PENYELESAIAN PERSOALAN TRANSPORTASI FUZZY COST MENGGUNAKAN PENDEKATAN BASIS TREE DAN METODE NWC-STEPPING STONE

Maxsi Ary[1)], **Asep Herman**[2)]
[1)2)]**AMIK BSI Bandung**
Jl.Sekolah Internasional No.1-6 Antapani – Kota Bandung
[1)]maxsi.max@bsi.ac.id
[2)]asep.apn@bsi.ac.id

Abstract

The issue of transportation is a linier program. Practically, variables of transportation problems may vary that emerges more than single. Fuzzy cost idea in transportation problems is required. The application of basis tree approach and NWC-Stepping Stone method is used to determine a minimum cost of purchase and delivery of commodity occurred for some suppliers. The company can do a cost-saving and be more effective in determining goods purchase from the supplier. The method used is quantitative experiments, the primary data on the PPIC and purchasing. The results of calculation of basis tree approach on PT Busana Cemerlang Garment Industry are the feasible shipping cost \$63993.55, the optimistic shipping cost \$62073.74, and the pessimistic shipping cost \$65913.35. The results of NWC-Stepping Stone method is \$63993.55. There is a deviation \$6480 with the calculation of purchase order (PO).

Keywords:
Transportation Problem, Linear Programming, fuzzy cost, basis tree, NWC-Stepping Stone.

I. PENDAHULUAN

Persoalan transportasi merupakan persoalan program linear, membahas masalah pendistribusian suatu komoditas atau produk dari sejumlah sumber (supply) kepada sejumlah tujuan (destination, demand), dengan tujuan meminimumkan biaya pengiriman komoditas yang terjadi.

Selama ini persoalan transportasi dilakukan dengan menggunakan metode *North-West Corner* (NWC), *least cost*, dan *Vogel's Approximation Method* (VAM) (Dimyati & Dimyati, 1992). Mengguanakan metode NWC untuk menentukan solusi fisibel basis awal merupakan bagian penting dalam menyelesaikan persoalan transportasi, karena sebagai langkah awal dalam metode simplex. Metode Simplex pertama kali dipelajari dalam sebuah penelitian oleh G.B Dantzig (1946-1947) (O'Connor D. , 2002). Sekarang penelitian itu diaplikasikan terhadap persoalan transportasi yang dikenal dengan MODI (*Modified for Distribution*) (O'Connor D. , 2002). Metode MODI dan metode lainnya yang menggunakan tabel transportasi cukup memadai selama ukuran persoalan relatif kecil. Ukuran persoalan dikatakan kecil dengan melihat jumlah sumber dan jumlah tujuan. Persoalan menjadi besar, sehingga mencari unik cycle (istilah dalam tulisan (O'Connor, 2002)) menyebut unik $\theta - loop$) pada variabel basis dan membentuk solusi fisibel basis yang baru menjadi sulit. Untuk alasan ini dan alasan lain metode standar pemecahan masalah tranportasi telah menjadi algoritma *out-of-killer* (O'Connor D. , 2002), sehingga persoalan transportasi merupakan kasus yang menarik.

Pengembangan terstruktur untuk algoritma *out-of-killer* terinspirasi oleh perkembangan terbaru teknik ilmu komputer menggunakan struktur data dan manipulasi data. Persoalan Transportasi dapat dianggap sebagai kasus khusus linear programming, dan algoritma yang efisien telah dikembangkan ketika variabel diketahui dengan pasti. Namun, dalam kenyataan praktiknya variabel masalah transportasi dapat bervariasi.

Sebagai contoh, biaya pengiriman barang akan menjadi tidak tentu dengan adanya perubahan cuaca, jalur yang berbeda, kondisi dari jalur pengiriman barang, kendaraan dan resiko yang terjadi, perjanjian pemesanan jumlah barang dengan interval, dan semua contoh di atas akan menjadikan informasi yang diperoleh menjadi tidak tentu pula. Pada akhirnya akan membuat bingung pengambil keputusan (Li, Huang, Da, & Hu, 2008). Untuk menghadapi banyaknya informasi yang tidak tepat, diperlukan gagasan fuzzy cost dalam persoalan transportasi. Oleh karena itu perlu dilakukan penelitian menyelesaian persoalan transportasi dengan fuzzy cost.

2. KAJIAN LITERATUR

2.1 Metode Northwest-Corner

Data komoditas atau produk dari sejumlah sumber (*supply*) sebagai persediaan dan data permintaan (*demand*) dari beberapa tempat disusun dengan rapi ke dalam bentuk tabel. Tabel sistematik ini sering disebut tabel transportasi. Dari tabel ini akan dicari solusi awal untuk menyelesaikan persoalan transportasi. Cara yang paling sistematis untuk mencari solusi awal yaitu dengan metode *Northwest-Corner*.

