

## **OPTIMASI FAKTOR YANG BERPENGARUH PADA KUALITAS LILIN DI UD.X DENGAN METODE *RESPONSE SURFACE***

Maria Agnes Octaviani, Dian Retno Sari Dewi\*, Luh Juni Asrini

Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Katolik Widya Mandala Surabaya, Jalan Kalijudan 37  
Surabaya

Email : [dianretnosd@yahoo.com](mailto:dianretnosd@yahoo.com)

### **ABSTRAK**

*Response surface methodology* adalah sekumpulan teknik matematika dan statistika yang berguna untuk menganalisis permasalahan dimana beberapa variabel independen mempengaruhi variabel respon dan bertujuan untuk mengoptimalkan respon. Desain eksperimen diperlukan untuk mengkombinasikan faktor dan level agar didapatkan kualitas lilin yang optimum. Faktor yang mempengaruhi kualitas lilin antara lain suhu peleburan ( $X_1$ ), suhu tuang stearic acid sebelum pencetakan ( $X_2$ ), dan lamanya waktu pencetakan ( $X_3$ ). Percobaan dengan struktur perlakuan faktorial  $2^3$  dilaksanakan dalam 3 tahap. Percobaan pertama dengan perluasan pada titik pusat digunakan untuk menduga model respons orde 1. Percobaan kedua adalah untuk menentukan daerah permukaan respons maksimum dengan menggunakan metode dakian tercuram. Percobaan ketiga menggunakan rancangan komposit pusat dengan sifat ketelitian seragam digunakan untuk menduga model permukaan respons orde 2. Penentuan kombinasi titik-titik stasioner untuk memperoleh permukaan respons maksimum diidentifikasi menggunakan analisis kanonik. Hasil penelitian menunjukkan model permukaan respons maksimum. Massa lilin maksimum yang diperoleh adalah sebesar 50,6254 gram yang dihasilkan dari suhu peleburan  $113^{\circ}\text{C}$ , suhu tuang  $66^{\circ}\text{C}$ , dengan waktu pencetakan 47 menit.

**Kata kunci :** desain eksperimen, *response surface methodology*, optimasi

### **I. Pendahuluan**

Metode *response surface* adalah sekumpulan teknik matematika dan statistika yang berguna untuk menganalisis permasalahan dimana beberapa variabel independen mempengaruhi variabel respon dan bertujuan untuk mengoptimalkan respon (Montgomery, 2009). Metode ini pertama kali diajukan sejak tahun 1951 dan sampai saat ini telah banyak dimanfaatkan baik dalam dunia penelitian maupun aplikasi industri.

UD. X merupakan salah satu badan usaha di Indonesia yang bergerak dalam bidang produksi lilin dengan bahan *stearic acid*. UD.X memproduksi lilin dengan ukuran diameter 3,5 cm dan tinggi 3 hingga 6 cm. Dalam 1 kali produksi, UD.X menghasilkan 225 buah lilin. Lilin hasil produksi dijual kepada hotel dan restoran di wilayah Surabaya dan sekitarnya. Permasalahan yang dihadapi UD. X adalah persentase lilin yang *defect* saat dilepas dari cetakan mencapai 15%. Proses pembuatan yang kurang tepat, membuat lilin yang dihasilkan UD.X berkualitas buruk, yakni berongga di tengah hingga mengakibatkan retak/patah.

Faktor-faktor yang mempengaruhi kualitas lilin, antara lain komposisi bahan, suhu pemasakan, lama pemasakan, dan lamanya waktu pencetakan (Kastanja,2015). Respons yang akan diukur dalam penelitian ini adalah massa lilin. Semakin besar massa lilin, maka semakin baik kualitas lilin yang dihasilkan. Kualitas baik berarti tidak ada rongga udara di dalam lilin. Faktor yang digunakan dalam penelitian ini adalah suhu peleburan, suhu tuang *stearic acid* sebelum pencetakan, dan lamanya waktu pencetakan. Perlu dilakukan pencarian kombinasi faktor dan level yang lebih baik agar lilin tidak berongga.

