

Implementasi Sistem Persamaan Linier menggunakan Metode Aturan *Cramer*

Rina Candra Noor Santi

Program Studi Teknik Informatika, Universitas Stikubank

email: r_candra_ns@yahoo.com

Abstrak

Matematika secara garis besar dibedakan menjadi dua, yaitu matematika terapan (*applied mathematics*) dan matematika murni (*pure mathematics*). Matematika terapan mempunyai pengertian bahwa matematika digunakan diluar matematika. Matematika terapan berperan dan membantu menyelesaikan masalah-masalah di dunia nyata yang akan diselesaikan dalam sistemnya dan memenuhi kebutuhan ilmu-ilmu dalam pengembangannya. Banyak ilmuwan yang mengkaji matematika untuk dapat dimanfaatkan dalam bidang lain. Sedangkan matematika murni berperan sebagai ratu yang mempercantik dirinya melalui rancangan-rancangan definisi, teorema yang terstruktur secara sistematis.

Teori Aljabar Linier merupakan cabang dari matematika terapan. Aljabar Linier mempunyai penerapan pada berbagai bidang ilmu alam dan ilmu sosial serta teknologi khususnya teknologi Informasi dan komunikasi (infokom) yang saat ini sedang berkembang pesat. Ilmu yang dipelajari pada materi Aljabar Linier salah satunya yaitu Sistem Persamaan Linier. Adapun salah satu metode yang dapat digunakan untuk mencari nilai variabel adalah Aturan Cramer

Kata Kunci: Persamaan Linier, Aturan Cramer

PENDAHULUAN

Ilmu pengetahuan dan teknologi serta seni (IPTEKS) semakin meningkat seiring dengan perkembangan zaman. Hasil dari peningkatan kemajuan IPTEKS pada saat ini, maka telah menjadi bagian yang tidak dapat dipisahkan dengan kebutuhan manusia itu sendiri. Agar ilmu pengetahuan terus berkembang dan maju maka perlu diadakan penelitian-penelitian, baik penelitian yang bertujuan menemukan dan menyelesaikan masalah-masalah baru, mengembangkan pengetahuan yang ada maupun menguji kebenaran suatu pengetahuan.

Sistem Persamaan Linier merupakan bagian dari ilmu matematika yang mempelajari bagaimana menyelesaikan masalah teknik dengan menggunakan aljabar linier. Metode - metode yang dipelajari dalam mata kuliah ini adalah suatu algoritma dari suatu penyelesaian berbagai persoalan yang dapat dipergunakan sehingga metode- metode ini dapat diterapkan dalam program komputer.

Pemrograman Visual merupakan salah satu alat visual dalam komputer yang dapat digunakan untuk menampilkan hasil dari matematika terapan dengan menggunakan aplikasi komputer. Banyak sekali dari bidang matematika yang telah diaplikasikan dengan menggunakan komputer. Contoh aplikasi dengan komputer yaitu matlab, visual basic, delphi, java dan lain sebagainya.

Dari latar belakang diatas, peneliti ingin mencoba membuat sebuah aplikasi dengan pemrograman visual pada teori sistem persamaan linier dengan metode aturan *Cramer*.

TINJAUAN PUSTAKA

1. Sistem Persamaan Linear

Bentuk umum sistem persamaan linier (SPL) yang terdiri dari m buah persamaan linier dan n buah peubah dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

a. Dua Variabel

Dengan x_1, x_2, \dots, x_n merupakan peubah dan $a_{ij} \in \mathbb{R}$, dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$ merupakan koefisien SPL

Contoh:

$$x + y = 3$$

$$3x - 5y = 1$$

Sistem persamaan linier dua variabel dengan variabel x dan y secara umum adalah :

$$\begin{cases} ax + by = m \\ cx + dy = n \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

dengan a, b, c, d, m dan $n \in \mathbb{R}$

b. Tiga variabel

Sistem persamaan linier tiga variabel dengan variabel x, y dan z secara umum adalah :

$$\begin{cases} ax + by + cz = m & \dots\dots(i) \\ dx + ey + fz = n & \dots\dots(ii) \\ gx + hy + iz = p & \dots\dots(iii) \end{cases} \dots\dots(3)$$

dengan $a, b, c, d, e, f, g, h, i, m, n$ dan $p \in \mathbb{R}$

Penyelesaian dapat diperoleh dengan cara mereduksi persamaan menjadi persamaan dua variabel, dengan cara mengalikan persamaan (i) dengan d dan persamaan (ii) dengan a dan mengurangkan.