Menurut (Render, 2007) aturan metode *Northwest-Corner* adalah sebagai berikut:

1. Menghabiskan persediaan di tiap baris sebelum bergerak menuju ke baris selanjutnya yang berada di bagian bawahnya.
2. Memenuhi syarat permintaan di tiap kolom sebelum bergerak menuju ke kolom selanjutnya yang berada di sebelah kanannya.
3. Melakukan cek agar semua persediaan dan permintaan sesuai jumlahnya.

2.2 Metode Stepping-Stone

Penyelesaian persoalan transportasi dengan menggunakan metode Stepping-Stone dapat dilakukan apabila aturan berikut terpenuhi. Aturan tersebut digunakan untuk mengalokasikan unit produk berdasarkan jalur pengiriman barang. Aturan tersebut menurut (Render, 2007) adalah "*The number of occupied routers (squares) must always be equal to one less then the sum of the number of rows plus the number of columns. This means accupied shipping routes (squares) = number of rows + number of columns – 1*".

Secara sederhana arti dari aturan dalam aplikasi metode Stepping-Stone adalah: "Jumlah alokasi rute pengiriman (yang menempati sel) harus sama dengan jumlah baris ditambah jumlah kolom dikurangi satu", dengan kata lain bahwa jumlah alokasi rute pengiriman = jumlah baris + jumlah kolom – 1.

Tahapan pengetesan metode Stepping-Stone (Render, 2007):

1. Pilihlah salah satu sel yang masih kosong untuk di tes.
2. Dimulai dari sel yang masih kosong ini, buatlah garis secara berlawanan arah dengan jarum jam dan kembali ke sel yang masih kosong tadi dengan cara melewati sel yang sudah teralokasi dengan unit produk berdasarkan rute pengiriman dan pergerakannya dilakukan dengan menggunakan garis horizontal atau vertical.
3. Dimulai dengan menggunakan tanda positif (+) dari sel yang masih kosong tersebut, dan dilanjutkan dengan tanda negative (-) ke sel berikutnya, lalu gunakan kembali tanda positif (+) ke sel berikutnya dan dilanjutkan kembali dengan tanda negative (-) ke sel berikutnya, secara berselang sampai kembali ke sel semula yang masih kosong tadi.
4. Hitunglah improvement index dengan caramenambahkan semua unit biaya yang terdapat di tiap sel dengan tanda positif dan kemudian kurangilah dengan semua unit biaya yang terdapat di tiap sel dengan tanda negative.
5. Ulangi langkah 1-4 sampai diperoleh semua improvement index di semua sel yang masih kososng. Jika hasil semua perhitungan improvement index adalah lebih besar dari satu atau sama dengan nol, maka penyelesaian optimal telah tercapai. Jika tidak, maka harus dilakukan perubahan alokasi pada sel yang telah terisikan alokasi rute pengiriman dari sumber persediaan, dengan tujuan untuk meminimalkan atau mengoptimalkan total biaya.

2.3 Persoalan Transportasi

Persoalan transportasi merupakan persoalan program linear. Persoalan ini membahas masalah pendistribusian suatu komoditas atau produk dari sejumlah sumber (*supply*) kepada sejumlah tujuan (destination, demand), dengan tujuan meminimumkan ongkos pengangkutan yang terjadi. Berikut formulasi dan spesialisasi persoalan transportasi.

2.3.1 Formulasi Persoalan Transportasi

Persoalan transportasi merupakan persoalan yang sederhana, karena alas an berikut:

a) Merupakan *graph bipartite* dengan tidak memiliki *node-node transshipment*.
b) Tidak mempunyai batas-batas kapasitas pada *arc-arc*.

Formula standar secara aljabar untuk persoalan transportasi:

$$z = \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \qquad \textbf{(2. 1)}$$

Berdasarkan pembatas:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = S_i, \; i = 1,2,...,m \qquad (2.\,2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j, \; j = 1,2,...,n \qquad (2.\,3)$$

$x_{ij} \geq 0$; untuk semua (i, j) **(2. 4)**

di mana:

$S_i > 0, D_j > 0$ untuk semua i, j

dan $\sum_{j=1}^{n} S_i = \sum_{i=1}^{m} D_j$, dengan lain kata *total supplies* = *total demand*.

