

PERAN GURU DALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIKDALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Yeni Yuniarti¹

ABSTRAK

Salah satu kompetensi professional yang harus dimiliki guru adalah mampu menggunakan pengetahuan konseptual, prosedural, dan keterkaitan keduanya dalam pemecahan masalah matematika, serta penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Untuk memiliki kompetensi tersebut kemampuan representasi matematik merupakan syarat mutlak yang harus dimiliki, karena representasi matematik sangat diperlukan dalam pemahaman konsep maupun penyelesaian masalah matematika. Selain itu juga representasi matematik dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematik. Untuk mengembangkan kemampuan representasi ini agar berkembang, diperlukan upaya guru dengan memberikan kesempatan kepada siswa untuk menghadirkan representasinya sendiri secara beragam.

Kata Kunci: Kemampuan Representasi Matematik, Komunikasi Matematis, Pemahaman Konsep, Pemecahan Masalah.

A. PENDAHULUAN

Salah satu kompetensi professional yang harus dimiliki guru SD seperti tercantum dalam Permendiknas No. 16 tahun 2007 adalah mampu menggunakan pengetahuan konseptual, prosedural, dan keterkaitan keduanya dalam pemecahan masalah matematika, serta penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Agar memiliki kompetensi tersebut maka upaya yang harus dilakukan guru adalah dengan mengembangkan kemampuannya dalam pemecahan masalah.

Kemampuan pemecahan masalah matematis sangat berhubungan erat dengan kemampuan representasi matematis. Hal ini diungkapkan Brenner *et al.* (Neria dan Amit, 2004) bahwa proses dari kesuksesan pemecahan masalah bergantung pada ketrampilan representasi yang meliputi konstruksi dan menggunakan representasi matematis dalam kata-kata, grafik, tabel dan persamaan, memecahkan dan manipulasi simbol. Representasi yang dimunculkan adalah ungkapan dari gagasan; gagasan atau ide-ide matematis dalam upaya mencari solusi dari permasalahan yang sedang dihadapi. Dengan konstruksi representasi matematis yang tepat akan memudahkan dalam melakukan pemecahan masalah. Masalah yang dianggap rumit akan menjadi lebih sederhana dengan menggunakan representasi yang sesuai dengan permasalahan.

Beragam bentuk representasi matematis seperti representasi verbal, gambar, numerik, simbol aljabar, tabel, diagram, dan grafik merupakan komponen pembelajaran yang esensial yang tidak dapat dipisahkan dalam pelajaran matematika. Akan tetapi pada umumnya dalam pembelajaran matematika representasi matematis tidak dijadikan fokus utama. Representasi matematis dipelajari atau diajarkan hanya sebagai pelengkap dalam menyelesaikan masalah semata. Hal ini bisa terjadi karena keterbatasan pengetahuan guru dan kebiasaan siswa belajar di kelas dengan cara

¹Dosen PGSD UPI Kampus Cibiru

konvensional sehingga belum memungkinkan untuk mengembangkan daya representasi secara optimal (Hudiono,2010).

Untuk memenuhi tuntutan profesional, guru perlu mengembangkan kemampuan representasi matematis dalam memecahkan masalah, karena di dalam tugasnya guru harus bisa membimbing siswanya belajar memecahkan masalah matematika. Jadi, guru tidak hanya dituntut untuk memiliki kemampuan pemecahan masalah untuk dirinya sendiri akan tetapi harus bisa mengomunikasikannya kepada siswa, seperti dikemukakan dalam NCTM Program Standards (2003) bahwa seorang calon guru matematikaharuslah mampu mengomunikasikan pikiran matematisnya secara lisan dan tertulis kepada teman-temannya, para dosen, dan kepada yang lainnya.