Dengan penerapan metode *response surface* nantinya dapat dihasilkan kombinasi level dan faktor optimal untuk proses produksi lilin di UD. X. Faktor yang digunakan dalam penelitian ini adalah suhu peleburan, suhu tuang sebelum pencetakan, dan waktu pencetakan. Sehingga dapat membantu untuk mereduksi jumlah *defect* produk lilin pada UD. X.

### **II. Tinjauan Pustaka**

#### *II.1. Metode Permukaan Respons*

Indeks Metode permukaan respon atau *response surface methodology* merupakan gabungan dari teknik matematika dan statistika yang digunakan untuk membuat model dan menganalisa suatu respon  $y$  yang dipengaruhi oleh beberapa variabel bebas atau faktor  $x$  guna mengoptimalkan respon tersebut. Metode *response surface* bertujuan untuk mengoptimalkan respon (Montgomery, 2009).

Pada dasarnya analisis permukaan respons adalah serupa dengan analisis regresi yaitu menggunakan prosedur pendugaan parameter model fungsi respons berdasarkan metode kuadrat terkecil (*Least Square Method*). Perbedaannya dengan regresi linear adalah dalam analisis respons diperluas dengan menerapkan teknik-teknik matematika untuk menentukan titik-titik optimum agar dapat ditentukan respons yang optimum

(maksimum atau minimum). Untuk mempermudah dalam melakukan pendugaan model permukaan respons, variabel-variabel bebas diubah ke dalam bentuk variabel kode dengan rumus sebagai berikut (Gaspersz, 1995):

$$X_i = \frac{\text{taraf } X_i - \text{mean taraf } X_i}{\text{jarak taraf } X_i}, \quad i = 1, 2, 3$$

## II.2. Rancangan Permukaan Respon Orde 1

Bentuk hubungan linear merupakan bentuk hubungan yang dicobakan pertama kali karena merupakan bentuk hubungan yang paling sederhana. pendekatan fungsinya disebut model orde 1 yang ditunjukkan pada persamaan berikut (Montgomery, 2005) :

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \varepsilon$$

dimana :

$Y$  = variabel dependen (respon)

$X_i$  = faktor-faktor yang berpengaruh terhadap variabel respon,

$i = 1, 2, \dots, k$

$\varepsilon$  = komponen residual (*error*)

Dalam melakukan pengujian ketepatan model orde 1, diperlukan data pengamatan yang berulang agar dapat dihitung kemurnian (*pure error*) dengan demikian uji simpangan dari model (*lack of fit*) dapat dilakukan. Data pengamatan yang berulang dilakukan pada titik pusat sehingga rancangan faktorial  $2^k$  disebut rancangan faktorial  $2^k$  dengan perluasan pada titik pusat.

## II.3. Uji Ketidaksesuaian Model (uji lack of Fit)

Apabila *lack of fit* tidak bermakna, maka model tepat. Apabila *lack of fit* bermakna, maka model tidak tepat sehingga perlu dikembangkan menjadi model dengan orde yang lebih tinggi, yaitu orde ke-2. Uji *lack of fit* didasarkan pada analisis varian dengan hipotesis sebagai berikut (Mason, dkk, 2003) :

$H_0$  : model regresi cocok (tidak ada *lack of fit*)

$H_1$  : model regresi tidak cocok (ada *lack of fit*)

## II.4. Metode Dakian Tercuram

Langkah-langkah metode dakian tercuram adalah sebagai berikut (Montgomery, 2005):

1. Menetapkan model fungsi respons ordo pertama sebagai berikut.

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \varepsilon$$

2. Asumsikan titik ( $X_1 = 0, X_2 \neq 0$ , dan  $X_3 = 0$ ) sebagai titik asal. Untuk bergerak sepanjang lintasan, dipilih ukuran langkah dasar, misalkan  $\Delta X_j$ . Selanjutnya pilih variabel bebas dengan mutlak koefisien regresi terbesar  $|\beta_j|$ .