Kondisi terakhir ini sangat penting dan menentukan untuk menjadikan suatu masalah transportasi menjadi fisibel. Interpretasi dari persoalan transportasi:

1. Terdapat m sumber masing-masing memproduksi produk yang sama.
2. Sumber i memproduksi sejumlah S_i
3. Terdapat n tujuan masing-masing meminta produk yang sama.
4. Tujuan j memproduksi sejumlah D_j
5. x_{ij} adalah jumlah produk dikirim dari sumber i ke tujuan j dengan harga c_{ij} untuk setiap unit pengiriman.
6. Sumber tidak dapat mengirim lebih dari hasil produksinya, akibatnya terdapat pembatas *supply*. Contoh sumber ke-2:
$$\sum_{j=1}^{n} x_{2j} = S_2$$
7. Tujuan tidak dapat menerima lebih dari yang di minta, akibatnya terdapat pembatas *demand*. Contoh tujuan ke-4:
$$\sum_{i=1}^{m} x_{i4} = D_4$$
8. Jika sumber memiliki kelebihan permintaan, kita kirim semua kelebihan ke variabel bantu yang disebut variabel *dummy*. Tujuan $n+1$ dengan biaya nol.
9. Jika permintaan melebihi sumber, masalah tidak dapat diselesaikan sebagai persoalan transportasi, maka dibutuhkan formulasi yang baru.

2.3.2 Dual Persoalan Transportasi

Dual persoalan transportasi sangatlah penting karena kita gunakan variabel dual dalam perhitungan penurunan ongkos transportasi pada persoalan primal:

$$\max \sum_{i=1}^{m} S_i u_i + \sum_{j=1}^{n} D_j v_j \qquad (2.\,5)$$

Berdasarkan pembatas:

$u_i + v_j \leq c_{ij}$, untuk semua i, j **(2. 6)**

u_i dan v_j tertutup. **(2. 7)**

Akan ditunjukkan bagaimana pembatas dual digunakan dalam menghitung penurunan ongkos transportasi $\bar{c}_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$ untuk variabel nonbasis. Perlu diingat bahwa terdapat satu pembatas dual untuk setiap *arc* dalam *network* persoalan transportasi.

Untuk menghitung penurunan ongkos transportasi, kita memerlukan *simplek multipliers* atau *node potensial* u_i dan v_j untuk $i = 1,...,m$ dan $j = 1,...,n$. Jika x_{ij} adalah variabel basis, maka $u_i + v_j = c_{ij}$. Ini akan memberikan $m+n-1$ persamaan dengan $m+n$ yang tidak diketahui. Karena satu pembatas yang berlebihan, kita dapat memilih nilai tertentu untuk setiap salah satu u dan v. Pilihan $u_i = 0$, kemudian selesaikan variabel yang lain dari $m+n-1$ persamaan tersebut dengan cara substitusi.

Untuk setiap variabel nonbasis kita dapat $u_i - v_j < c_{ij}$ atau $u_i - v_j + \bar{c}_{ij} = c_{ij}$. Karenanya $\bar{c}_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$ dapat dihitung untuk semua variabel nonbasis.

2.4 Pendekatan Basis Tree

Metode MODI dan metode lainnya yang menggunakan tabel transportasi cukup memadai selama permasalahan relative kecil. Jika persoalan dengan sumber > 100 dan tujuan > 100, kemudian mencari unik loop menjadi sangat sulit dan membentuk solusi fisibel basis yang baru menjadi membosankan.

2.4.1 Basis Tree

Sifat-sifat basis tree:

1. $m+n$ *node*.
2. $m+n-1$ *arc*.
3. Setiap *node* dihubungkan pada *node* lain oleh satu atau lebih *arc*.
4. Tidak ada *loop*. Hanya terdapat satu rangkaian *arc-arc* antara setiap pasangan *node-node*.

Sifat-sifat ini mengarah pada *spanning tree* dalam persoalan transportasi dengan $m+n$ *node* dan $m x n$ *arc*. Kenyataan diatas memberikan petunjuk bahwa setiap basis dapat diartikan sebagai *spanning tree*. Sehingga konsep ide ini disebut dengan *Basis Tree*.

Menambah satu *arc* ke *basis tree* akan sama dengan variabel nonbasis yang baru masuk (*entering variabel*). Menambahkan satu *arc* pada *basis tree* membentuk unik *cycle* dan mempunyai hubungan dengan unik $\theta loop$ pada solusi persoalan transportasi. *Loop* ini akan terputus dengan penghapusan *arc* yang lain dalam *loop*. Proses pengahapusan *arc* pada satu *loop* mempunyai korespondensi dengan *leaving variable* dan menjadi variabel nonbasis.