Selama ini dalam pembelajaran matematika siswa jarang diberikan kesempatan untuk menghadirkan representasinya sendiri. Siswa cenderung meniru langkah guru dalam menyelesaikan masalah. Akibatnya, kemampuan representasi matematis siswa tidak berkembang. Padahal representasi matematis sangat diperlukan dalam pembelajaran matematika, baik bagi siswa maupun bagi guru. Keterbatasan pengetahuan guru tentang representasi matematis dan peranannya dalam pembelajaran matematika akan sangat berpengaruh pada kemampuan representasi matematis siswa. Siswa tidak akan memiliki kemampuan representasi matematis yang baik jika gurunya sendiri kurang dalam kemampuan representasi matematisnya.

Upaya yang harus dilakukan yaitu menyajikan pembelajaran yang mampu memberikan kesempatan kepada siswa untuk menggali kemampuan representasi matematisnya serta membiasakan siswa untuk terlibat aktif dalam proses belajar sehingga mereka akan lebih mampu membangun gagasan, ide, dan konsep matematika, serta mengembangkan kemampuan-kemampuan yang telah dimilikinya. Tentu saja setiap siswa mempunyai cara yang berbeda untuk mengkonstruksikan pengetahuannya. Dalam hal ini, sangat memungkinkan bagi siswa untuk mencoba berbagai macam representasi dalam memahami suatu konsep.

Artikel ini akan mengkaji secara teoritis tentang peran guru dalam meningkatkan kemampuan representasi matematikdalam pembelajaran matematika.

B. PEMBAHASAN

1. Representasi Matematik

Definisi mengenai representasi telah dikemukakan beberapa ahli. Dalam psikologi, representasi matematik bermakna deskripsi hubungan antara objek dengan simbol (Hwang, *et al.*, 2007). Lebih sederhana lagi, Kalathil dan Sherin (2000) menyatakan bahwa segala sesuatu yang dibuat siswa untuk mengekternalisasikan dan memperlihatkan kerjanya disebut representasi. Secara umumRepresentasididefinisikan sebagai setiap konfigurasi karakter, gambar, objek benda konkrit, dll, yang dapat melambangkan atau "mewakili" sesuatu yang lain (Gagatsis dan Elia, 2004). Representasi adalah sesuatu yang melambangkan objek atau proses. Misalnya kata-kata, diagram, grafik, simulasi komputer, persamaan matematika dan lain-lain. Beberapa representasi bersifat lebih konkrit dan berfungsi sebagai acuan untuk konsep-konsep yang lebih abstrak dan sebagai alat bantu dalam pemecahan masalah (Rosengrant, *et. al* ,2005).

Dari uraian tersebut di atas dapat disimpulkan bahwa representasi matematis adalah ungkapan-ungkapan dari ide-ide matematika (masalah, pernyataan, definisi,

dan lain-lain) yang digunakan untuk memperlihatkan (mengkomunikasikan) hasil interpretasi dari pikiran dalam berbagai bentuk sebagai upaya memperoleh kejelasan makna.

Makna representasi dapat berbedadalam konteks yang berbeda. Adarepresentasi eksternal (dunia nyata) dan representasi internal (pikiran) (Hwang, 2007). Representasi internal mengacu pada gambaran mental yang sesuai dengan formulasi internal yang membangun realitas. Representasi eksternal menyangkut organisasi simbolik eksternal yang mewakili realitas eksternal matematika tertentu (Anastasiadou, *et.al.*, 2008).

Mengenai representasi internal dan eksternal, Zhang dan Norman (Zhang, 1997), berpendapat bahwa representasi dari tugas kognitif bukanlah semata-mata distribusi internal maupun eksternal, tetapi sebagai suatu sistem representasi yaitu representasi internal dan eksternal sebagai dua bagian yang sangat diperlukan. Hal ini mengandung pengertian bahwa representasi internal merupakan aktivitas mental dari seseorang dalam pikirannya (*minds-on*), sehingga representasi internal akan sulit untuk diamati secara langsung, sedangkan representasi eksternal dapat teramati dalam berbagai kondisi, misalnya melalui pengungkapan kata-kata (lisan), melalui tulisan berupa symbol, gambar, grafik, tabel, ataupun alat peraga (*hands-on*). Selanjutnya terdapat hubungan timbal balik antara representasi internal dengan representasi eksternal. Wujud dari representasi internal dapat dilihat, diduga, dan disimpulkan melalui representasi eksternalnya.

