

## PENERAPAN METODE *GSTAR* ( $P_1$ ) UNTUK MERAMALKAN DATA PENJUALAN ROKOK DI TIGA LOKASI

Debora Evelyn Prisandy<sup>1)</sup>, Suhartono<sup>2)</sup>  
E-mail: debvly@yahoo.com, suhartono@statistika.its.ac.id

### ABSTRAK

*Salah satu dasar utama perencanaan produksi, inventori, dan distribusi yang efektif, dan efisien adalah peramalan yang tepat dari suatu data penjualan produk di waktu-waktu yang akan datang. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penjualan harian rokok Hanisa Alami di tiga lokasi penjualan, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu, di mana data ini tidak hanya memiliki keterkaitan dengan kejadian pada waktu-waktu sebelumnya, tetapi juga mempunyai keterkaitan dengan lokasi atau tempat yang lain yang disebut dengan data spasial. Tujuan penelitian ini adalah mengaplikasikan model *GSTAR* ( $P_1$ ) untuk peramalan penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi serta untuk mengetahui apakah ada keterkaitan antara penjualan di suatu lokasi dengan lokasi lainnya. Disamping itu, juga untuk membandingkan model *ARIMA*, dengan model *GSTAR* ( $P_1$ ), mana yang lebih tepat digunakan dalam peramalan penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi berdasarkan hasil ketepatan ramalan. Model *GSTAR* ( $P_1$ ) yang merupakan pengembangan dari model *space-time* yang menggabungkan unsur keterkaitan waktu, dan lokasi pada suatu data deret waktu, dan lokasi. Hasil dari penelitian ini adalah suatu model *GSTAR* yang sesuai, sehingga dapat digunakan untuk mendapatkan nilai-nilai ramalan yang tepat, dan dapat menjelaskan nilai-nilai ramalan yang tepat, dan dapat menjelaskan keterkaitan penjualan di suatu lokasi dengan penjualan di lokasi-lokasi yang lain.*

**Kata Kunci :** Perencanaan produksi, inventori, distribusi, data spasial, model, *ARIMA*, *GSTAR*( $P_1$ ), *space-time*

### PENDAHULUAN

Peramalan yang tepat dari suatu data penjualan produk di waktu-waktu yang akan datang merupakan salah satu dasar utama perencanaan produksi, inventori, dan distribusi yang efektif, dan efisien dalam suatu perusahaan. Dalam kehidupan sehari-hari, seringkali dijumpai data yang tidak hanya mengandung keterkaitan dengan kejadian pada waktu-waktu sebelumnya, tetapi juga mempunyai keterkaitan dengan lokasi atau tempat yang lain yang disebut dengan data spasial. Salah satu contoh dari data ini adalah data penjualan harian rokok Hanisa Alami di tiga lokasi penjualan, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu yang diproduksi oleh Perusahaan Rokok Sumber Rejeki, Malang.

Berdasarkan data yang diperoleh, penjualan rokok Hanisa Alami di Pasuruan, Malang, dan Batu menunjukkan nilai yang berfluktuasi relatif tinggi. Untuk dapat melakukan perencanaan distribusi yang efektif, dan efisien perusahaan membutuhkan model ramalan yang tepat. Ada dugaan dari pihak manajemen bahwa penjualan rokok Hanisa Alami di Pasuruan, Malang, dan Batu memiliki keterkaitan dalam volume penjualan. Oleh karena itu, manajemen ingin mengetahui apakah

benar ada keterkaitan antara penjualan di suatu lokasi dengan lokasi yang lainnya.

Model *ARIMA* (*Autoregressive Integrated Moving Average*) merupakan salah satu model peramalan yang populer, dan banyak diaplikasikan dalam perusahaan untuk peramalan *time series univariate*<sup>[1,2,3]</sup>. Model *ARIMA* bekerja dengan menghubungkan kejadian-kejadian di masa lalu untuk mendapatkan ramalan di waktu-waktu yang akan datang.

Model *ARIMA* tidak mengandung unsur lokasi dalam model peramalannya sehingga diperlukan model lain yang mengandung unsur waktu, dan lokasi untuk meramalkan data penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi. Model *space-time* adalah salah satu model yang menggabungkan unsur keterkaitan waktu, dan lokasi pada suatu data deret waktu dan lokasi. Model *space-time* yang dikembangkan oleh Pfeifer dan Deutsch (1980a, 1980b)<sup>[4,5]</sup>. Pfeifer dan Deutsch mengadopsi tahapan-tahapan yang dikembangkan oleh Box-Jenkins (1976)<sup>[6]</sup> untuk pemodelan *ARIMA*, yang mencakup tentang identifikasi, estimasi, dan cek diagnosa ke dalam pemodelan *STARIMA* (*Space-Time Autoregressive Integrated Moving Average*).

<sup>1)</sup> Mahasiswi di Fakultas Teknik Jurusan Teknik Industri Universitas Katolik Widya Mandala Surabaya

<sup>2)</sup> Staf Pengajar di Jurusan Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Model *space-time* yang dikembangkan oleh Pfeifer dan Deutsch (1980a, 1980b)<sup>[4,5]</sup> mempunyai kelemahan pada fleksibilitas parameter yang menjelaskan keterkaitan lokasi, dan waktu yang berbeda pada suatu data deret waktu, dan lokasi. Kelemahan ini diperbaiki oleh Borovkova dan kawan-kawan (2002)<sup>[7]</sup> melalui suatu model yang dikenal dengan model *GSTAR* (*Generalized Space-Time Autoregressive*).

Penelitian ini dilakukan dengan tujuan menerapkan model *GSTAR* untuk peramalan penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi penjualan, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu. Di samping itu pada penelitian ini diharapkan diperoleh suatu model yang sesuai, sehingga dapat digunakan untuk mendapatkan nilai-nilai ramalan yang tepat, dan dapat menjelaskan keterkaitan penjualan di suatu lokasi dengan penjualan di lokasi-lokasi yang lain.

## TINAJUAN PUSTAKA

### Peramalan

Dalam manajemen, dan administrasi, perencanaan merupakan kebutuhan yang besar karena waktu tenggang untuk pengambilan keputusan dapat berkisar dari beberapa tahun, untuk kasus penanaman modal, sampai beberapa hari, atau bahkan beberapa jam, untuk penjadwalan produksi, dan transportasi. Perencanaan merupakan mata rantai yang memadukan peramalan, dan pengambilan keputusan. Peramalan sendiri merupakan alat bantu yang penting dalam perencanaan yang efektif, dan efisien.

Keberhasilan suatu perusahaan dipengaruhi oleh:

1. Peristiwa eksternal yang di luar kendali.  
Berasal dari ekonomi nasional, pemerintah, pelanggan, dan pesaing.
2. Peristiwa internal yang dapat dikendalikan.  
Berasal dari keputusan perusahaan dalam hal pemasaran dan manufaktur.

Peramalan memiliki peranan langsung pada peristiwa eksternal, sedangkan pengambilan keputusan memiliki peranan langsung pada peristiwa internal.

Dalam peramalan, dikenal empat jenis pola data, yaitu:

1. Pola Horizontal  
Terjadi bilamana nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan/stasioner terhadap nilai rata-ratanya.

2. Pola Musiman  
Terjadi bilamana suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman, misal kuartal tahun, bulanan, atau hari-hari di minggu tertentu.
3. Pola Siklis  
Terjadi bilamana data dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis.
4. Pola Trend  
Terjadi bilamana terdapat kenaikan atau penurunan sekuler jangka panjang dalam data.