Struktur setiap *basis spanning tree* menjadi lebih jelas jika mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

1. Pilih *node* pertama (S_1 dalam contoh ini) sebagai *root* dalam *basis tree*.
2. Gambar semua *node* dan *arc* yang lain dibawah *root*.

2.4.2 Pivoting Menggunakan Basis Tree

Suatu variabel nonbasis dipilih untuk tahap *entering variable*, proses transformasi basis sekarang menjadi basis yang baru disebut *pivoting*. Akan ditunjukkan bagaimana *pivot* menggunakan *basis tree*. Dalam proses ini semua operasi aljabar digantikan oleh operasi graph. Ini tidak hanya menjelaskan semua operasi, tetapi juga semua langkah komputasi menjadi sederhana.

Langkah-langkah pivoting pada basis tree, diberikan nonbasis *arc* (i^*, j^*) dengan penurunan ongkos negatif telah dipilih dari daftar *arc*. Langkah selanjutnya dibentuk:

1. Tambahkan *arc* baru antara *node* i^* dan *node* j^*, sehingga akan membentuk unik $\theta loop$ yang ditemukan sebagai berikut:
   a. Dimulai dari *node* i^* naik keatas *tree* yaitu *root*. Ini akan memberi lintasan yang unik $i^* \rightarrow ... \rightarrow root$.
   b. Dimulai dari *node* j^* naik keatas *tree* yaitu *root*. Ini akan memberi lintasan yang unik $j^* \rightarrow ... \rightarrow root$.
   c. Dua lintasan ini akan bertemu pada *node* NCA (*Nearest Common Ancestor*) dari i^* dan j^*. Ini akan memberi lintasan yang unik $\theta loop$ $i^* \rightarrow ... \rightarrow NCA \rightarrow ... \rightarrow j^* \rightarrow i^*$.
2. Dengan menggunakan unik $\theta loop$, carilah *arc* yang akan dipindahkan dari *loop*. *Arc* disini bertanda (-) dengan alokasi arus (komoditas) yang terkecil.
3. Potong *arc* yang ditemukan pada langkah (2) dan bangun kembali *tree*.
4. Mengatur nilai komoditas pada *arc-arc* dalam unik $\theta loop$. Menghitung dual variabel u_i, v_j untuk setiap *node* pada *tree* dengan $u_1 = 0$.

2.5 Graph Lengkap dan Graph Bipartite

Terdapat berbagai referensi mengenai graph. Salah satu definisi graph adalah sebagai berikut.

Definisi 2. 1 (Wilson & Watkins, 1990)

Sebuah graph adalah diagram memuat titik-titik, disebut node, bersama didalamnya garis-garis, disebut arc, setiap arc menghubungkan tepatnya dua node.

Pada teori graph, sebuah terminologi tidaklah secara lengkap dalam bentuk standar, sebagai contoh beberapa penulis menggunakan bentuk *vertice* atau *point* untuk suatu node, dan *edge* atau *line* untuk suatu arc. Untuk pilihan terminologi seperti ini dapat diterima sepanjang digunakan secara konsisten.

Definisi graph memberikan kemungkinan beberapa join dengan pasangan node yang sama, atau join dari node ke node itu sendiri.

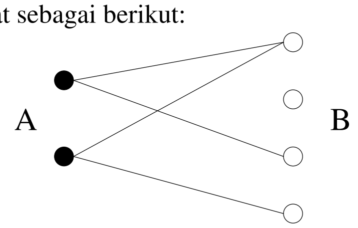
Definisi 2. 2 (Wilson & Watkins, 1990)

Dua atau lebih join pasangan node yang sama disebut *multiple arc*, dan sebuah join dari node itu sendiri disebut *loop*. Sebuah graph dengan tidak memiliki *loop* atau *multiple arc* disebut graph sederhana (*simple graph*).

Definisi 2. 3 (Wilson & Watkins, 1990)

Sebuah graph dengan satu rangkaian utuh (tidak terputus) disebut terhubung, sebaliknya sebuah graph yang terputus menjadi beberapa rangkaian disebut tidak terhubung.

Graph bipartite merupakan graph dimana himpunan node dapat dipecah kedalam himpunan A dan himpunan B, sehingga setiap arc dari graph menghubungkan node pada A ke node di B. Sebagai contoh: misalkan himpunan node A diberi warna hitam dan himpunan node B warna putih, sehingga graph bipartite dapat dibuat sebagai berikut:

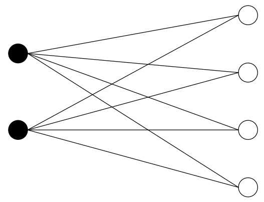


Gambar 1 Graph Bipartite

Definisi 2. 4 (Aho & Ulman, 1987)

Sebuah graph dimana node dapat dibagi kedalam dua graph saling lepas dengan setiap arc mempunyai satu tujuan dalam setiap grup disebut Bipartite Graph.