Lesh, Post & Behr (Hwang, *et.al.*, 2007) menunjukkan ada lima representasi yang dapat digunakan dalam pendidikan matematika yaitu representasi objek dunia nyata, representasi konkret, representasi simbol aritmatika, representasi bahasa verbal, dan representasi gambar atau grafis. Dari kelima representasi yang disebutkan di atas, tingkatan yang lebih tinggi dan lebih abstrak dalam memecahkan masalah adalah:

- a. Representasi simbol aritmatika yaitu kemampuan menerjemahkan masalah matematikake dalam representasi rumus aritmatika.
- b. Representasi bahasa verbal yaitu kemampuan menerjemahkan sifat yang diamati dan hubungan dalam masalah matematika menjadi representasi verbal atau vokal
- c. Representasi gambar atau grafis yaitu kemampuan menerjemahkan masalah matematikake dalam representasi gambar atau grafik.

2. Peran Guru dalam Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematik

Pentingnya kemampuan representasi matematik untuk dikembangkan diungkapkan oleh Norman (Rosengrant, 2007) yang berpendapat bahwa representasi adalah inti kecerdasan. Dia menyatakan bahwa "Kekuatan kognisi berasal dari abstraksi dan representasi: kemampuan untuk merepresentasikan persepsi, pengalaman, dan pemikiran dalam beberapa media selain yang telah mereka miliki, diabstraksikan dari rincian yang tidak relevan. Ini adalah esensi dari kecerdasan, karena jika representasi dan proses yang tepat, maka pengalaman baru, wawasan dan kreasi dapat muncul".

Demikian pula Greeno & Hall (Anastasiadou, *et.al.*, 2008) menyatakan bahwa representasi dapat dianggap sebagai alat yang berguna untuk membangun pemahaman dan untuk mengkomunikasikan informasi. Ketika

memikirkan dan mengomunikasikan ide-ide matematika diperlukan cara untuk merepresentasikannya. Dalam komunikasi diperlukan representasi fisik, yaitu representasi eksternal, dalam bentuk bahasa lisan, simbol tertulis, gambar atau objek fisik. Sebuah ide matematika tertentu dapat direpresentasikan dengan salah satu atau dengan semua bentuk representasi. Akan tetapi representasi dalam belajar matematika tidak terbatas hanya pada representasi fisik saja. Dalam berfikir tentang ide matematika diperlukan juga representasi secara internal. Oleh karena itu, istilah representasi dapat juga dipergunakan bila menggambarkan proses kognitif untuk sampai pada pemahaman tentang suatu ide dalam matematika.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) telah menetapkan standar representasi untuk program pembelajaran dari pra-taman kanak-kanak sampai kelas 12 adalah harus memungkinkan siswa untuk:

- a. membuat dan menggunakan representasi untuk mengatur, mencatat, dan mengomunikasikan ide-ide matematika,
- b. memilih, menerapkan, dan menerjemahkan antar representasi matematika untuk memecahkan masalah,
- c. menggunakan representasi untuk memodelkan dan menginterpretasikan fenomena fisik, sosial, dan matematika. (NCTM, 2000).

Untuk memperkaya pengalaman siswa, kemampuan representasi matematik harus selalu dimunculkan dalam setiap pembelajaran, karena menurut Kaput, *et.al.* (Tall, 2002) bahwa penggunaan beberapa representasi akan membantu siswa melakukan transisi dari pemahaman konkret topik terbatas tertentu untuk pemahaman yang lebih abstrak dan fleksibel.

Berbagai cara bisa dilakukan oleh guru untuk mengembangkan kemampuan representasi matematik. Pemilihan metode, pendekatan, strategi, maupun model pembelajaran penting untuk dilakukan, akan tetapi tidak kalah pentingnya untuk menyeleksi tugas-tugas yang akan diberikan harus menuntut siswa berpikir dan bernalar tentang ide-ide dan konsep-konsep matematika, memberikan alasan (justifikasi), membuat konjektur, menginterpretasikan, dan membuat korelasi ide-ide matematika yang penting. Dengan tugas seperti itu pikiran siswa akan terdorong untuk menyelesaikan masalah serta akan menciptakan representasi yang lebih kompleks.

