsi Hazard dan Fungsi Ketahanan: Dari persamaan (8) diperoleh penduga fungsi hazard untuk individu ke-*i* yaitu:

$$\hat{h}_i(t) = \exp\left(\sum_{j=1}^{p} \hat{\beta}_j x_{ji}\right) \hat{h}_0(t). \quad (13)$$

Kedua ruas Persamaan (13) diintegralkan maka diperoleh penduga fungsi hazard kumulatif, yaitu:

$$\int_0^t \hat{h}_i(u)\,du = \exp\left(\sum_{j=1}^{p} \hat{\beta}_j x_{ji}\right) \int_0^t \hat{h}_0(u)\,du$$
$$\hat{H}_i(t) = \exp\left(\sum_{j=1}^{p} \hat{\beta}_j x_{ji}\right) \hat{H}_0(t). \quad (14)$$

Persamaan (14) kedua ruas dikalikan dengan -1 kemudian dieksponenkan maka diperoleh penduga fungsi ketahanan untuk individu ke-*i* yaitu:

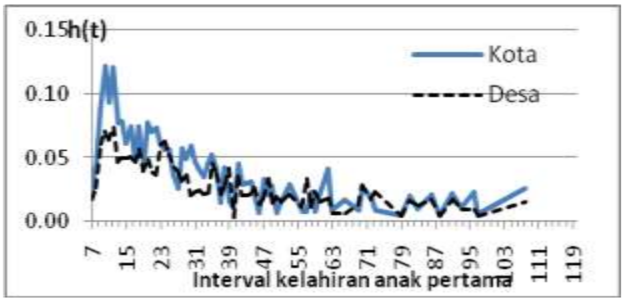
$$\hat{S}_i(t) = \left[\hat{S}_0(t)\right]^{\exp\left(\sum_{j=1}^{p} \hat{\beta}_j x_{ji}\right)}. \quad (15)$$

Penduga *baseline* fungsi hazard dan *baseline* fungsi ketahanan masing-masing adalah $\hat{h}_0(t_j) = 1 - \xi_j$ dan $\hat{S}_0(t_j) = \prod_{j=1}^{k} \xi_j$ dengan:

$$\xi_j = \left(1 - \frac{\exp\left(\sum_{j=1}^{p} \hat{\beta}_j x_{jl}\right)}{\sum_{l \in R(t_j)} \exp\left(\sum_{j=1}^{p} \hat{\beta}_j x_{jl}\right)}\right)^{\exp\left(\sum_{j=1}^{p} \hat{\beta}_j x_{jl}\right)}.$$

Rasio hazard merupakan proporsi risiko kejadian pada populasi satu relatif terhadap kelompok populasi yang berbeda, yang dinyatakan dalam $\psi = \exp(\beta)$. Interpretasi nilai rasio hazard, misalkan ψ =1.15 artinya risiko kejadian pada populasi satu besarnya 1.15 kali lebih tinggi dari populasi yang lain. Penduga rasio hazard adalah $\hat{\psi} = \exp(\hat{\beta})$ dan *standar error*nya $s.e.(\hat{\psi}) = \hat{\psi}\, s.e.(\hat{\beta}_j)$.

Untuk menganalisis data interval kelahiran anak pertama menggunakan metode hazard proporsional, perlu dilihat apakah hazard dari peubah bebas bersifat proposional seperti asumsi yang digunakan. Hasil analisis hazard dengan menggunakan metode Kaplan-Meier untuk peubah tempat tinggal ditampilkan dalam bentuk grafik pada Gambar 4.



Gambar 4 Grafik hazard peubah tempat tinggal dengan metode Kaplan-Meier

Dari Gambar 4 terlihat bahwa hazard individu di kota lebih besar dibanding hazard individu di desa. Untuk menentukan apakah hazard kedua kelompok individu bersifat proporsional dilakukan regresi linear terhadap proporsi kedua hazard. Hasil analisis regresi ditampilkan dalam Tabel 4 berikut.

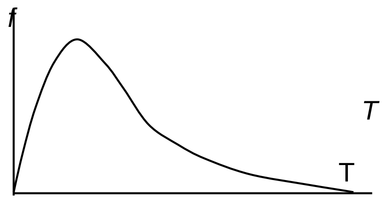
Tabel 4 Hasil analisis regresi dari rasio hazard peubah tempat tinggal

	B	Std. Error	Sig.
Constant	1.442	0.146	0.000
Slope	-0.002	0.003	0.482

Dari tabel di atas untuk taraf nyata 0.05 menunjukkan bahwa hasil analisis tidak signifikan artinya proporsi hazard peubah tempat tinggal adalah konstan (proporsional) sehingga untuk menganalisis data dengan peubah bebas dapat digunakan metode hazard proporsional.