Bipartite graph lengkap adalah bipartite graph dimana setiap node hitam dihubungkan pada setiap node putih oleh tepatnya satu arc. Contoh bipartite graph lengkap yaitu:



Gambar 2 Graph Bipartite lengkap

2.6 Tree dan Spanning Tree

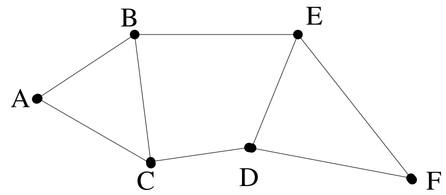
Definisi 2. 5 (O'Connor, 2002)

Sebuah tree $T = (N, A)$ adalah graph terhubung yang tidak memuat cycle. Di mana N adalah himpunan node-node (node-*set*) dan A adalah daftar arc-arc (*arc-list*) yang menghubungkan pasangan node-node.

Definisi 2. 6 (Wilson & Watkins, 1990)

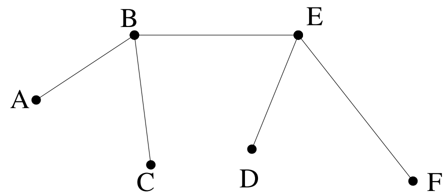
Dua graph G dan H adalah *isomorphic* jika H dapat diperoleh dari G dengan memberikan label node-node yaitu, jika terdapat sebuah hubungan satu-satu antara node-node dari G dan dari H, sehingga nomor arc-arc yang menghubungkan setiap pasangan node-node di G adalah sama dengan nomor dari arc-arc yang menghubungkan pasangan node-node di H.

Misalkan graph sederhana sebagai berikut:



Gambar 3 Graph Sederhana

Graph pada gambar 3 dapat dibuat subgraph sebagai berikut:



Gambar 4 Subgraph Sederhana

Perhatikan bahwa subgraph gambar 4 menunjukkan sebuah tree, karena dapat dihubungkan dan memiliki enam node serta lima arc.

Definisi 2. 7 (O'Connor, 2002)

Jika $G = (N, A)$ adalah sebuah graph dan $T = (N', A')$ adalah sebuah tree yang merupakan subgraph dari G, maka disebut *spanning tree* dari G jika $N' = N$. Dengan lain kata, sebuah tree yang memuat semua node pada G.

Graph sederhana dengan *spanning tree* haruslah terhubung, karena terdapat lintasan pada *spanning tree* antara setiap dua node. Sebaliknya juga adalah benar, setiap graph sederhana yang terhubung mempunyai *spanning tree*.

2.7 Persoalan Transportasi Fuzzy

Misalkan sebuah persoalan transportasi dengan m supplier dan n demand, yang mana terdapat $S_i(S_i > 0)$ unit yang dikirimkan oleh supplier dan $D_j(D_j > 0)$ unit permintaan dari demand. Hubungan setiap link (i, j) dari supplier i kepada demand j, yaitu sebuah biaya c_{ij} untuk transportasi. Persoalannya adalah bagaimana mencari pendekatan solusi fisibel dari pengiriman yang mungkin untuk memuaskan demand yaitu mencari biaya transportasi minimal. Misalkan x_{ij} merupakan jumlah unit yang akan dikirimkan dari supplier i ke demand j. Bentuk matematika dari persoalan transportasi dengan kasus jumlah supplier sama dengan jumlah demand.

$$z = \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \qquad \textbf{(2. 8)}$$

Berdasarkan pembatas:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = S_i \text{; untuk semua } i = 1, 2, ..., m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j \text{; untuk semua } j = 1, 2, ..., n$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{; untuk semua } (i, j)$$

di mana:

$S_i > 0, D_j > 0$ untuk semua i, j dan

$$\sum_{j=1}^{n} S_i = \sum_{i=1}^{m} D_j$$

dengan lain kata *total supplies = total demand*.