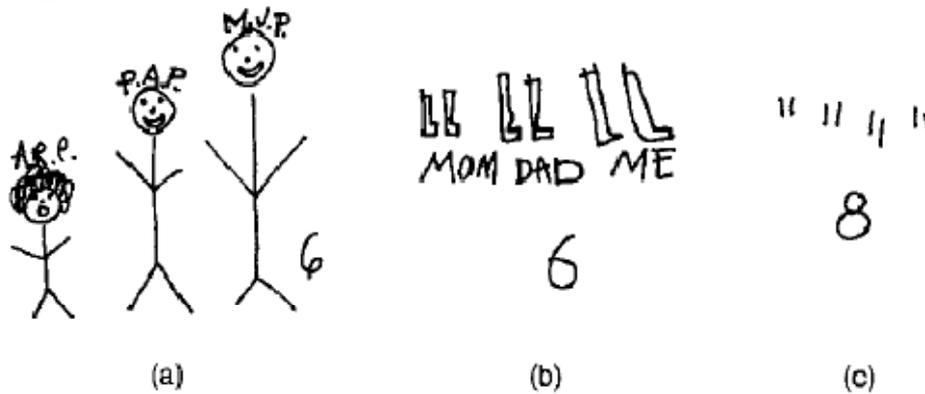
Guru harus merubah pola pembelajaran yang biasanya memberikan rumus-rumus jadi tanpa memberikan pemahaman lebih lanjut, menjadi pembelajaran yang memberikan kesempatan kepada siswa untuk merepresentasikan pemahaman akan konsepnya sendiri. Pemberian kesempatan untuk membuat representasi informal terlebih dahulu menuju ke representasi formal akan mengarahkan dan membimbing siswa dari situasi konkret ke situasi abstrak. Siswa diberi kesempatan untuk mengamati pola, melihat dan membuat hubungan dalam pola, membuat generalisasi, dan kemudian membuat ekspresi matematikanya.

Cara lain dapat dilakukan juga oleh guru dalam meningkatkan kemampuan representasi matematik yaitu dengan memberikan soal pemecahan masalah untuk dikerjakan dalam kelompok kecil, karena seperti diungkapkan oleh Zawojewskid dan Lesh (Hyde, 2006) bahwa ketika siswa mengerjakan soal pemecahan matematika dalam kelompok kecil dan bekerja pada masalah yang kaya, siswa menggunakan representasinya untuk mengomunikasikan gambar mental mereka kepada orang lain. Ketika siswa membuat dan berbagai beberapa representasi dari

masalah yang sama atau situasi, mereka terus mempertahankan pemikirannya. Beberapa representasi dapat memberikan pemahaman yang lebih dalam dari dasar matematik yang lebih rumit, dan memberikan wawasan baru ke dalam masalah.

Pendapat Mc.Coy, Baker dan Little (Alhaddad, 2010) bahwa aktivitas pembelajaran matematika yang melibatkan siswa berlatih dan berkomunikasi dengan menggunakan ragam representasi menyebabkan lingkungan pembelajaran lebih kaya. Dalam pembelajaran matematika, representasi tidak harus terikat pada perubahan satu bentuk ke bentuk lainnya dalam satu arah, tetapi bisa dua arah atau bahkan multi arah. Representasi-representasi berbeda yang mengacu pada konsep yang sama akan saling melengkapi dan semuanya bersama-sama berkontribusi untuk pemahaman secara global.

Contoh sederhana ketika siswa sekolah dasar kelas satu diberikan pertanyaan "Berapa banyak kaki yang ada di rumahmu?". Representasi yang diberikan siswa, sebagai berikut.