### Model *Generalized Space-Time Autoregressive (GSTAR)*

Jika diberikan  $z_i(t)$  dengan  $t \in T, T = \{1, 2, \dots, T\}$  dan  $i = \{1, 2, \dots, N\}$  merupakan indeks parameter waktu, dan lokasi yang dihitung, dan terbatas, maka model *Space-Time Autoregressive Moving Average (STARMA)* dari Pfeifer dan Deutsch adalah:

$$z(t) = \sum_{l=1}^{\lambda_p} \phi_{kl} W^{(l)} z(t-k) - \sum_{m=1}^q \sum_{l=1}^{\lambda_q} \phi_{ml} W^{(l)} e(t-m) + e(t) \quad (1)$$

dengan  $\phi_{kl}$  dan  $\phi_{ml}$  adalah matriks regresi dan  $W^{(l)}$  adalah matriks bobot yang dipengaruhi oleh lokasi. Dalam hal ini, Pfeifer dan Deutsch memodelkan bahwa observasi di lokasi  $i$  pada saat  $t$  adalah kombinasi linier dari lokasi tersebut pada saat sebelumnya, dan galat (residual) pada saat-saat sebelumnya. Apabila orde  $p = 0$ , maka model (1) menjadi model *Space Time Moving Average (STMA)*, dan jika orde  $q = 0$  menjadi model *Space-Time Autoregressive (STAR)*.

Model *Space-Time Autoregressive* orde  $p_1$  (yang berarti orde spasial adalah 1 dan orde *time* adalah  $p$ ) atau *STAR (p<sub>1</sub>)* dari Pfeifer dan Deutsch dirumuskan sebagai berikut:

$$z(t) = \sum_{k=1}^p [\phi_{k0} W^{(0)} z(t-k) + \phi_{kl} W^{(l)} z(t-k)] + e(t) \quad (2)$$

dengan:

- $\phi_{kl}$  = parameter *STAR* pada lag waktu (*time*)  $k$  dan lag spasial  $l$ ,
- $W^{(l)}$  = matriks bobot ukuran  $(N \times N)$  pada lag spasial  $l$  (dimana  $l = 0, 1$ ), dengan  $l$  adalah matriks identitas ukuran  $(N \times N)$ ,
- $e(t)$  = vektor *noise* dengan ukuran  $(N \times 1)$  berdistribusi normal *multivariate* dengan *mean* 0, dan matriks *varians-kovarians*  $\sigma^2 I_N$ ,

- $Z(t)$  = vektor acak ukuran ( $N \times 1$ ) pada waktu  $t$ , yaitu  $Z(t) = [z_1(t) \dots z_N(t)]$ .

Model *GSTAR* merupakan suatu model yang lebih fleksibel sebagai generalisasi dari model *STAR*. Secara matematis, notasi dari model *GSTAR* ( $p_l$ ) pada persamaan (2). Perbedaan utama dari model *GSTAR* ( $p_l$ ) ini terletak pada spasial *lag* yang sama diperbolehkan berlainan. Dalam notasi matriks, model *GSTAR* ( $p_l$ ) dapat ditulis sebagai berikut :

$$Z(t) = \sum_{k=1}^p [\Phi_{k0} + \Phi_{kl}W]Z(t-k) + e(t) \quad (3)$$

dengan:

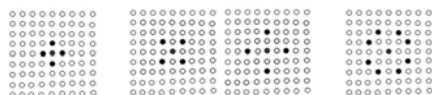
- $\Phi_{k0} = \text{diag}(\phi_{k0}^1, \dots, \phi_{k0}^N)$
- $\Phi_{kl} = \text{diag}(\phi_{kl}^1, \dots, \phi_{kl}^N)$
- bobot-bobot dipilih sedemikian hingga  $\omega_{ii} = 0$  dan  $\sum_{i \neq j} \omega_{ij} = 1$ .

Penafsiran parameter model *GSTAR* dapat dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat simpangannya berdasarkan persamaan (4) dan (5) sebagai berikut:

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} y_{1i} \\ y_{2i} \\ y_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X1_{i-1} & FX1_{i-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X2_{i-1} & FX2_{i-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X3_{i-1} & FX3_{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{10} \\ \phi_{11} \\ \phi_{20} \\ \phi_{12} \\ \phi_{30} \\ \phi_{13} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ a_{3i} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Dalam menentukan operator spasial *lag* masalah yang timbul adalah bagaimana menentukan bobot  $w_{ij}^{(l)}$  yang sesuai dengan permasalahan yang diamati. Spesifikasi bentuk bobot umumnya menyatakan sifat-sifat fisik dari sistem yang diamati, misalnya jarak antara dua pusat kota, kualitas sarana transportasi antara dua negara, *flow rate*, pendapatan, dan sebagainya. Di bawah ini merupakan gambaran konsep orde spasial dalam model *GSTAR* ( $P_1$ ) sebagaimana disajikan pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Konsep Orde Spasial Model *GSTAR*

Himpunan bobot dinyatakan dalam matriks bobot  $W^{(l)}$  ukuran ( $N \times N$ ). Untuk setiap spasial lag  $l$  dapat dituliskan

$$W^{(l)} = \begin{bmatrix} w_{11}^{(l)} & w_{12}^{(l)} & \Lambda & w_{1N}^{(l)} \\ w_{21}^{(l)} & w_{22}^{(l)} & \Lambda & w_{2N}^{(l)} \\ M & & & M \\ w_{N1}^{(l)} & w_{N2}^{(l)} & \Lambda & w_{NN}^{(l)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Jadi untuk spasial *lag* nol,  $W^{(0)}$  menyatakan perkalian matriks identitas  $I_N$  dengan pengamatan di semua lokasi pada *time lag* yang berkaitan dengan orde AR ke  $k$ . Sedangkan untuk spasial *lag* 1, 2, ...,  $\lambda$  menyatakan perkalian bobot  $W^{(1)}$ ,  $W^{(2)}$ , ...,  $W^{(\lambda)}$  dengan pengamatan di semua lokasi pada *time lag* yang berkaitan dengan orde AR ke  $k$ . Karakteristik dari matriks bobot  $W^{(l)}$  adalah jumlah semua unsur pada setiap baris sama dengan satu.

Pfeifer-Deutsch (1980)<sup>[4,5]</sup> menggunakan bobot seragam dalam penelitian sosial untuk memprakirakan tingkat kejahatan pada 14 wilayah di negara bagian Boston Tenggara melalui model *STAR* ( $1_1$ ). Bobot yang digunakan adalah:

$$w_{ij}^{(l)} = \begin{cases} 1/n_i^{(l)} \\ 0 \end{cases} \quad (7)$$

jika lokasi  $i$ , dan  $j$  berada dalam spasial *lag* 1 lainnya dan  $n_i^{(l)}$  menyatakan banyaknya tetangga terdekat di sekitar lokasi  $i$  pada spasial *lag*  $l$ .