2. Metode Aturan Cramer

Aturan Cramer adalah salah satu metode pencarian nilai variabel dengan menggunakan determinan.

$$\begin{bmatrix} a & b & c & A \\ d & e & f & B \\ g & h & i & C \end{bmatrix}$$
 ini merupakan matrik,

kemudian matrik tersebut dipecah.

Menjadi

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$
 sebagaimatrik A

$$\begin{bmatrix} A & b & c \\ B & e & f \\ C & h & i \end{bmatrix}$$
 sebagaimatrik A_1

$$\begin{bmatrix} a & A & c \\ d & B & f \\ g & C & i \end{bmatrix}$$
 sebagaimatrik A_2

$$\begin{bmatrix} a & b & A \\ d & e & B \\ g & h & C \end{bmatrix}$$
 sebagaimatrik A_3

Semua matrik A, A_1, A_2, A_3 dicari determinannya.

$$\text{Sehingga } X = \frac{\det A_1}{\det A}, Y = \frac{\det A_2}{\det A} \quad Z =$$

$$\frac{\det A_3}{\det A} \dots\dots\dots(4)$$

3. Definisi Determinan

Matriks A ($n \times n$). Fungsi determinan, dinotasikan $\det(A)$, adalah jumlah semua hasil kali elementer bertanda.

Contoh: A (3 x 3); jumlah semua hasil kali elementer bertanda adalah jumlah dari semua (6) elemen berikut ini:

$$\begin{aligned}
 &+ a_{11}a_{22}a_{33} \\
 &- a_{11}a_{23}a_{32} \\
 &+ a_{12}a_{23}a_{31} \\
 &- a_{12}a_{21}a_{33} \\
 &+ a_{13}a_{21}a_{32} \\
 &- a_{13}a_{22}a_{31}
 \end{aligned}$$

Bandingkan dengan cara perhitungan “non-formal”nya:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l}
 + a_{11} a_{12} a_{13} \text{ (inversi = 0)} \\
 + a_{12} a_{23} a_{31} \text{ (inversi = 0)} \\
 + a_{13} a_{21} a_{32} \text{ (inversi = 0)}
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 - a_{11} a_{23} a_{32} \text{ (inversi = 1)} \\
 - a_{12} a_{21} a_{33} \text{ (inversi = 1)} \\
 - a_{13} a_{22} a_{31} \text{ (inversi = 1)}
 \end{array}
 \right.$$

Teorema:

1. Bila A(n x n) matriks segitiga atas/bawah, maka Det(A) adalah hasil kali dari elemen-elemen diagonal utama.

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -3 \\ 0 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \text{Det}(A) = 2 \times (-3) \times 6 = -36$$

$$\text{Bukti: } \begin{bmatrix} 2 & 7 & -3 \\ 0 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Secara umum: untuk A(3x3)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

diagonal utama

$$\begin{aligned}
 &+ a_{11} a_{12} a_{13} \neq 0 && - a_{11} a_{23} a_{32} \\
 &+ a_{12} a_{23} a_{31} && - a_{12} a_{21} a_{33} \\
 &+ a_{13} a_{21} a_{32} && - a_{13} a_{22} a_{31}
 \end{aligned}$$

Fungsi Determinan

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \text{Det}(A) = 3(-2) - 4.4 = -10$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det}(B) = (45 + 84 + 96) - (105 + (-48) + (-72)) = 240$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Analisa Permasalahan

Sistem ini digunakan untuk membantu dosen dalam mengoreksi jawaban soal, karena selama ini belum ada yang membuat sistem aplikasi untuk matematika. Khususnya dalam hal ini adalah materi pencarian sistem persamaan linier untuk mendapatkan nilai variabel.

2. Analisa Sistem

Sistem yang akan dikembangkan menggunakan aplikasi borland delphi. Dengan memasukkan rumus-rumus aturan Cramer ke dalam aplikasi.