Sumber: Kamii, *et.al*, (2001)

Beragam bentuk representasi dari masalah yang sama diberikan oleh siswa untuk mengomunikasikan gagasannya. Kemampuan representasi matematik siswa akan terus berkembang jika guru selalu menciptakan aktivitas pembelajaran matematika yang mampu melatih siswa untuk berkomunikasi menggunakan ragam representasi sejak dini.

Contoh lain disajikan representasi berbentuk tabel, guru dapat meminta siswa membuat beragam representasi seperti menginterpretasi fenomena matematis ke dalam representasi visual, melakukan translasi dari representasi visual (tabel) ke representasi visual lainnya (diagram), atau menuliskan representasinya dengan kata-kata (verbal), sebagai berikut.

Perusahaan penggilingan padi mempunyai data hasil produksi selama sepekan (5 hari kerja) yang disajikan dalam tabel berikut.

Hari	Hasil Produksi (ton)
Senin	20
Selasa	25
Rabu	25
Kamis
Jumat	15

Jumlah	120
---------------	------------

- Lengkapi tabel tersebut!
- Buatlah diagram dari data hasil produksi tersebut!.
- Apa yang dapat kamu simpulkan dari data tersebut?

(soal untuk kelas 6 Sekolah Dasar)

Untuk menyelesaikan masalah tersebut siswa dapat menggunakan berbagai representasi, misalnya:

Soal a: Siswa dapat menginterpretasi fenomena matematis ke dalam representasi visual.

Soal b: Siswa dapat melakukan translasi dari representasi visual (tabel) ke representasi visual lainnya (diagram: garis, batang, lingkaran, dll).

Soal c: Siswa dapat melakukan translasi dari representasi visual (tabel) ke representasi verbal (dengan kata-kata). Dalam soal ini beragam representasi diharapkan muncul tergantung dari sudut pandang siswa (median, modus, persentase, rata-rata, dll).

Berdasarkan paparan di atas, terdapat tiga fungsi representasi eksternal dalam belajar matematika (Kalathil & Sherin, 2000):

- Representasi digunakan untuk memberikan informasi kepada guru mengenai bagaimana siswa berpikir mengenai suatu konteks atau ide matematika.
- Representasi digunakan untuk memberikan informasi tentang pola dan kecenderungan (trend) diantara siswa.
- Representasi digunakan oleh guru dan siswa sebagai alat bantu dalam proses pembelajaran.

Adapun manfaat atau nilai yang dapat diperoleh guru maupun siswa dari hasil pembelajaran yang melibatkan representasi matematik adalah:

- Pembelajaran yang menekankan representasi akan menyediakan suatu konteks yang kaya untuk pembelajaran guru.
- Meningkatkan pemahaman siswa.
- Menjadikan representasi sebagai alat konseptual.
- Meningkatkan kemampuan siswa dalam menghubungkan representasi matematik dengan koneksi sebagai alat pemecahan masalah.
- Menghindarkan atau meminimalisir terjadinya miskonsepsi.

C. PENUTUP

Dari uraian tersebut di atas dapat disimpulkan bahwa representasi matematis adalah ungkapan-ungkapan dari ide-ide matematika (masalah, pernyataan, definisi, dan lain-lain) yang digunakan untuk memperlihatkan (mengkomunikasikan) hasil interpretasi dari pikiran dalam berbagai bentuk sebagai upaya memperoleh kejelasan makna.

Kemampuan representasi matematis adalah kemampuan mengungkapkan ide-ide matematika (masalah, pernyataan, solusi, definisi, dan lain-lain) kedalam salah satu bentuk: (1) Gambar, diagram grafik, atau tabel; (2) Notasi matematik, numerik/symbol aljabar; dan (3) Teks tertulis/kata-kata, sebagai interpretasi dari pikirannya.

Representasi sangat berperan dalam membantu peningkatan pemahaman terhadap konsep matematika, demikian juga dapat meningkatkan kemampuan

komunikasi, dan pemecahan masalah matematis. Secara umum representasi sangat berperan dalam peningkatan kompetensi matematika. Selain itu melalui representasi dapat memberikan informasi kepada guru mengenai bagaimana siswa berpikir mengenai suatu konteks atau ide matematika, tentang pola dan kecenderungan siswa dalam memahami suatu konsep.