Model sederhana AR orde 1 dan spasial lag 1 atau *STAR* ( $1_1$ ), misalnya dengan 3 lokasi ( $N = 3$ ), dinyatakan dengan persamaan:

$$Z(t) = [Z_1(t) \ Z_2(t) \ Z_3(t)]^T = \sum_{\lambda=0}^1 \phi_{1\lambda} W^{(\lambda)} Z(t-1) + e(t) \quad (8)$$

atau

$$Z(t) = \phi_{10} I_3 Z(t-1) + \phi_{11} W^{(1)} Z(t-1) + e(t) \quad (9)$$

Dari model di atas, untuk 3 lokasi, maka model di lokasi ke-1 dapat dinyatakan persamaan:

$$Z_1(t) = \phi_{10} Z_1(t-1) + \phi_{11} (w_{11}) Z_1(t-1) + \phi_{11} (w_{12}) Z_2(t-1) + \phi_{11} (w_{13}) Z_3(t-1) + e_1(t) \quad (10)$$

Model *STAR* dapat dinyatakan dalam bentuk model linier sebagai berikut:

$$Z(t) = [Z(t-1)W^{(l)}Z(t-1)] \begin{bmatrix} \phi_{10} \\ \phi_{11} \end{bmatrix} + e(t) \quad (11)$$

Sebagai contoh, model  $GSTAR(1_1)$  untuk kasus penjualan pada suatu waktu di tiga lokasi yang berbeda dapat ditulis dengan persamaan (12), dan (13) sebagai berikut:

$$Z(t) = [\Phi_{10} + \Phi_{11}W]Z(t-1) + e(t) \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{20} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{30} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{21} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t-1) \\ z_2(t-1) \\ z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix} \tag{13}$$

**Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)**

Asumsi dasar yang digunakan dalam pembahasan proses *time series ARIMA* adalah proses yang stasioner. Walaupun demikian, banyak proses yang bersifat non-stasioner. Upaya yang dilakukan pakar ekonometris untuk menstasionerkan proses pembentukan data yang tidak stasioner adalah dengan melakukan perbedaan tingkat pertama, kedua, dan seterusnya. Contoh perbedaan tingkat pertama (*first difference*) adalah:  $W_t = Z_t - Z_{t-1}$

Hasil dari setiap perbedaan yang dilakukan seperti di atas disebut proses yang terintegrasi (*integrated processed*). Sedangkan orde dari proses untuk mendapatkan *time series* yang stasioner ditentukan oleh banyaknya perbedaan (*differencing*) yang dilakukan. Jika  $z_t$  adalah suatu runtun waktu yang sudah dibuat stasioner dengan *differencing* satu kali, atau lebih dari suatu runtun waktu yang asli (tidak stasioner),  $w_t$ , maka  $z_t$  bisa dipresentasikan dengan model *ARMA* (p, q) atau model *ARIMA* (p, d, q).

Pendekatan Box-Jenkins digunakan untuk mengobservasi orde dari proses AR (p), MA (q), dan *ARIMA* (p, d, q). Dengan kata lain perlu mengidentifikasi masing-masing nilai p, d, dan q. Untuk mengobservasi model *ARIMA* secara penuh diperlukan tiga tahap, yaitu: identifikasi, estimasi, dan uji diagnostik. Kemudian jika nilai p, d, dan q tersebut sudah didapat, peramalan (*forecasting*) dapat dilakukan.

**Identifikasi**

Dalam identifikasi ini ditentukan nilai p, d, dan q dalam tahap identifikasi, digunakan fungsi

estimasi, fungsi autokorelasi, dan fungsi autokorelasi parsial (*ACF*, dan *PACF*). Tabel 1 menyajikan karakteristik *ACF*, dan *PACF* yang bisa digunakan untuk mengidentifikasi proses pembentukan data.

*Autocorrelation Function (ACF)* adalah suatu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi (hubungan linier) antara pengamatan pada waktu ke-t  $Z(t)$  dengan pengamatan-pengamatan pada waktu-waktu sebelumnya ( $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k}$ ). Untuk suatu data deret waktu  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ , Durbin (1960) dan Levinson (1947) memberikan perhitungan nilai Sampel Autokorelasi (*PACF*) sebagai berikut:

1. Nilai sampel autokorelasi lag k adalah:

$$r_k = \text{Corr}(Z_t, Z_{t-k}) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \tag{14}$$

2. Taksiran standar *error* dari  $r_k$  adalah :

$$s_{r_k} = \sqrt{\frac{1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} r_j^2}{n}} \tag{15}$$

3. Nilai statistik uji untuk  $r_k = 0$  atau tidak adalah:

$$t_{rk} = \frac{r_k}{s_{r_k}} \tag{16}$$

*Partial Autocorrelation Function (PACF)* adalah suatu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi parsial antara pengamatan pada waktu ke-t ( $Z_t$ ) dengan pengamatan-pengamatan pada waktu-waktu sebelumnya ( $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k}$ ). Untuk suatu data deret waktu  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ , Durbin (1960) dan Levinson (1947) memberikan perhitungan nilai Sampel Parsial Autokorelasi (*PACF*) sebagai berikut:

1. Nilai sampel parsial autokorelasi *lag* k adalah:

$$r_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1.j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1.j} r_j} \tag{17}$$

dengan:

$$r_{kj} = r_{k-1,j} - r_{kk} r_{k-1,k-1}$$

untuk  $j = 1, 2, \dots, k-1$

2. Taksiran standar *error* dari  $r_{kk}$  adalah:

$$s_{r_{kk}} = \sqrt{\frac{l}{n}} \quad (18)$$

3. Nilai statistik uji untuk uji  $r_{kk} = 0$  atau tidak adalah:

$$t_{r_{kk}} = \frac{r_{kk}}{s_{r_{kk}}} \quad (19)$$

Untuk membuat data stasioner dalam *varians* dapat dilakukan proses transformasi. Pendekatan proses transformasi dengan metode *Box-Cox* adalah<sup>[1]</sup>:

**Tabel 1.** Proses Transformasi

Nilai $\lambda$	Transformasi
0.5	$y' = \sqrt{y}$
0	$y' = \ln y$
-0.5	$y' = \frac{1}{\sqrt{y}}$

**Estimasi**

Setelah spesifikasi tentatif ditentukan  $p$ , dan  $q$ , tahap selanjutnya adalah mengestimasi parameter-parameter dari *autoregressive* dan *moving average* dari proses (apakah AR atau MA) diestimasi. Jika AR *process*, parameter dapat diestimasi dengan menggunakan *least square*. Jika MA *process*, parameter diestimasi dengan menggunakan *maximum likelihood* atau *least square*.

Nilai estimasi parameter yang dapat meminimumkan jumlah kuadrat *error* dengan menggunakan *least square* adalah:

$$S_*(\phi, \mu) = \sum_{t=2}^n [(Z_t - \mu) - \phi(Z_{t-1} - \mu)]^2$$

$$\mu = \frac{\sum_{t=2}^n Z_t - \phi \sum_{t=2}^n Z_{t-1}}{(n-1)(1-\phi)} \quad (20)$$

$$\hat{\phi} = \frac{\sum_{t=2}^n (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-1} - \bar{Z})}{\sum_{t=2}^n (Z_t - \bar{Z})^2}$$

**Uji Diagnostik**

Setelah menentukan *ARIMA* model tertentu, dan parameter yang sudah diestimasi, selanjutnya diteliti apakah model yang dipilih sesuai (*fit*) dengan data secara baik, dibandingkan dengan model lain yang mungkin juga bisa sesuai dengan data. Oleh karena itu, *Box-Jenkins* lebih bersifat seni<sup>[6]</sup>:

“*ARIMA modeling is more an art than a science; considerable skill is required to choose the right ARIMA model. One simple test of chosen model is to see if the residuals estimated from this model are white noise, if they are, we can accept the particula fit; if not, we must start over.*”

Uji diagnostik meliputi uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model. Uji signifikansi parameter dapat dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

1. Hipotesis:

$$H_0 : \hat{\theta} = 0 \quad (21)$$

$$H_1 : \hat{\theta} \neq 0 \quad (22)$$

2. Statistik Uji

$$t = \frac{\hat{\theta}}{stdev(\hat{\theta})} \quad (23)$$

3. Daerah Penolakan

$$\text{Tolak } H_0 \text{ jika } |t| > t_{\alpha/2; df=n-n_p} \quad (24)$$

dimana  $n_p$  = jumlah parameter

Uji kesesuaian model meliputi uji kecukupan model (uji apakah *residual white noise*), dan uji asumsi distribusi normal. Uji distribusi normal dapat dilakukan dengan uji *Kolmogoroz-Smirnov*.