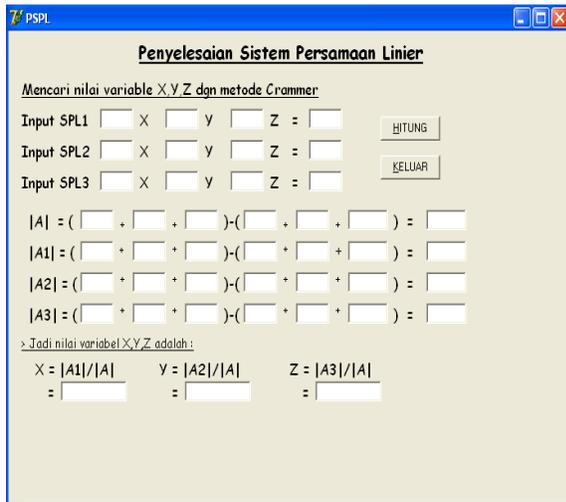
Contoh latihan sistem persamaan linier:

$$\begin{aligned}
 X + y + 2z &= 9 \\
 2x + 4y - 3z &= 1 \\
 3x + 6y - 5z &= 0
 \end{aligned}$$

Hasil nilai variabel sebagai berikut:

$$X = 1, Y = 2, Z = 3$$

3. Perancangan Sistem



Gambar 1. Perancangan Tampilan Sistem

4. Implementasi

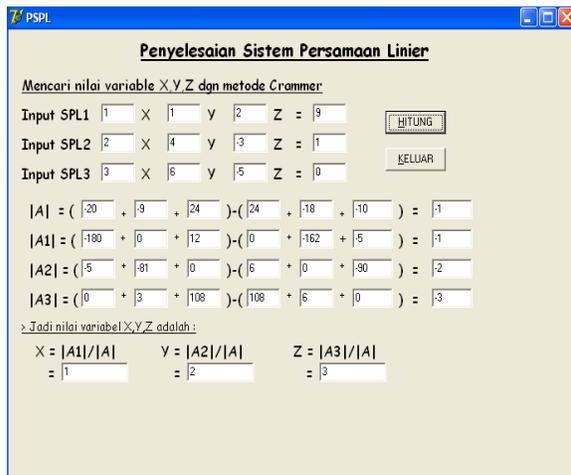
a. Aplikasi Sistem

Contoh: Cari nilai variabel dari sistem persamaan linier sebagai berikut:

$$X + y + 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = 1$$

$$3x + 6y - 5z = 0$$



Gambar 2. Implementasi Sistem

Nilai variabel yang didapat adalah:

$$X = 1, Y = 2, Z = 3$$

b. Perhitungan secara manual

$$X + y + 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = 1$$

$$3x + 6y - 5z = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & 6 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= -20 + (-9) + 24 - 24 + 18 + 10 = -1$$

$$A1 = \begin{bmatrix} 9 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \\ 0 & 6 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= -180 - 0 + 12 - 0 + 162 + 5 = -1$$

$$A2 = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= -5 + (-81) + 0 - 6 - 0 + 90 = -2$$

$$A3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 9 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= -0 + 3 + 108 - 108 - 6 - 0 = -3$$

$$X = \frac{\det A1}{\det A} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$Y = \frac{\det A2}{\det A} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$$Z = \frac{\det A3}{\det A} = \frac{-3}{-1} = 3$$

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Hasil dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Bahwa materi yang berkaitan dengan matematika, perhitungannya dapat dibuat dalam bentuk aplikasi. Contohnya saja materi aljabar linier atau metode numerik.
- Aplikasi tersebut dapat membantu dosen dalam menghasilkan nilai jawaban, dan mempercepat proses perhitungan.
- Soal ujian untuk masing-masing mahasiswa bisa berbeda, dengan menggunakan aplikasi tersebut hasil lebih cepat ditemukan

Saran

Dari hasil kesimpulan diatas saran yang bisa diberikan, bahwa ternyata membuat aplikasi matematika sangat membantu bagi dosen yang ingin memberikan soal berbeda untuk masing-masing mahasiswa, karena biasanya dengan soal yang sama akan lebih mudah bagi mahasiswa untuk bekerja sama dengan temannya pada saat ujian. Ini yang menjadikan mahasiswa tidak mau belajar, karena kita tahu bahwa nilai matematika adalah nilai pasti.

Saran bagi pendidik, supaya mencoba melakukan cara seperti ini agar mahasiswa lebih termotivasi dalam mendapatkan nilai yang lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton Howard, 1994, *Aljabar Linier Elementer*, Penerbit Erlangga, Jakarta
- Arista, 1996, *Aljabar Linier*, Jakarta
- Jogiyanto, 1999, *Aplikasi Borland Delphi*, Andi Offset, Jakarta