3. Ukuran langkah untuk variabel bebas lainnya yang dinyatakan dalam variabel kode dapat ditentukan dengan rumus:

$$\Delta X_i = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_j / \Delta X_j}, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad i \neq j$$

4. Variabel asli untuk variabel kode  $\Delta X_i$  masing-masing adalah:

$$\Delta X_i = \frac{\Delta \Psi_i}{\text{jarak taraf } X_i}$$

$$\text{atau } \Delta \Psi_i = \Delta X_i \times \text{jarak taraf } X_i$$

Selanjutnya dilakukan analisis varian untuk mendeteksi ada atau tidaknya kelengkungan (*curvature*) pada model ordo pertama yang kedua. Jika terdapat kelengkungan, maka percobaan harus dilanjutkan untuk menduga model dengan ordo yang lebih tinggi. Adapun hipotesis uji kelengkungan adalah:

$$H_0 : \sum_{i=1}^3 \beta_{ii} = 0 \quad (\text{tidak terdapat kelengkungan})$$

$$H_1 : \sum_{i=1}^3 \beta_{ii} \neq 0 \quad (\text{terdapat kelengkungan})$$

## II.5. Rancangan Permukaan Respon Orde 2

Model polinomial orde 2 antara variabel bebas dengan variabel respons dapat dinyatakan sebagai berikut (Gaspersz, 1995) :

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i X_i + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_{ii} X_i^2 + \sum_i \sum_j \hat{\beta}_{ij} X_i X_j, i < j + \varepsilon$$

Rancangan percobaan yang sering digunakan dalam menduga model orde 2 adalah rancangan komposit pusat (*Central Composite Design*).

Rancangan komposit dapat dipandang sebagai suatu rancangan faktorial  $2^k$  atau faktorial sebagian dimana terdapat 2 taraf dari setiap variabel yang diberi kode sebagai -1 dan +1 serta diperluas dengan tambahan  $\alpha$  berikut (Gaspersz, 1995).

$$\alpha = (2^k)^{1/4}$$

### II.6. Karakteristik Permukaan Respons

Misalkan ingin didapatkan nilai  $x_1, x_2, \dots, x_k$  dengan mengoptimalkan respon yang diprediksikan. Jika nilai-nilai optimal ini ada, maka  $y$  pada persamaan (2.13) merupakan himpunan yang beranggotakan  $x_1, x_2, \dots, x_k$  sedemikian sehingga dapat dinyatakan dengan persamaan:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + x'b + x' Bx$$

Dari persamaan di atas, dapat disusun matrik  $b$  dan  $B$  dengan:

$$x' = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_k \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \\ \dots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12}/2 & \dots & \hat{\beta}_{1k}/2 \\ \hat{\beta}_{1k}/2 & \hat{\beta}_{22} & \dots & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{\beta}_{1k}/2 & \hat{\beta}_{1k}/2 & \dots & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$$

$b$  merupakan vektor koefisien regresi orde 1 berukuran  $k \times 1$ , sedangkan  $B$  adalah matriks ordo  $k \times k$  yang elemen diagonal utamanya merupakan koefisien kuadratik murni dari orde 2 dan elemen-elemen lainnya adalah setengah dari koefisien interaksi  $X_i X_j$  ( $b_{ij}, i \neq j$ ).

Titik stasioner ditentukan menggunakan rumus :

$$x_s = -\frac{1}{2} B^{-1} b \quad ; \quad X_s = (x_{1,0}, x_{2,0}, \dots, x_{k,0})$$

Persamaan untuk menentukan nilai dugaan respons pada titik stasioner adalah:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \frac{1}{2} X_s' b$$

Nilai terbaik / optimal variabel asli dari titik-titik stasioner adalah :

$$\text{Taraf } X_{i,s} = \Delta_i X_{i,s} + \varepsilon_i$$

dimana :

$\Delta_i$  = selisih level pada faktor-i

$X_{i,s}$  = nilai titik stasioner pada faktor-i

$\varepsilon_i$  = nilai titik pusat pada faktor-i

## III. Metode Penelitian

### III.1. Variabel Penelitian

Variabel Bebas :

- Suhu maksimum peleburan, yang terdiri atas 70 °C dan 90 °C. Untuk meleburkan *stearic acid* diperlukan suhu minimum 68°C (titik leleh *stearic acid*).
- Suhu penuangan *stearic acid* cair ke mesin cetakan, yang terdiri atas 52 °C dan 60°C. Suhu minimal untuk menuangkan adalah 50 °C, jika dibawahnya maka *stearic acid* mulai menggumpal.
- Faktor Lamanya waktu pencetakan dalam mesin pembuat lilin. Waktu diubah-ubah dengan level 30 menit dan 50 menit. Waktu minimum pencetakan adalah 30 menit, jika lebih cepat, maka bagian tengah lilin masih cair.