Analisis untuk menguji adanya pengaruh dari peubah-peubah bebas terhadap tingkat ketahanan individu pada metode hazard proporsional dapat dilakukan secara simultan.

3.8. Metode Weibull: Metode Weibull merupakan salah satu contoh analisis ketahanan parametrik, dengan fungsi kepekatan peluang $f(t) = \lambda\gamma(\lambda t)^{\gamma-1}e^{-(\lambda t)^{\gamma}}$. Parameter γ menentukan kemiringan kurva distribusi dan λ menunjukkan penskalaan. Metode Weibull dipilih karena secara grafik sebarannya mirip sebaran dari interval kelahiran anak pertama, yaitu:



Gambar 5. Grafik sebaran Weibull untuk suatu nilai parameter γ dan λ

Sebaran Weibull memiliki fungsi distribusi kumulatif $F(t) = 1 - e^{-(\lambda t)^{\gamma}}$, fungsi ketahanan $S(t) = e^{-(\lambda t)^{\gamma}}$, dan fungsi hazard $h(t) = \lambda\gamma(\lambda t)^{\gamma-1}$.

Penduga Parameter λ dan γ

Misalkan waktu kejadian dan waktu sensor dari data *n* pengamatan dinyatakan dalam notasi pasangan peubah acak (t_i, δ_i), dan δ_i merupakan indikator yang menunjukkan apakah waktu *survival* t_i tidak tersensor $(\delta_i = 1)$ atau tersensor $(\delta_i = 0)$, serta $\sum_{i=1}^{n} d_i = r$. Fungsi ln-likelihood dapat dinyatakan dengan:

$$\ln L(\lambda, \gamma) = r\ln(\lambda\gamma) + (\gamma - 1)r\ln(\lambda t_i) - \lambda^{\gamma}\sum_{i=1}^{n} t_i^{\gamma} \quad (16)$$

Penduga λ dan γ yang memaksimumkan fungsi likelihood diperoleh dengan menyelesaikan persamaan sistem persamaan berikut:

$$r - \hat{\lambda}^{\hat{\gamma}}\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\gamma}} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{r}{\hat{\gamma}} + r\ln\hat{\lambda} + \sum_{i=1}^{n}\ln t_i - \hat{\lambda}^{\hat{\gamma}}\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\gamma}}\left(\ln\hat{\lambda} + \ln t_i\right) = 0 \quad (18)$$

Standar error bagi $\hat{\lambda}$ dan $\hat{\gamma}$ adalah

$$s.e.(\hat{\lambda}) \approx \frac{\ddot{\lambda}}{\sqrt{\hat{\gamma}\left[r + (\hat{\gamma}-1)\hat{\lambda}^{(\hat{\gamma}-2)}\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\gamma}}\right]}} \text{ dan } s.e.(\hat{\gamma}) = \frac{\hat{\gamma}}{\sqrt{r + \hat{\gamma}^2\hat{\lambda}^{\hat{\gamma}}\sum_{i=1}^{n} t_i^{\hat{\gamma}}\ln\ln(\hat{\lambda}t_i)}}$$

Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji Kolmogorov-Smirnov digunakan untuk menentukan apakah suatu sampel berasal dari sebuah populasi dengan sebaran tertentu. Uji ini didasarkan pada selisih maksimum antara nilai fungsi distribusi empirik (F_N) dan nilai fungsi distribusi kumulatif teoritik ($F(Y_i)$). Misalkan terdapat N data terurut yaitu $Y_1, Y_2, \ldots, Y_N$ maka fungsi distribusi empirik didefinisikan oleh

$$F_N = \frac{n(i)}{N} = \frac{i}{N}$$

dengan $n(i)$ = banyaknya kejadian yang kurang dari Y_i

Y_i = data ke-i pada data terurut dari terkecil hingga terbesar

Hipotesis yang digunakan dalam Uji Kolmogorov-Smirnov adalah

H_0 : Data mengikuti distribusi Weibull

H_1 : Data tidak mengikuti distribusi Weibull

Statistik uji Kolmogorov-Smirnov adalah

$$D = \max_{1 \le i \le N} \left(F(Y_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} - F(Y_i) \right)$$

H_0 ditolak jika nilai D lebih besar dari nilai kritis D yang diperoleh dari tabel.