Peran guru untuk meningkatkan kemampuan representasi matematik sangatlah penting. Upaya-upaya yang harus dilakukan adalah dengan mengubah pola pembelajaran yang terbiasa dengan pemberian rumus dan contoh pengerjaan, menjadi pembelajaran yang dapat melibatkan siswa secara aktif yaitu pembelajaran yang memberikan kesempatan kepada siswa untuk merepresentasikan pemahaman akan konsepnya sendiri. Tugas-tugas yang akan diberikan kepada siswa harus diseleksi, tugas-tugas yang diberikan harus menuntut siswa berpikir dan bernalar tentang ide-ide dan konsep-konsep matematika, memberikan alasan (justifikasi), membuat konjektur, menginterpretasikan, dan membuat korelasi ide-ide matematika yang penting. Ketepatan cara yang dipilih dan dilakukan guru dapatmengahdirkan representasi siswa dalam pembelajaran matematika.

D. DAFTAR PUSTAKA

- Alhaddad,S.F.(2010). *Meningkatkan Kemampuan Representasi Multipel Matematis, Pemecahan Masalah, dan Self Esteem Siswa SMP melalui pembelajaran dengan pendekatan Open Ended*. Disertasi. Pascasarjana UPI. Tidak Diterbitkan
- Anastasiadou,S. dan Chadjipantelis,T.(2008).*The Role of Representations in the Understanding of Probabilities in Tertiary Education*. ICME 11 2008 – Topic Study Group 13: Research and development in the teaching and learning of probability
- Gagatsis, A. & Elia, I. (2004). *The Effects Of Different Modes Of Representation On Mathematical Problem Solving*. Proceedings of the 28th Conference of theInternational Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, pp.447–454.
- Hudiono, B.(2010). *Peran Pembelajaran Diskursus Multi Representasi terhadap pengembangan Kemampuan Matematika dan Daya Representasi pada Siswa SLTP*. Jurnal Cakrawala Pendidikan Vol.8 No.2 2010: 101-203
- Hwang, et al. (2007). *Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System*. Educational Technology & Society, Vol 10 No 2, pp. 191-212.
- Hyde,A.(2006). *Comprehending Math. Adapting Reading Strategies to Teach Mathematics, K–6*. **Heinemann**. A division of Reed Elsevier Inc. 361 Hanover Street Portsmouth, NH 03801–3912
- Kalathil, R.R., & Sherin, M.G. (2000). *Role of Students' Representations in the Mathematics Classroom*. In B. Fishman & S. O'Connor-Divelbiss (Eds.), Fourth International Conference of the Learning Sciences (pp. 27-28). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Kamii,C. *et.al.* (2001). Representation and Abstraction in Young Children's Numerical Reasoning. The Roles of Representation in School Mathematics. NCTM

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2003). NCTM Program Standards. Programs for Initial Preparation of Mathematics Teachers. Standards for Secondary Mathematics Teachers. [Online]. Tersedia: http://www.nctm.org/uploadedFiles/Math_Standards/ [10 Maret 2008].
- Neria, D. & Amit, M. (2004). *Students Preference of Non-Algebraic Representations in Mathematical Communication*. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematical Education, 2004. Vol. 3 pp 409 – 416.
- Rosengrant, D, et.al (2005). *An Overview of Recent Research on Multiple Representations*. [Online]. Tersedia: http://paer.rutgers.edu/ScientificAbilities/Downloads/Papers/DavidRospe_c2006.pdf[28 Desember 2012]
- Rosengrant,D.(2007). *Multiple Representations and Free-Body Diagrams: Do Students Benefit From using them?*. [Online]. Tersedia: http://science.kennesaw.edu/~drosengr/images/Rosengrant_Dissertation.pdf[28 Desember 2012]
- Tall,D.(2002). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow.
- Zhang,J.(1997). *The Nature of External Representations in Problem Solving*. Cognitive Science Vol21 (2) 1997, pp. 179-217