Variabel Respons : massa lilin.

Variabel Terkendali :

- Menggunakan mesin pencetak lilin yang sama
- Merk *stearic acid* yang sama, yakni dengan konsentrasi 18%
- Membuat ukuran lilin yang sama, yakni diameter 3 cm dengan tinggi 6 cm

### III.2. Prosedur Penelitian

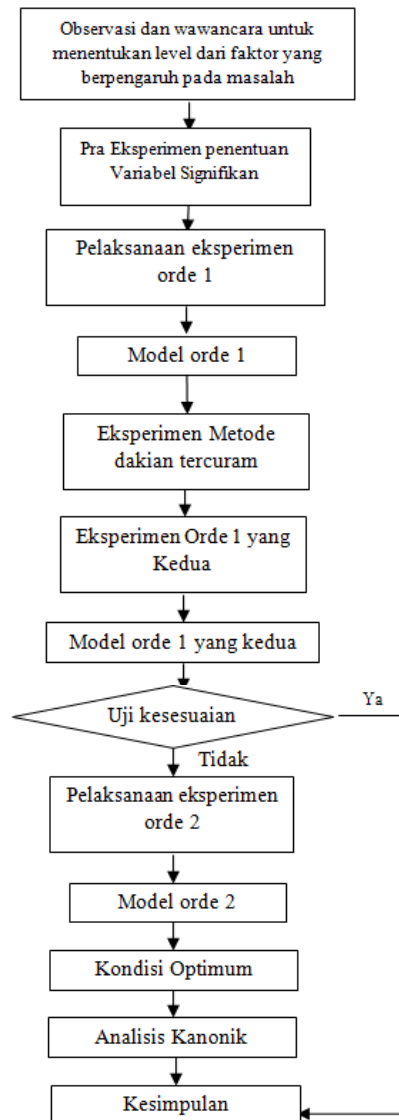
Proses pembuatan lilin dilakukan sesuai rancangan faktorial  $2^3$  dengan lima kali pengulangan pada titik pusat..

**Tabel 1.** Faktor dan level untuk rancangan eksperimen orde 1

Variabel bebas	Taraf terendah	0	Taraf tertinggi
Suhu Peleburan	70	80	90
Suhu Tuang	52	56	60
Waktu Pencetakan	30	40	50

Saat *stearic acid* dilebur, termometer dicelupkan kedalam panci untuk mengetahui suhu peleburan. Sebelum *stearic acid* dituang kedalam cetakan, termometer dicelupkan kedalam panci untuk mengetahui suhu tuang. Lamanya waktu mencetak diukur dengan menggunakan *stopwatch*. Proses pembuatan lubang sumbu dilakukan 5 menit sebelum lilin dikeluarkan dari cetakan. Sampel lilin diambil secara random. Sampel lilin tersebut didiamkan selama minimum 24 jam agar lilin benar-benar padat. Sampel lilin diuji massanya dengan menggunakan neraca analitik.

Secara sistematis, tahapan penelitian yang dilakukan seperti yang terlihat pada gambar 1.



**Gambar 1.** Flowchart Metodologi Penelitian

**IV. Hasil Penelitian dan Pembahasan**

*IV.1. Rancangan Permukaan Respons orde 1*

**Tabel 2.** Data hasil percobaan untuk menduga model orde 1 setelah diberi Kode

No	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	Y
1	-1	-1	-1	47.4694
2	-1	-1	1	47.7021
3	-1	1	-1	48.2049
4	-1	1	1	48.2432
5	1	-1	-1	48.4974
6	1	-1	1	48.7367
7	1	1	-1	49.1385
8	1	1	1	49.2777
9	0	0	0	48.4978
10	0	0	0	48.4208
11	0	0	0	48.3812
12	0	0	0	48.6073
13	0	0	0	48.5126