$H_0$  : Model sudah memenuhi syarat cukup (*residual white noise*)

$H_1$  : Model belum memenuhi syarat cukup (*residual tidak white noise*)

Untuk mengecek penerimaan keseluruhan dari residual autokorelasi, digunakan *Ljung* dan *Box* (1978):

$$Q^* = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{1}{(n-k)} \hat{r}_k^2 \quad (25)$$

$r_k$  adalah autokorelasi dari residual yang diestimasi,  $k$  adalah jumlah autokorelasi yang dimasukkan dalam tes statistik. Jika *ARIMA* ( $p, d, q$ ) dispesifikasikan secara tepat, maka  $Q$  statistik teridentifikasi dari residual yang dihitung. Secara aproksimasi,  $Q$  didistribusikan

$\chi^2$  dengan derajat kebebasan (*degree of freedom*) k-p-q.

Daerah penolakan :

$$\text{Tolak } H_0 \text{ jika } Q^* > \chi^2_{\alpha}; df = K - p - q \quad (26)$$

dengan: nilai p dan q adalah orde dari ARMA(p, q).

**Peramalan**

Salah satu properti populer ARIMA adalah derajat akurasi forecasting yang tinggi. Dalam banyak kasus, prediksi yang didapat dengan metode ini lebih terpercaya daripada prediksi yang didapat dari pemodelan ekonometri tradisional, khususnya untuk prediksi jangka pendek.

**Model ARIMA Box-Jenkins (non-seasonal)**

Secara umum model-model ARIMA (stasioner) dapat dibagi menjadi tiga model, yaitu :

1. Model Autoregressive → AR (p)

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \phi_2 \dot{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + \alpha_t \quad (27)$$

2. Model Moving Average → MA (q)

$$\dot{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (28)$$

3. Model Autoregressive Moving Average → ARMA (p, q)

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (29)$$

dengan:

$Z_t$  = besarnya pengamatan (kejadian)

pada waktu ke-t

$$Z = Z_t - \mu$$

$a_t$  = suatu “white noise process” atau error pada waktu ke-t yang diasumsikan mempunyai mean 0 dan varians konstan ( $\sigma_a^2$ )

Model ARIMA (non-stasioner) jika ada orde d (misal : 1, 2), dengan bentuk umum adalah:

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d \dot{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t \quad (30)$$

Sebagai contoh, jika  $\{Z_t\}$  mengikuti model ARIMA (1,1,0) maka secara matematik  $\{Z_t\}$  mengikuti:

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B)(1 - B)^d \dot{Z}_t &= a_t \\ (1 - (1 + \phi_1)B + \phi_1 B^2) \dot{Z}_t &= a_t \\ \dot{Z}_t &= (1 + \phi_1) \dot{Z}_{t-1} + \phi_1 \dot{Z}_{t-2} + a_t \end{aligned} \quad (31)$$

**Model ARIMA Box-Jenkins (seasonal)**

Secara umum bentuk model ARIMA Box-Jenkins musiman (stasioner) atau ARIMA (p, d, q)(P, D, Q)<sup>S</sup> adalah :

$$\phi_p(B)\phi_p(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D \dot{Z}_t = \theta_q(B)\theta_q(B^S)a_t \quad (32)$$

dengan:

p,d,q = order AR, MA, dan differencing non-musiman

P,D,Q = order AR, MA, dan differencing musiman

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\phi_p(B^S) = (1 - \phi_1 B^S - \phi_2 B^{2S} - \dots - \phi_p B^{pS})$$

$(1 - B)^d$  = order differencing non-musiman

$(1 - B^S)^D$  = order differencing musiman

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

$$\theta_q(B^S) = (1 - \theta_1 B^S - \theta_2 B^{2S} - \dots - \theta_q B^{qS})$$

Bentuk model ARIMA Box-Jenkins musiman (non-stasioner) atau ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)<sup>S</sup> adalah:

$$\phi_p(B)\phi_p(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D \dot{Z}_t = \theta_q(B)\theta_q(B^S)a_t \quad (32)$$

dimana order d dan D yang berbeda dengan nol adalah order yang menunjukkan bahwa proses adalah “non-stasioner”. Sebagai contoh, jika  $\{Z_t\}$  mengikuti model ARIMA (0,1,1)(0,0,1)<sup>12</sup> maka secara matematik  $\{Z_t\}$  mengikuti :

$$(1 - B)\dot{Z}_t = (1 - \theta B)(1 - B)a_t \quad (33)$$

$$\dot{Z}_t - \dot{Z}_{t-1} = (1 - \theta B - B + \theta B^2)a_t$$

$$\dot{Z}_t = \dot{Z}_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1} - a_{t-2} + \theta a_{t-3}$$

**Pengukuran Kesalahan Peramalan**

Macam-macam kriteria untuk mengevaluasi suatu teknik peramalan adalah:

1. Mean Absolute Deviation (MAD)

Simpangan absolut rata-rata atau MAD mengukur akurasi peramalan dengan merata-rata kesalahan peramalan (nilai absolutnya). Kesalahan diukur dalam unit ukuran yang sama seperti data aslinya.

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t|}{n} \quad (34)$$

2. Mean Squared Errors (MSE)

Kesalahan rata-rata kuadrat atau MSE diperoleh dengan cara setiap kesalahan atau residual dikuadratkan kemudian dijumlahkan dan dibagi dengan jumlah observasi.

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n} \quad (35)$$

3. *Mean Absolute Percentage Error (MAPE)*  
 Persentase keasalahan absolut rata-rata atau *MAPE* memberikan petunjuk seberapa besar kesalahan peramalan dibandingkan dengan nilai sebenarnya.

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t}}{n} \quad (36)$$

4. *Mean Percentage Error (MPE)*  
 Persentase kesalahan rata-rata atau *MPE* digunakan untuk menentukan apakah suatu metode peramalan bias atau tidak (secara konsisten tinggi atau rendah).

$$MPE = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{(Y_t - \hat{Y}_t)}{Y_t}}{n} \quad (37)$$

Jika suatu teknik menghasilkan suatu ramalan yang tidak bias, maka *MPE* akan menghasilkan persentase mendekati nol. Jika hasil *MPE* adalah negatif dan cukup besar, maka metode peramalan ini menghasilkan hasil ramalan yang terlalu tinggi, dan sebaliknya.