Pada persamaan persoalan transportasi di atas, semua variabel, koefisien biaya pengiriman, jumlah permintaan dan persediaan, pada umumnya adalah nilai yang tepat. Kenyataannya, dalam praktik dilapangan dipengaruhi oleh banyak faktor. Sebagai contoh, biaya pengiriman dengan perubahan cuaca, cara pengiriman, kondisi pengiriman, alat angkut dan ada risiko, perjanjian pemesanan jumlah barang dengan interval, dan informasi tidak pasti akan membuat para pengambil keputusan menjadi bingung. Untuk memberi alternatif pada kenyataan tersebut, kita anggap biaya pengiriman sebagai bilangan *fuzzy*, di tuliskan dengan $\tilde{c} = (\underline{c} / c / \bar{c})$, di mana c adalah biaya pengiriman paling mungkin, $\underline{c}$ adalah biaya pengiriman paling optimis, dan $\bar{c}$ adalah biaya pengiriman paling pesimis. Ketika koefisien biaya adalah bilangan *fuzzy*, maka total biaya transportasi akan bernilai bilangan *fuzzy* juga.

Persoalan sekarang adalah bagaimana memperoleh total biaya minimum dengan biaya *fuzzy* $\tilde{c}_{ij}$. Sedemikian sehingga persoalan transportasi *fuzzy* menjadi bentuk berikut:

$$\min \tilde{z} = \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{ij} x_{ij} \qquad \textbf{(2. 9)}$$

Berdasarkan pembatas:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = S_i \text{; untuk semua } i = 1, 2, ..., m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j \text{; untuk semua } j = 1, 2, ..., n$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{; untuk semua } (i, j)$$

di mana:

$S_i > 0, D_j > 0$ untuk semua i, j dan

$\sum_{j=1}^{n} S_i = \sum_{i=1}^{m} D_j$, dengan lain kata:

total supplies = total demand.

2.8 Supply Chain Management (SCM)

Supply chain menurut (Hendrawan) adalah jaringan perusahaan-perusahaan yang secara bersama-sama bekerja untuk menciptakan dan menghantarkan suatu produk ke tangan pemakai akhir. Perusahaan-perusahaan tersebut termasuk supplier, pabrik, distributor, toko atau ritel, serta perusahaan pendukung seperti jasa logistik. Terdapat tiga macam hal yang harus dikelola dalam *supply chain*, yaitu:

1. Aliran barang dari hulu ke hilir contohnya bahan baku yang dikirim dari supplier ke pabrik, setelah produksi selesai dikirim ke distributor, pengecer, kemudian ke pemakai akhir.
2. Aliran uang dan sejenisnya yang mengalir dari hilir ke hulu.

3. Aliran informasi yang bisa terjadi dari hulu ke hilir atau sebaliknya.

Secara sederhana *supply chain* adalah jaringan fisik, yaitu perusahaan-perusahaan yang terlibat dalam memasok bahan baku, memproduksi barang, dan mengirimkan ke pemakai akhir.

Supply chain management (SCM) adalah koordinasi, sistematis strategis fungsi bisnis tradisional dalam perusahaan tertentu dan di seluruh perusahaan dalam *supply chain* untuk tujuan meningkatkan kinerja jangka panjang masing-masing perusahaan secara individu dan *supply chain* secara keseluruhan. Definisi *Supply chain management* di atas penulis kutip dari *President, Council of Logistics Management* (Mentzer, 2001) menyatakan bahwa "*Supply Chain Mangement is the systematic, strategic coordination of the traditional business functions within a particular company and across businesses within the supply chain for the purpose of improving the long-term performance of the individual company and the supply chain as a whole*".

Secara sederhana *supply chain management* adalah metode, alat atau pendekatan pengelolaan yang terintegrasi dengan semangat kolaborasi. *Supply chain management* tidak hanya berorientasi pada internal perusahaan, melainkan pada eksternal yang menyangkut hubungan dengan perusahaan-perusahaan lain.

III. METODE PENELITIAN

Persoalan transportasi dengan fuzzy cost akan diimplementasikan pada data hasil pengolahan dari tempat penelitian sebagai sumber data. Selanjutnya akan didapat hasilnya menggunakan metode NWC-Stepping Stone, Pendekatan Basis Tree, dan Pengolahan data PO.

3.1 Metode Pengumpulan Data

Untuk mendukung penelitian dilakukan pengumpulan data sebagai berikut:

1. Sumber Data
   a. Data Primer

      Data Primer adalah data yang diperoleh secara langsung dari sumber, misalnya data-data hasil wawancara dan diskusi langsung dengan bagian PPIC (*Post Production and Inventory Control*), bagian *Purchasing* dan bagian manajemen IT (*Information Technology*) serta pengamatan langsung pada perusahaan PT. Busana Cemerlang Garment Industri.

   b. Data Sekunder

      Data Sekunder merupakan data yang diperoleh secara tidak langsung, misalnya dari dokumentasi, literatur buku, jurnal, dan informasi lainnya yang ada hubungannya dengan masalah yang diteliti.