Estimasi koefisien regresi model orde 1 maka diperoleh model regresi orde 1 sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 48,4377 + 0,5038 X_1 + 0,3073 X_2 + 0,0812 X_3$$

**Tabel 3.** Analisis varian untuk respons orde 1

Source	DF	Seq SS	Adj MS	F	P
Regression	3	2.8392	0.9464	135.87	0.000
Linear	3	2.8392	0.9464	135.87	0.000
X <sub>1</sub>	1	3.0308	2.0308	291.56	0.000
X <sub>2</sub>	1	0.7556	0.7556	108.49	0.000
X <sub>3</sub>	1	0.0527	0.0527	7.57	0.022
Residual Error	9	0.0627	0.0069		
Lack-of-Fit	5	0.0319	0.0064	0.83	0.588
Pure Error	4	0.0308	0.0077		
Total	12	2.9019			

Berdasarkan hasil analisis varian diperoleh *P value lack of fit* sebesar 0,588, sehingga H<sub>0</sub> diterima. H<sub>0</sub> diterima berarti model regresi orde1 yang diperoleh adalah model yang sesuai (*tidak ada lack of fit*).

*IV.2. Metode Dakian Tercuram*

Berdasarkan hasil percobaan dakian tercuram didapatkan daerah respons maksimal berada di sekitar titik-titik X<sub>1</sub>=2, X<sub>2</sub>=1,2056 , dan X<sub>3</sub> = 0,3224 bersesuaian dengan suhu peleburan 100°C, suhu tuang 60°C, dan waktu pencetakan 44 menit. Selanjutnya dilakukan percobaan untuk menduga model orde 1 yang kedua dengan titik-titik pusat yang baru.

*IV.3. Rancangan Permukaan Respons Orde 1 yang Kedua*

**Tabel 4.** Data Hasil Percobaan Model Orde 1 yang Kedua

No	Suhu peleburan (°C)	Suhu penuangan ke mesin (°C)	Waktu pencetakan (menit)	Massa lilin (gram)
1	90	56	34	47.4568
2	90	56	54	47.5812
3	90	64	34	48.3821
4	90	64	54	49.1582
5	110	56	34	48.7316
6	110	56	54	49.3687
7	110	64	34	50.1469
8	110	64	54	50.3365
9	100	60	44	49.6413
10	100	60	44	49.7803
11	100	60	44	49.7724

12	100	60	44	49.6886
13	100	60	44	49.9928

maka diperoleh model regresi orde 1 yang kedua sebagai berikut :

$$\hat{Y} = 49,7751 + 0,7507 X_1 + 0,6107 X_2 + 0,2159 X_3$$

**Tabel 5.** Analisis varian untuk respons orde 1 yang kedua

Source	DF	Seq SS	Adj MS	F	P
Regression	7	10.2539	1.46485	32.72	0.001
Linear	3	7.8644	2.62147	58.56	0.000
X <sub>1</sub>	1	4.5081	4.50810	100.70	0.000
X <sub>2</sub>	1	2.9834	2.98339	66.64	0.000
X <sub>3</sub>	1	0.3729	0.37290	8.33	0.034
Square	1	2.3818	2.38185	53.20	0.001
Residual Error	5	0.2238	1.04477		
Lack-of-Fit	1	0.1510	0.15103	8.30	0.045
Pure Error	4	0.0728	0.01820		
Total	12	10.4778			

Uji kesesuaian model orde 1 yang kedua menunjukkan *P value lack of fit* lebih kecil dari pada  $\alpha$  (0,045 < 0,05) sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat *lack of fit* pada model. Uji kelengkungan menunjukkan nilai *P value* kelengkungan lebih kecil dari pada nilai  $\alpha$  (0,01 < 0,05) artinya terdapat kelengkungan pada model orde 1 yang kedua. Oleh karena terdapat *lack of fit* pada model orde 1 dan kelengkungan berpengaruh signifikan pada model, maka analisis harus dilakukan pada model dengan orde 2 sehingga dapat memaksimalkan hasil percobaan.