## METODE PENELITIAN

Untuk penyelesaian ini ada beberapa tahap yang harus dijalani, yang meliputi:

### Identifikasi Masalah dan Penetapan Tujuan Penelitian

Masalah yang dihadapi perusahaan selama ini adalah kesulitan dalam melakukan pendugaan nilai-nilai ramalan penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi penjualan, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu. Kesulitan tersebut menghambat manajemen dalam melakukan perencanaan distribusi yang efektif dan efisien. Dengan masalah yang dihadapi perusahaan, maka ditetapkan tujuan penelitian, yaitu mendapatkan model *GSTAR* yang sesuai untuk peramalan penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu serta menjelaskan keterkaitan penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu dengan model *GSTAR*.

### Pengumpulan Data

Data yang dikumpulkan adalah data sekunder yaitu data penjualan harian rokok Hanisa Alami dalam waktu 5 bulan (September 2006 sampai Januari 2007) di tiga lokasi penjualan, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu.

### Pengolahan Data

Pengolahan data dibagi menjadi dua tahap, yaitu tahap pembentukan model yang meliputi pembentukan model *GSTAR*, dan pembentukan model *ARIMA*, serta tahap peramalan dengan model *GSTAR* dan model *ARIMA*.

### Pembentukan Model

#### 1. Pembentukan Model *GSTAR*

Pembentukan model *GSTAR* meliputi tiga tahap, yaitu:

##### a. Tahap Identifikasi

Data yang terkumpul diplot untuk deteksi stasioneritas data deret waktu dalam *mean* dan *varians*.

##### b. Tahap Estimasi Parameter

Meliputi penentuan nilai taksiran parameter model yang terbagi dalam dua bagian, yaitu bobot antar lokasi, dan bobot antar waktu. Penentuan bobot antar lokasi menggunakan konsep jarak sedangkan penentuan bobot antar waktu menggunakan metode *least squares*.

##### c. Tahap Uji Diagnostik

Uji diagnostik meliputi uji signifikansi parameter dengan menggunakan bobot lokasi dari normalisasi *cross-correlation*.

#### 2. Pembentukan Model *ARIMA*

Pembentukan model *ARIMA* meliputi tiga tahap, yaitu:

##### a. Tahap Identifikasi

Pada tahap identifikasi data yang terkumpul diplot untuk deteksi stasioneritas data deret waktu dalam *mean* dan *varians*.

##### b. Tahap Estimasi Parameter

Pada tahap estimasi parameter-parameter dari *autoregressive* dan *moving average* dari proses diestimasi.

##### c. Tahap Uji Diagnostik

Uji diagnostik meliputi uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model. Uji kesesuaian model meliputi uji kecukupan model (uji apakah residual

white noise), dan uji asumsi distribusi normal.

**Peramalan**

Tahap peramalan dilakukan untuk kedua model, yaitu model *GSTAR* dan model *ARIMA*.

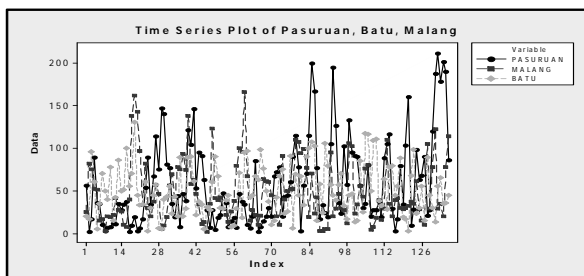
**Analisis dan Pembahasan**

Pada bagian ini dilakukan dua tahap, yaitu:

1. Evaluasi keterkaitan penjualan di suatu lokasi dengan lokasi lainnya.
2. Pengukuran kesalahan peramalan dengan *Mean Square Errors (MSE)*.

**HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN**  
**Pengolahan data**

Data penjualan rokok Hanisa Alami yang diperoleh sebanyak 151 data, berupa data penjualan harian mulai tanggal 1 September 2006 sampai dengan tanggal 29 Januari 2007 di tiga lokasi penjualan, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu. Data penjualan tersebut diperoleh dari catatan penjualan harian setiap *sales* yang ditugaskan di masing-masing lokasi. Plot data penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi disajikan pada Gambar 2 sebagai berikut:



**Gambar 2.** Plot Data Penjualan Rokok Hanisa Alami di Tiga Lokasi Penjualan

Dari Gambar 2 disajikan bahwa penjualan rokok di tiga lokasi, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu, relatif stabil. Penjualan rokok yang paling menunjukkan adanya peningkatan adalah penjualan di Pasuruan yang dalam kurva grafik mengalami kenaikan yang cukup besar. Sedangkan penjualan di di Malang dan Batu relatif lebih stabil.

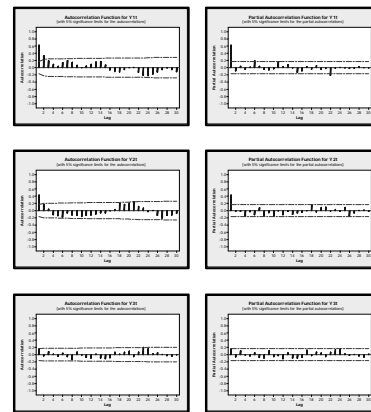
**Pembentukan Model *GSTAR***

Ada beberapa tahapan yang dilakukan dalam pembentukan model *GSTAR*, yaitu tahap identifikasi, tahap estimasi parameter, dan tahap pengujian model. Berikut ini adalah hasil-hasil

pengolahan data pada tiap-tiap tahap pembentukan *GSTAR* untuk data penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu.

**Tahap Identifikasi Model *GSTAR* untuk Data Penjualan Rokok Hanisa Alami di Tiga Lokasi**

Pada tahap ini dilakukan identifikasi model *GSTAR* dengan menggunakan *ACF (Autocorrelation Function)* dan *PACF (Partial Autocorrelation Function)* sebagaimana disajikan pada Gambar 3.



**Gambar 3.** Plot *ACF*, dan *PACF* Data Penjualan Rokok Hanisa Alami di Tiga Lokasi Penjualan

Dari plot *ACF*, dan *PACF* data penjualan rokok Hanisa Alami pada Gambar 3 dapat dilihat bahwa ketiga lokasi memiliki kecenderungan *autoregressive (AR<sub>1</sub>)*. Hal ini membentuk dugaan orde 1 pada pembentukan model *GSTAR*.

Proses pembentukan model *GSTAR* dengan orde 1 untuk data penjualan rokok Hanisa Alami ini dilakukan dengan menggunakan dua macam bobot, yaitu bobot seragam pada *lag* spasial 1 serta bobot tidak seragam. Untuk menunjang asumsi bobot, berikut ini disertakan peta lokasi Kota Pasuruan, Malang, dan Batu dalam wilayah Propinsi Jawa Timur sebagaimana disajikan pada Gambar 4.



**Gambar 4.** Peta Lokasi Jawa Timur



**Tahap Pengujian Model *GSTAR* untuk Data Penjualan Rokok Hanisa Alami di Tiga Lokasi**

Pengujian model *GSTAR* orde 1 untuk data penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi penjualan dilakukan dengan bobot seragam dan bobot tidak seragam.