2. Sampel Penelitian

Sampel dari penelitian ini adalah data pemesanan berdasarkan *purchase order* (PO) untuk melakukan pembelian barang berjenis kain. Isi sampel data berupa nomor PO, kontrak dengan pembeli kain, tanggal pemesanan, tanggal pengiriman, jumlah total permintaan, data *supplier*, penjelasan pembelian, jumlah per penjelasan, dan harga per unit.

IV. PEMBAHASAN

Pada proses pengukuran ini dilakukan menggunakan tiga cara, yaitu menggunakan metode NWC-Stepping Stone, pendekatan basis tree, dan pengolahan data *purchase order* (PO).

4.1. Metode NWC-Stepping Stone

Langkah pertama untuk menentukan solusi fisibel basis awal. Cara ini dilakukan dengan menggunakan aturan North-West Corner (NWC), untuk mendapatkan variabel basis x_{ij} sebanyak $(m+n-1)$.

Perhatikan tabel 1 mengenai permintaan jenis kain pada *supplier*, sedangkan tabel 2 mengenai harga pada *supplier*. Bentuk tabel transportasi berikut akan lebih mudah menghitung dengan menggunakan tangan. Tabel transportasi ini memuat persoalan yang terjadi di PT Busana Cemerlang Garment Industri.

Table 1
Solusi Fisibel Basis Awal dengan NWC

	Destination (Cost/Unit)					
Source	1	2	3	4	5	Supply
A	4000					4000
B	5335	2180	2200	11740		21455
C				1880		1880
D				300		300
E				2200	210	2410
Demand	9335	2180	2200	16120	210	30045

Table 2
Harga Jenis Kain pada Supplier

	Destination (Cost/Unit)					
Source	1	2	3	4	5	Supply
A	3.25	1.2	5	2	4.4	4000
B	1.73	1.4	5.2	2.1	4.2	21455
C	2	1.4	4.8	2.35	4.15	1880
D	1.8	1.2	4.6	2.44	4.12	300
E	1.9	1.3	4.8	2.2	4	2410
Demand	9335	2180	2200	16120	210	30045

Biaya Total:
(4000*3.25) + (5335*1.73) + (2180*1.40) + (11740*2.10) + (2200*5.20) + (2200*2.20) + (1880*2.35) + (210*4.00) + (300*2.44) = $ 72205.55

Selanjutnya menggunakan metode *Stepping Stone*, akan ditentukan apakah alokasi biaya total sudah optimal atau belum. Metode Stepping Stone akan digunakan untuk menguji tes optimalitas dengan menguji sel-sel yang masih kosong.

Tes Optimalitas ke-1:
A2 = +A2-A1+B1-B2 = -1.72
A3 = +A3-A1+B1-B3 = -1.72
A4 = +A4-A1+B1-B4 = -1.62
A5 = +A5-A1+B1-B4+E4-E5 = -1.02
B5 = +B5-B4+E4-E5 = 0.3
C1 = +C1-C4+B4-B1 = 0.02
C2 = +C2-C4+B4-B2 = -0.25
C3 = +C3C4B4B3 = -0.65
C5 = +C5-C4+E4-E5 = 0
dengan cara yang sama, perhitungan dilanjutkan untuk D1, D2, D3, D5, E1, E2, dan E3.

Hasil tes optimalitas ke-1 menggunakan *stepping stone* masih menghasilkan sel negatif terkecil (penulis ambil A2). Sel negatif terkecil ini menunjukkan bahwa sejumlah unit dapat dialokasikan kembali, karena akan mendapatkan pengurangan biaya sebesar -$1.72. Sehingga dapat meminimumkan biaya sebesar 2180 x $1.72 = $3749.6, sesuai dengan tabel 3 berikut:

Table 3
NWC-Stepping Stone Tes Optimalitas 1

	Destination (Cost/Unit)					
Source	1	2	3	4	5	Supply
A	1820	2180				4000
B	7515		2200	11740		21455
C				1880		1880
D				300		300
E				2200	210	2410
Demand	9335	2180	2200	16120	210	30045

Biaya total hasil tes optimal 1 adalah $68455.95. dari hasil tes ini dapat diketahui bahwa terjadi pengurangan biaya sebesar $3749.6.