**IV.4. Rancangan Permukaan Respons Orde 2**

Rancangan ini dibentuk berdasarkan rancangan model orde pertama yang kedua dengan penambahan  $2k$  titik pengamatan. Untuk  $k=3$ , maka harus ditambahkan 6 titik pengamatan pada pusat dengan  $\alpha = (2^k)^{1/4} = (2^3)^{1/4} = 1,682$ . Titik pusat pada rancangan komposit pusat adalah titik pusat pada rancangan model orde yang kedua. Titik tersebut dalam bentuk variabel asli adalah  $X_1 = 100$ ,  $X_2 = 60$ , dan  $X_3 = 44$ . Titik lainya dalam bentuk variabel kode ditentukan dengan rumus sebagai berikut:

$$X_1 = \frac{\text{taraf } X_1 - 100}{10}$$

taraf  $X_1 = 10 X_1 + 100$

- untuk  $X_1 = 1,682$ , maka taraf  $X_1 = 10 (1,682)+100 = 116,82$
- untuk  $X_1 = -1,682$ , maka taraf  $X_1 = 10(-1,682)+ 100 = 83,18$

$$X_2 = \frac{\text{taraf } X_2 - 60}{4}$$

taraf  $X_2 = 4 X_2 + 60$

- untuk  $X_2 = 1,682$ , maka taraf  $X_2 = 4 (1,682)+60 = 66,728$
- untuk  $X_2 = -1,682$ , maka taraf  $X_2 = 4(-1,682)+ 60 = 53,272$

$$X_3 = \frac{\text{taraf } X_3 - 44}{10}$$

taraf  $X_3 = 10 X_3 + 44$

- untuk  $X_3 = 1,682$ , maka taraf  $X_3 = 10 (1,682)+44 = 60,82$
- untuk  $X_3 = -1,682$ , maka taraf  $X_3 = 10(-1,682)+ 44 = 27,18$

**Tabel 6.** Rancangan komposit pusat untuk menduga model orde 2

No	Suhu peleburan (°C)	Suhu penguangan ke mesin (°C)	Lamanya waktu pencetakan (menit)	Massa lilin (gram)
1	90	56	34	47.4568
2	90	56	54	47.5812
3	90	64	34	48.3821
4	90	64	54	49.1582
5	110	56	34	48.7316
6	110	56	54	49.3687
7	110	64	34	50.1469

8	110	64	54	50.3365
9	100	60	44	49.6413
10	100	60	44	49.7803
11	100	60	44	49.7724
12	100	60	44	49.6886
13	100	60	44	49.9928
14	83.18	60	44	47.6048
15	116.82	60	44	50.1251
16	100	53.272	44	48.4024
17	100	66.728	44	49.9008
18	100	60	27.18	47.6897
19	100	60	60.82	48.8963

maka diperoleh model regresi orde 2 sebagai berikut :

$$\hat{Y} = 49,7679 + 0,7501X_1 + 0,5422X_2 + 0,2751X_3 - 0,2820X_1^2 - 0,1807X_2^2 - 0,4842X_3^2 - 0,0149X_1X_2 - 0,0092X_1X_3 + 0,0255X_2X_3$$

**Tabel 7.** Analisis varian untuk respons orde 2

Source	DF	Seq SS	Adj MS	F	P
Regression	9	16.6591	1.85101	33.82	0.000
Residual Error	9	0.4925	0.5473		
Lack-of-Fit	5	0.4197	0.08394	4.61	0.082
Pure Error	4	0.0728	0.01820		
Total	18	17.1517			

Uji kesesuaian model orde 2 menunjukkan *P value lack of fit* lebih besar dari pada  $\alpha$  ( $0,082 > 0,05$ ) sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat *lack of fit* pada model. Selain uji *lack of fit* pada model orde 2 juga perlu dilakukan pemeriksaan asumsi galat (residual) meliputi uji kenormalan, independensi, dan homoskedastisitas varian galat.

Plot normal residual menunjukkan titik-titik galat berada disekitar garis lurus, artinya galat mengikuti distribusi normal. Nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov diperoleh 0,1. Nilai ini lebih kecil daripada nilai tabel pada uji dua arah ( $\alpha = 0,05$ ;  $n = 19$ ) sebesar 0,301 sehingga dapat disimpulkan galat berdistribusi normal.