Berdasarkan hasil analisis pada data interval kelahiran anak pertama diperoleh nilai $D = 0.076$ dan nilai kritis D tabel untuk taraf uji nyata $\alpha = 0.05$ adalah 0.043. Karena nilai D hitung lebih besar dari nilai kritis D tabel maka keputusannya tolak H_0 yang artinya data tidak menyebar Weibull. Dari pembahasan metode-metode tersebut di atas dapat disimpulkan bahwa metode yang paling sesuai untuk memodelkan interval kelahiran anak pertama adalah metode hazard proporsional.

2.9. Hasil Analisis Pengaruh Peubah Bebas terhadap Peubah Takbebas: Misalkan $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ berturut-turut menyatakan peubah tempat tinggal, pendidikan tidak tamat SD, tamat SD, tamat SLTP, umur, status bekerja dan $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4, \hat{\beta}_5, \hat{\beta}_6$ adalah nilai penduga untuk besar pengaruh masing-masing peubah tersebut. Dengan menggunakan metode hazard proporsional, dalam penelitian ini model dapat dinyatakan:

$$\hat{h}_i(t) = \hat{h}_0(t)\, exp\big(\hat{\beta}_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \hat{\beta}_3 x_{3i} + \hat{\beta}_4 x_{4i} + \hat{\beta}_5 x_{5i} + \hat{\beta}_6 x_{6i}\big)$$

Tabel 5 Hasil analisis ketahanan menggunakan metode hazard proporsional untuk peubah bebas secara simultan

Peubah bebas	$\hat{\beta}$	$s.e.\hat{\beta}$	p	Exp($\hat{\beta}$)
Tempat tinggal	0.212	0.046	0.000	1.236
Pendidikan			0.000	
Tdk.tamat SD	-0.244	0.125	0.051	0.783
Tamat SD	-0.022	0.097	0.820	0.978
Tamat SLTP	0.140	0.094	0.135	1.150
Umur	0.023	0.005	0.000	1.024
Status bekerja	0.004	0.043	0.925	1.004

Dari Tabel 5 dapat dilihat bahwa peubah bebas yang nyata berpengaruh terhadap interval kelahiran anak pertama adalah tempat tinggal, pendidikan, dan umur perkawinan pertama, sedangkan status bekerja tidak nyata berpengaruh.

Dengan menggunakan nilai $\hat{\beta}$ pada Tabel 5, maka model yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$\hat{h}_i(t) = \hat{h}_0(t)\ \exp(0.212x_{1i} - 0.244x_{2i} - 0.022x_{3i} + 0.140x_{4i} + 0.023x_{5i} + 0.004x_{6i})$$

3. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil adalah (1) semakin kecil panjang selang yang digunakan dalam metode *Life Table* memberikan hasil analisis yang cenderung semakin baik, walaupun secara statistik dari keempat panjang selang yang digunakan menghasilkan kesimpulan yang sama, (2) hasil analisis untuk beberapa peubah bebas dengan menggunakan metode Kaplan-Meier menunjukkan bahwa hazard dari peubah bebas bersifat proporsional dan hasil uji sebaran dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov menunjukkan bahwa data tidak memiliki suatu sebaran tertentu, sehingga metode yang lebih sesuai untuk memodelkan data interval kelahiran anak pertama adalah metode nonparametrik yaitu metode hazard proporsional, (3) hasil analisis menggunakan metode hazard proporsional menunjukkan bahwa peubah tempat tinggal, pendidikan tertinggi, dan umur perkawinan pertama nyata berpengaruh terhadap interval kelahiran anak pertama, sedangkan peubah status bekerja tidak memberikan pengaruh yang nyata.

DAFTAR PUSTAKA

Collet D. 1994. *Modelling Survival Data in Medical Research*. 3th ed. London- Glasgow-Weinheim-Newyork-Tokyo-Melbourne. Madrass: Chapman and Hall.

Cox DR dan Oakes, 1984. *Analysis of Survival Data.* Cambridge: University Press.

Hogg VR. and Craig TA. 1995. *Introduction to Mathematical Statistcs.* 5th ed. New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs Publisher.

Klein J and Moeschberger M. 1997. *Survival Analysis*, New York.

Lee ET. 1992. *Statistical Methods for Survival Data Analysis.* Second ed. New York: A Wiley Interscience Publication.

Leung et. al. 1997. *Cencoring Issues in Survival Analysis*. Annu. Rev. Public H.