- Tahap Pengujian Model *GSTAR* dengan Bobot Seragam

Persamaan regresi yang didapatkan dari *software* MINITAB 14, dan estimasi parameter untuk model *GSTAR* orde 1 dengan bobot seragam di tiga lokasi penjualan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= \phi_{10}\hat{y}_{1,t-1} + \phi_{11}(\omega_{12}\hat{y}_{2,t-1} + \omega_{13}\hat{y}_{3,t-1}) \\ \hat{y}_1 &= 0.592\hat{y}_{1,t-1} + 0.035\hat{y}_{2,t-1} + 0.035\hat{y}_{3,t-1} \\ \hat{y}_2 &= \phi_{20}\hat{y}_{2,t-1} + \phi_{22}(\omega_{21}\hat{y}_{1,t-1} + \omega_{23}\hat{y}_{3,t-1}) \\ \hat{y}_2 &= 0.466\hat{y}_{2,t-1} - 0.063\hat{y}_{1,t-1} - 0.063\hat{y}_{3,t-1} \\ \hat{y}_3 &= \phi_{30}\hat{y}_{3,t-1} + \phi_{33}(\omega_{31}\hat{y}_{1,t-1} + \omega_{32}\hat{y}_{2,t-1}) \\ \hat{y}_3 &= 0.141\hat{y}_{3,t-1} - 0.035\hat{y}_{1,t-1} - 0.035\hat{y}_{2,t-1} \end{aligned} \tag{38}$$

dengan:

$$\hat{y}_t = \begin{bmatrix} \hat{y}_{1,t} \\ \hat{y}_{2,t} \\ \hat{y}_{3,t} \end{bmatrix}, \hat{y}_{1,t-1} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{1,t-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{y}_{2,t-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{y}_{2,t-1} \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{y}_{3,t-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{y}_{3,t-1} \end{bmatrix}$$

Hasil pengujian model *GSTAR* disajikan pada Tabel 2 sebagai berikut:

**Tabel 2.** Hasil Pengujian Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Seragam untuk Data Penjualan Rokok Hanisa Alami

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	6	715,06	119,18	20,54	0,000
Residual	399	2314,69	5,80		
Total	405	3029,74			

Uji hipotesis model *GSTAR* orde 1 dengan bobot seragam adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = 0 \\ H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_i \neq 0 \end{aligned} \tag{39}$$

$H_0$  ditolak bila :  $p\text{-value} < \alpha = 15\%$

Artinya:  $\beta_i$  secara statistik mempunyai arti dalam model.

Berdasarkan perbandingan nilai  $p\text{-value}$  dengan  $\alpha = 15\%$ , dimana  $p\text{-value} < \alpha$ , maka model *GSTAR* orde 1 dengan bobot seragam sesuai sebagai model peramalan.

- Tahap Estimasi Parameter dengan Bobot Seragam. Matriks bobot seragam yang digunakan, yaitu:

$$\begin{bmatrix} 0 & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & 0 & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \tag{40}$$

Tabel estimasi parameter model *GSTAR* disajikan pada Tabel 3 sebagai berikut:

**Tabel 3.** Estimasi Parameter Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Seragam untuk Penjualan Rokok Hanisa Alami di Tiga Lokasi Penjualan

Par	Koefisien	SE Koef	T	P-val	Sig
X1 <sub>t-1</sub>	0,59156	0,06321	9,36	0,000	Ya
FX1 <sub>t-1</sub>	0,0689	0,1153	0,60	0,550	Tidak
X2 <sub>t-1</sub>	0,46576	0,08161	5,71	0,000	Ya
FX2 <sub>t-1</sub>	-0,1260	0,1121	-1,12	0,262	Tidak
X3 <sub>t-1</sub>	0,14081	0,09268	1,52	0,129	Ya

dengan:

$$\begin{aligned} X1_{t-1} &= \hat{y}_{1,t-1}, & FX1_{t-1} &= \omega_{12}\hat{y}_{2,t-1} + \omega_{13}\hat{y}_{3,t-1} \\ X2_{t-1} &= \hat{y}_{2,t-1}, & FX2_{t-1} &= \omega_{21}\hat{y}_{1,t-1} + \omega_{23}\hat{y}_{3,t-1} \\ X3_{t-1} &= \hat{y}_{3,t-1}, & FX3_{t-1} &= \omega_{31}\hat{y}_{1,t-1} + \omega_{32}\hat{y}_{2,t-1} \end{aligned}$$

Uji hipotesis parameter *GSTAR* orde 1 dengan bobot seragam adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} H_0 : \Phi_{ki} = 0 \\ H_1 : \Phi_{ki} \neq 0 \end{aligned} \tag{41}$$

$H_0$  ditolak bila :  $p\text{-value} < \alpha = 15\%$

Artinya:  $\Phi_{ki}$  secara statistik mempunyai arti dalam model.

Berdasarkan perbandingan nilai  $p\text{-value}$  dengan  $\alpha = 15\%$ , di mana  $p\text{-value} < \alpha$ , maka ada tiga parameter dari model *GSTAR* orde 1 dengan bobot seragam yang tidak signifikan digunakan sebagai model peramalan. Oleh karena itu, langkah selanjutnya adalah melakukan *stepwise regression* dan hasilnya disajikan pada Tabel 4 sebagai berikut:

**Tabel 4.** Estimasi Parameter Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Seragam untuk Penjualan Rokok Hanisa Alami Setelah Dilakukan *Stepwise Regression*

Par	Koef	SE Koef	T	P-val	Sig
X1 <sub>t-1</sub>	0,58984	0,06308	9,35	0,000	Ya
X2 <sub>t-1</sub>	0,45498	0,08095	5,62	0,000	Ya
X3 <sub>t-1</sub>	0,14252	0,09255	1,54	0,124	Ya

dengan:

$$X1_{t-1} = \hat{y}_{1,t-1}, \quad X2_{t-1} = \hat{y}_{2,t-1}, \quad X3_{t-1} = \hat{y}_{3,t-1}$$

Dengan dilakukannya *stepwise regression*, maka parameter yang signifikan digunakan dalam model *GSTAR* adalah X1<sub>t-1</sub>, X2<sub>t-1</sub>, X3<sub>t-1</sub>. Artinya, tidak ada keterkaitan antara lokasi penjualan Pasuruan, Malang, dan Batu.

- Pengujian Model *GSTAR* Orde 1 untuk Bobot Tidak Seragam

Persamaan regresi yang didapatkan dari *software* MINITAB 14, dan estimasi parameter untuk model *GSTAR* orde 1 dengan bobot tidak seragam di tiga lokasi penjualan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t &= \phi_0 \hat{y}_{t-1} + \phi_1 (\omega_{12} \hat{y}_{2,t-1} + \omega_{13} \hat{y}_{3,t-1}) \\ \hat{y}_{1,t} &= 0,590 \hat{y}_{1,t-1} + 0,0512 \hat{y}_{2,t-1} + 0,0256 \hat{y}_{3,t-1} \\ \hat{y}_{2,t} &= \phi_{20} \hat{y}_{2,t-1} + \phi_{21} (\omega_{21} \hat{y}_{1,t-1} + \omega_{23} \hat{y}_{3,t-1}) \\ \hat{y}_{2,t} &= 0,466 \hat{y}_{2,t-1} - 0,063 \hat{y}_{1,t-1} - 0,063 \hat{y}_{3,t-1} \\ \hat{y}_{3,t} &= \phi_{30} \hat{y}_{3,t-1} + \phi_{31} (\omega_{31} \hat{y}_{1,t-1} + \omega_{32} \hat{y}_{2,t-1}) \\ \hat{y}_{3,t} &= 0,144 \hat{y}_{3,t-1} - 0,012 \hat{y}_{1,t-1} - 0,025 \hat{y}_{2,t-1} \end{aligned} \quad (42)$$

dengan :

$$\hat{y}_t = \begin{bmatrix} \hat{y}_{1,t} \\ \hat{y}_{2,t} \\ \hat{y}_{3,t} \end{bmatrix}, \hat{y}_{1,t-1} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{1,t-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{y}_{2,t-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{y}_{2,t-1} \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{y}_{3,t-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{y}_{3,t-1} \end{bmatrix}$$