Berdasarkan plot autokorelasi, semua lag berada dalam batas signifikansi (selang kepercayaan 95%), artinya tidak terdapat autokorelasi galat pada model orde 2 sehingga asumsi independensi galat terpenuhi.

Berdasarkan plot antara galat dengan variabel respons Y terlihat bahwa sebaran data tidak membentuk pola tertentu dan cenderung acak. Hal tersebut mengindikasikan bahwa galat memiliki varian yang homogen. Berdasarkan uji *lack of fit* dan pemeriksaan asumsi galat, model ordo kedua merupakan model yang sesuai untuk menggambarkan hasil percobaan.

#### IV.5. Kondisi Optimum Pada Model Orde 2

Titik-titik stasioner ditentukan dengan mengubah model ordo kedua ke dalam bentuk matriks sesuai persamaan berikut:

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + x'b + x'Bx$$

dimana:

$$x' = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0,7501 \\ 0,5422 \\ 0,2751 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -0,282 & -0,00745 & -0,0046 \\ -0,00745 & -0,1807 & 0,01275 \\ -0,0046 & 0,01275 & -0,4842 \end{bmatrix},$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -3,551 & 0,149 & 0,038 \\ 0,149 & -5,551 & -0,148 \\ 0,038 & -0,148 & -2,070 \end{bmatrix}$$

Titik-titik stasioner ditentukan menggunakan persamaan berikut:

$$x_s = -\frac{1}{2}B^{-1}b$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -3,551 & 0,149 & 0,038 \\ 0,149 & -5,551 & -0,148 \\ 0,038 & -0,148 & -2,070 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,7501 \\ 0,5422 \\ 0,2751 \end{bmatrix} \\
 &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2,5722 \\ -2,9383 \\ -0,6211 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1,2861 \\ 1,4692 \\ 0,3105 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

sehingga titik-titik stasioner model ordo kedua dalam bentuk variabel kode adalah:  $X_{1,s} = 1,2861$ ;  $X_{2,s} = 1,4692$ ;  $X_{3,s} = 0,3105$ . Maka diperoleh nilai dugaan respons pada titik stasioner sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \hat{Y} &= \hat{\beta}_0 + \frac{1}{2} X_s' b \\
 &= 49,7679 + \frac{1}{2} [1,2861 \quad 1,4692 \quad 0,3105] \begin{bmatrix} 0,7501 \\ 0,5422 \\ 0,2751 \end{bmatrix} \\
 &= 49,7679 + \frac{1}{2} (1,8467) \\
 &= 49,7679 + 0,9234 \\
 &= 50,6913 \quad \text{gram}
 \end{aligned}$$

Adapun variabel asli dari titik-titik stasioner adalah:

$$\begin{aligned}
 \text{taraf } X_{1,s} &= 10 X_{1,s} + 100 \\
 &= 10 (1,2861) + 100 \\
 &= 112,8609 \approx 113^\circ\text{C} \\
 \text{taraf } X_{2,s} &= 4 X_{2,s} + 60 \\
 &= 4 (1,4692) + 60 \\
 &= 65,8766 \approx 66^\circ\text{C} \\
 \text{taraf } X_{3,s} &= 10 X_{3,s} + 44 \\
 &= 10 (0,3105) + 44 \\
 &= 47,1054 \approx 47 \text{menit}
 \end{aligned}$$

#### IV.6. Contour Plot dan Surface Plot

Berdasarkan model orde 2, dapat dibentuk lebih dari satu *contour plot* dan *surface plot* karena terdapat tiga variabel bebas yang mempengaruhi respons.

*Contour plot* merepresentasikan garis-garis yang menunjukkan nilai respons ( $\hat{Y}$ ) dari nilai minimum hingga maksimum. *Contour plot* hubungan variabel  $X_1$  dan  $X_2$  terhadap respons berbentuk elips dan memanjang ke arah  $X_2$ , artinya respons sangat peka terhadap perubahan  $X_2$  dan tidak peka terhadap perubahan  $X_1$ . Respons (massa lilin) semakin meningkat seiring dengan meningkatnya  $X_1$  (suhu peleburan) dan  $X_2$  (suhu tuang). Massa lilin sebesar 50 gram atau lebih dicapai pada taraf 0 sampai dengan 2 untuk  $X_1$ , sedangkan taraf -0,5 hingga 2 untuk  $X_2$ . Pada kondisi sebenarnya berarti suhu peleburan berada diantara  $100^\circ\text{C}$  sampai  $120^\circ\text{C}$ , sedangkan suhu tuang berada diantara  $58^\circ\text{C}$  sampai  $68^\circ\text{C}$ .

*Contour plot* hubungan variabel  $X_1$  dan  $X_3$  terhadap respons berbentuk hampir bulat, menunjukkan respons sangat peka terhadap perubahan  $X_1$  maupun  $X_3$  (waktu pencetakan). Massa lilin sebesar 50 gram atau lebih dicapai pada taraf 0,5 sampai dengan 2 untuk  $X_1$  sedangkan untuk  $X_3$  massa lilin yang tinggi dicapai pada taraf -1 sampai +1,5. Pada kondisi sebenarnya berarti suhu peleburan berada diantara  $105^\circ\text{C}$  sampai  $120^\circ\text{C}$ , sedangkan waktu pencetakan berada diantara 34 menit sampai 59 menit.

Sementara itu, *contour plot* hubungan variabel  $X_2$  dan  $X_3$  terhadap respons berbentuk elips dan memanjang ke arah  $X_2$ , artinya respons sangat peka terhadap perubahan  $X_2$  dan tidak peka terhadap perubahan  $X_3$ . Massa lilin sebesar 50 gram atau lebih dicapai pada taraf 0,5 sampai dengan 2 untuk  $X_2$  dan pada taraf -0,5 sampai +1,5 untuk  $X_3$ . Pada kondisi sebenarnya berarti suhu tuang berada diantara  $58^\circ\text{C}$  sampai  $68^\circ\text{C}$ , sedangkan waktu pencetakan berada diantara 39 menit sampai 59 menit.

Plot permukaan respons merepresentasikan nilai variabel bebas yang berada pada sumbu mendatar yang tegak lurus dengan respons. Ketiga plot permukaan berbentuk kurva setangkup, artinya plot permukaan tersebut merupakan plot dari titik-titik respons maksimum. Berdasarkan Contour plot dan plot permukaan respons dapat pula diketahui titik stasioner  $X_{1,s} = 1,2861$ ;  $X_{2,s} = 1,4692$ ;  $X_{3,s} = 0,3105$  masih berada dalam wilayah percobaan dan merupakan titik dari respons maksimum. Taraf-taraf pada titik stasioner bersesuaian dengan suhu peleburan



113°C, suhu tuang 66°C, dengan waktu pencetakan 47 menit menghasilkan nilai dugaan respons massa lilin sebesar 50,6913 gram.

## V. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Massa lilin maksimum yang diperoleh adalah sebesar 50,6254 gram yang dihasilkan dari suhu peleburan 113°C, suhu tuang 66°C, dengan waktu pencetakan 47 menit.
2. Model permukaan respons maksimum pada massa lilin adalah:

$$\begin{aligned}\hat{Y} = & 49,7679 + 0,7501X_1 + 0,5422X_2 + 0,2751X_3 - 0,2820X_1^2 - \\ & 0,1807X_2^2 - 0,4842X_3^2 - 0,0149X_1X_2 - 0,0092X_1X_3 + \\ & 0,0255X_2X_3\end{aligned}$$

## Daftar Pustaka

1. Meyers, Raymond H., Douglas C. Montgomery & Christine M. Anderson Cook, 2009, "Response Surface Methodology Process and Product Optimization Using Design Experiments", Third edition. New York: Wiley.
2. Montgomery, DC., 2009, "Design and Analysis of Experiment", 7<sup>th</sup> Edition. New York: Wiley.
3. Prayogo, Veronika, 2014, "Optimalisasi faktor yang berpengaruh pada kekuatan lilin menahan beban dengan metode *Response Surface*", Universitas Katolik Widya Mandala Surabaya.
4. Kastanja, Dwight Marchel, 2015, "Aplikasi Metode *Taguchi* Untuk Mereduksi Jumlah Produk Cacat lilin Standar HAN 17 (Studi kasus : CV. Dwi Pelita Mas)", Universitas Brawijaya Malang.