Hasil Pengujian Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Tidak Seragam untuk Data Penjualan Rokok Hanisa Alami disajikan pada Tabel 5 sebagai berikut:

**Tabel 5.** Hasil Pengujian Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Tidak Seragam untuk Data Penjualan Rokok Hanisa Alami

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	6	713,84	118,97	20,50	0,000
Residual	399	2315,91	5,80		
Total	405	3029,74			

Uji hipotesis model *GSTAR* orde 1 dengan bobot tidak seragam adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = 0 \\ H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_i \neq 0 \end{aligned} \quad (43)$$

$H_0$  ditolak bila :  $p\text{-value} < \alpha = 15\%$

Artinya:  $\beta_i$  secara statistik mempunyai arti dalam model.

Berdasarkan perbandingan nilai  $p\text{-value}$  dengan  $\alpha = 15\%$ , dimana  $p\text{-value} < \alpha$ , maka model *GSTAR* orde 1 dengan bobot tidak seragam sesuai sebagai model peramalan.

- Tahap Estimasi Parameter dengan Bobot Tidak Seragam

Matriks bobot tidak seragam yang digunakan, yaitu:

$$\begin{bmatrix} 0 & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & 0 & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Estimasi Parameter Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Tidak Seragam disajikan pada Tabel 6 sebagai berikut:

**Tabel 6.** Estimasi Parameter Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Tidak Seragam untuk Penjualan Rokok Hanisa Alami di Tiga Lokasi Penjualan

Par	Koef	SE Koef	T	P-val	Sig
X1 <sub>t-1</sub>	0,59014	0,06317	9,34	0,000	Ya
FX1 <sub>t-1</sub>	0,0768	0,1067	0,72	0,472	Tidak
X2 <sub>t-1</sub>	0,46576	0,08163	5,71	0,000	Ya
FX2 <sub>t-1</sub>	-0,1260	0,1121	-1,12	0,262	Tidak
X3 <sub>t-1</sub>	0,14365	0,09272	1,55	0,122	Ya
FX3 <sub>t-1</sub>	-0,0370	0,1002	-0,37	0,712	Tidak

dengan :

$$\begin{aligned} X1_{t-1} &= \hat{y}_{1,t-1}, \quad FX1_{t-1} = \omega_{12} \hat{y}_{2,t-1} + \omega_{13} \hat{y}_{3,t-1} \\ X2_{t-1} &= \hat{y}_{2,t-1}, \quad FX2_{t-1} = \omega_{21} \hat{y}_{1,t-1} + \omega_{23} \hat{y}_{3,t-1} \\ X3_{t-1} &= \hat{y}_{3,t-1}, \quad FX3_{t-1} = \omega_{31} \hat{y}_{1,t-1} + \omega_{32} \hat{y}_{2,t-1} \end{aligned}$$

Uji hipotesis parameter *GSTAR* orde 1 dengan bobot tidak seragam adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} H_0 : \Phi_{ki} = 0 \\ H_1 : \Phi_{ki} \neq 0 \end{aligned} \quad (45)$$

$H_0$  ditolak bila :  $p\text{-value} < \alpha = 15\%$

Artinya:  $\Phi_{ki}$  secara statistik mempunyai arti dalam model.

Berdasarkan perbandingan nilai  $p\text{-value}$  dengan  $\alpha = 15\%$ , dimana  $p\text{-value} < \alpha$ , maka ada tiga parameter dari model *GSTAR* orde 1 dengan bobot tidak seragam yang tidak signifikan digunakan sebagai model peramalan. Oleh karena itu, langkah selanjutnya adalah melakukan *stepwise regression* yang hasilnya disajikan pada Tabel 7 sebagai berikut:

**Tabel 7.** Estimasi Parameter Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Tidak Seragam untuk Penjualan Rokok Hanisa Alami Setelah Dilakukan *Stepwise Regression*

Par	Koef	SE Koef	T	P-val	Sig
X1 <sub>t-1</sub>	0,58984	0,06308	9,35	0,000	Ya
X2 <sub>t-1</sub>	0,45498	0,08095	5,62	0,000	Ya
X3 <sub>t-1</sub>	0,14252	0,09255	1,54	0,124	Ya

dengan:

$$X1_{t-1} = \hat{y}_{1,t-1}, \quad X2_{t-1} = \hat{y}_{2,t-1}, \quad X3_{t-1} = \hat{y}_{3,t-1}$$

Dengan dilakukannya *stepwise regression*, maka parameter yang signifikan digunakan dalam model *GSTAR* adalah X1<sub>t-1</sub>, X2<sub>t-1</sub>, X3<sub>t-1</sub>. Artinya, tidak ada keterkaitan antara lokasi penjualan Pasuruan, Malang, dan Batu.

Berikut ini adalah tahap pembentukan matriks untuk model *GSTAR*, dan penulisan persamaan regresi untuk masing-masing lokasi penjualan.

- Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Seragam

Berikut ini adalah persamaan matriks yang digunakan untuk pembentukan model *GSTAR* orde 1 dengan bobot seragam.

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \phi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{20} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & 0 & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}_t \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \phi_{10} \hat{y}_1 \\ \phi_{20} \hat{y}_2 \\ \phi_{30} \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \phi_{11}(\omega_{12}\hat{y}_2 + \omega_{13}\hat{y}_3) \\ \phi_{12}(\omega_{21}\hat{y}_1 + \omega_{23}\hat{y}_3) \\ \phi_{13}(\omega_{31}\hat{y}_1 + \omega_{32}\hat{y}_2) \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}_t \quad (47)$$

Model *GSTAR* yang diperoleh dengan bobot seragam dengan menggunakan *software* MINITAB 14, adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} 0,58984 & 0 & 0 \\ 0 & 0,45498 & 0 \\ 0 & 0 & 0,14252 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}_t \quad (48)$$

Dari matriks (48) di atas, dapat dituliskan model *GSTAR* orde 1, sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= 0,58984\hat{y}_1 + \alpha_1 \\ \hat{y}_2 &= 0,45498\hat{y}_2 + \alpha_2 \\ \hat{y}_3 &= 0,14252\hat{y}_3 + \alpha_3 \end{aligned} \quad (49)$$

- Model *GSTAR* Orde 1 dengan Bobot Tidak Seragam

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \phi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{20} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & 0 & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}_t \quad (50)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \phi_{10} \hat{y}_1 \\ \phi_{20} \hat{y}_2 \\ \phi_{30} \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \phi_{11}(\omega_{12}\hat{y}_2 + \omega_{13}\hat{y}_3) \\ \phi_{12}(\omega_{21}\hat{y}_1 + \omega_{23}\hat{y}_3) \\ \phi_{13}(\omega_{31}\hat{y}_1 + \omega_{32}\hat{y}_2) \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}_t \quad (51)$$

Model *GSTAR* yang diperoleh dengan bobot tidak seragam dengan menggunakan *software* MINITAB 14, adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} 0,58984 & 0 & 0 \\ 0 & 0,45498 & 0 \\ 0 & 0 & 0,14252 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/3 & 2/3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}_t \quad (52)$$

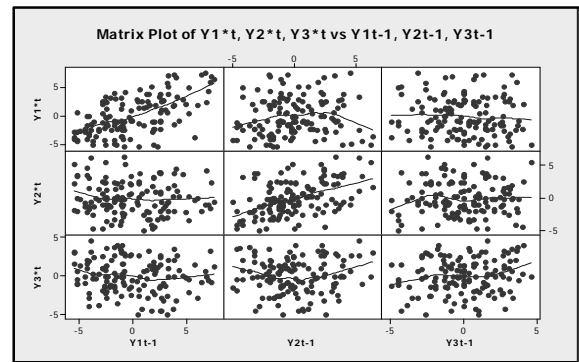
Dari matriks (2) di atas, dapat dituliskan model *GSTAR* orde 1, sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= 0,58984\hat{y}_1 + \alpha_1 \\ \hat{y}_2 &= 0,45498\hat{y}_2 + \alpha_2 \\ \hat{y}_3 &= 0,14252\hat{y}_3 + \alpha_3 \end{aligned} \quad (53)$$

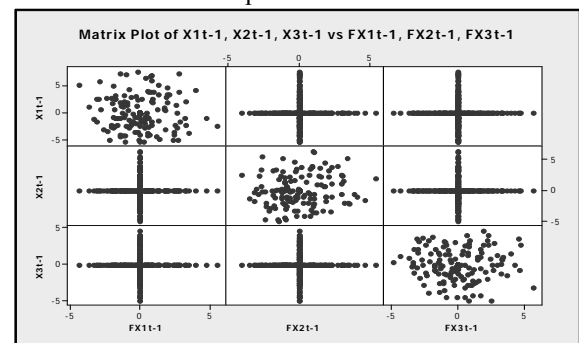
### Pembahasan

Evaluasi keterkaitan antar lokasi penjualan untuk model *GSTAR* dilakukan dengan

menggunakan *matrix plot* sebagaimana disajikan pada Gambar 5 dan 6 sebagai berikut:



Gambar 5. *Matrix Plot* Data Penjualan Rokok Hanisa Alami pada Waktu ke-t dan t-1



Gambar 6. *Matrix Plot* Data Penjualan Rokok Hanisa Alami dengan Bobot Lokasi

Dari Gambar 5 dapat dilihat bahwa data penjualan rokok Hanisa Alami pada waktu ke-t, dan waktu ke t-1 memiliki korelasi yang lemah. Sedangkan pada Gambar 6 dapat dilihat bahwa data penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi penjualan, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu tidak memiliki keterkaitan satu sama lain.

Berikut ini merupakan hasil perhitungan *MSE* dari model *GSTAR* dan *ARIMA* sebagaimana disajikan pada Tabel 8:

Tabel 8. Perbandingan Hasil Ketepatan Ramalan Antara Model *GSTAR* dan *ARIMA*

Model	Lokasi	<i>MSE</i>
<i>GSTAR</i>	Pasuruan	2599,8319
	Malang	293,42976
	Batu	880,05583
<i>ARIMA</i> (1,0,0)	Pasuruan	5000,5986
	Malang	490,26386
	Batu	879,96206
<i>ARIMA</i> (0,0,1)	Batu	879,94418
<i>ARIMA</i> (0,0,2)	Pasuruan	5290,7276

**KESIMPULAN DAN SARAN****Kesimpulan**

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Model *GSTAR* ( $1_1$ ) adalah model terbaik yang dapat digunakan untuk peramalan data penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi penjualan, yaitu Pasuruan, Malang, dan Batu.
2. Hasil evaluasi model *GSTAR* ( $1_1$ ) menunjukkan bahwa tidak ada keterkaitan antara penjualan rokok di satu lokasi dengan lokasi lainnya.
3. Perbandingan hasil ketepatan ramalan menunjukkan bahwa model *GSTAR* menghasilkan ketepatan ramalan yang lebih baik daripada model *ARIMA*.

**Saran**

Hasil penelitian ini merupakan aplikasi terhadap model *GSTAR* dengan orde spasial 1. Setelah dilakukan estimasi parameter *GSTAR* ternyata data penjualan rokok Hanisa Alami di tiga lokasi penjualan ternyata tidak memiliki keterkaitan satu sama lain. Akan tetapi meskipun tidak ada keterkaitan penjualan di lokasi satu dengan lokasi lainnya, hasil ketepatan ramalan model *GSTAR* lebih baik dibandingkan dengan model *ARIMA*, sehingga model ini baik digunakan oleh perusahaan untuk melakukan peramalan penjualan.

**DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan Hyndman, R.J., *Forecasting Methods and Applications*, Edisi Ketiga, hlm. 160-164, John Wiley & Son, Inc, New York, 1998
- [2] Hanke, J.E., Wichern, D.W., dan Reitsch, A.G., *Business Forecasting*, Edisi Ketujuh, hlm. 102-110, Prentice Hall International, Inc, New York, 2001
- [3] Bowerman, B.L., dan O'Connel, R.T., *Forecasting and Time Series : An Applied Approach*, Edisi Ketiga, hlm. 142-153, Duxbury Press, California, 1993

- [4] Pfeifer, P.E. dan Deutsch, S.J., *A Three Stage Iterative Procedure for Space-Time Modeling*, *Technometrics*, Vol. 22, No. 1, hlm. 35-47, 1980a.
- [5] Pfeifer, P.E. dan Deutsch, S.J., *Identification and Interpretation of First Order Space-Time ARMA Models*. *Technometrics*, Vol. 22, No. 1, hlm. 397-408, 1980b
- [6] Box, G.E.P. dan Jenkins, G.M., *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Edisi Kedua, hlm.135-141, San Fransisco: Holden-Day, San Fransisco, 1976
- [7] Borovkova, S.A., Lopuhaa, H.P., dan Nurani, B., Generalized STAR model with experimental weights, *In M Stasinopoulos & G Tou-loumi (Eds.), Proceedings of the 17th International Workshop on Statist-cal Modelling, Chania*, hlm. 139-147, 2002
- [8] Suhartono, Evaluasi pembentukan model *VARIMA* dan *STAR* untuk peramalan data deret waktu dan lokasi, *Prosiding Workshop and National Seminar on Space Time Models and Its Application*, Universitas Padjajaran, Bandung, 2005
- [9] Suhartono dan Atok, R.M., Perbandingan antara model *VARIMA* dan *GSTAR* untuk peramalan data deret waktu dan lokasi, *Prosiding Seminar Nasional Statistika*, ITS, Surabaya, 2005

**DAFTAR NOTASI**

- $y_{1t}$  = data penjualan di Pasuruan setelah ditransformasi akar  
 $y_{2t}$  = data penjualan di Malang setelah ditransformasi akar  
 $y_{3t}$  = data penjualan di Batu setelah ditransformasi akar  
 $\dot{y}_{1,t-1}$  =  $y_{1t}$  setelah dikurangi mean dan di-lag 1  
 $\dot{y}_{2,t-1}$  =  $y_{2t}$  setelah dikurangi mean dan di-lag 1  
 $\dot{y}_{3,t-1}$  =  $y_{3t}$  setelah dikurangi mean dan di-lag 1