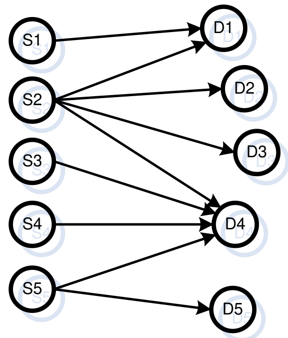
Untuk hasil tes optimalisasi 1 perlu dilakukan evaluasi kembali untuk mencapai hasil optimal. Hasil perhitungan iterasi sampai keenam masih diperoleh nilai non-positif, sehingga dilakukan perhitungan kembali sampai tes optimalitas ketujuh. Hasil tes optimalitas diperoleh biaya total $64,272.55. perhitungan dilakukan sampai tes optimalitas kedelapan dengan biaya total $64,245.55. kesimpulan diperoleh bahwa total minimum diperoleh pada tes optimalitas keenam dengan biaya total $63,993.55.

4.2. Pendekatan Basis Tree

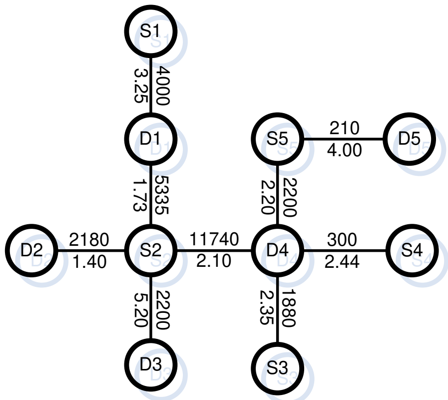
Tabel 1 tentang tabel transportasi memiliki ukuran 5 x 5 memiliki hubungan antara jumlah permintaan jenis kain dan harga kain. Setiap hubungan antara *node supply* dan *node demand* menunjukkan variabel basis. Hubungan yang hilang atau tidak saling terhubung menunjukkan variabel non-basis.

Lihat kembali penyajian tabel transportasi (tabel 1), merupakan tabel yang menyajikan hubungan antara jumlah permintaan jenis kain dan harga kain. Dengan menggunakan metode *North-West Corner* (NWC) diperoleh variabel basis.

Dipilih *node* pertama (dalam hal ini S1) sebagai *root* pada basis tree. Selanjutnya dibuat rangkaian *node-node* dan *arc-arc* lain sehingga akan terbentuk *bipartite graph* dan basis tree persoalan transportasii seperti gambar berikut:



Gambar 5 Graph Bipartite Persoalan Transportasi



Gambar 6 Basis Tree dengan Harga dan Jumlah Kain

Total Biaya:
(4000*3.25) + (5335*1.73) + (2180*1.40) + (11740*2.10) + (2200*5.20) + (2200*2.20) + (1880*2.35) + (210*4.00) + (300*2.44) = $ 72205.55

Iterasi 1

Langkah 1

Menghitung dual variabel untuk *node-node* variabel basis untuk setiap *node* pada *tree*, dengan $u_1 = 0$.

$u_1 + v_1 = 3.25$ $\quad$ $u_3 + v_4 = 2.35$

$u_2 + v_1 = 1.73$ $\quad$ $u_4 + v_4 = 2.44$

$u_2 + v_2 = 1.40$ $\quad$ $u_5 + v_4 = 2.20$

$u_2 + v_3 = 5.20$ $\quad$ $u_5 + v_5 = 4.00$

$u_2 + v_4 = 2.10$

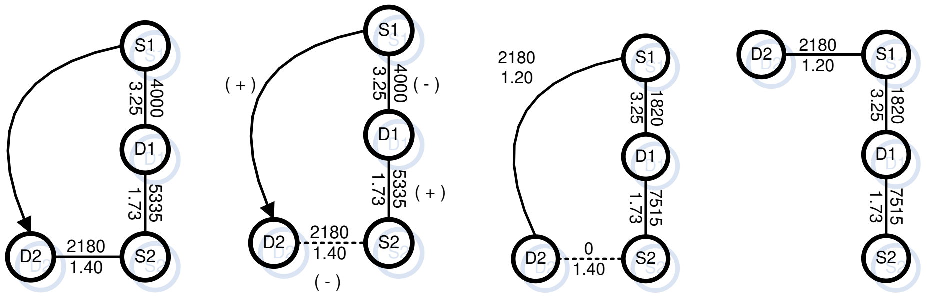
Asumsi pemisalan $u_1 = 0$ diperoleh dual variabel yang lainnya dengan mensubstitusi, hasilnya adalah sebagai berikut:

$$u_2 = -1.52, u_3 = -1.27, u_4 = -1.18,$$
$$u_5 = -1.42,$$
$$v_1 = 3.25, v_2 = 2.92, v_3 = 3.68$$
$$v_4 = 3.62,\ v_5 = 5.42.$$

Langkah 2
Pengecekan variabel non basis dengan biaya reduksi negatif.

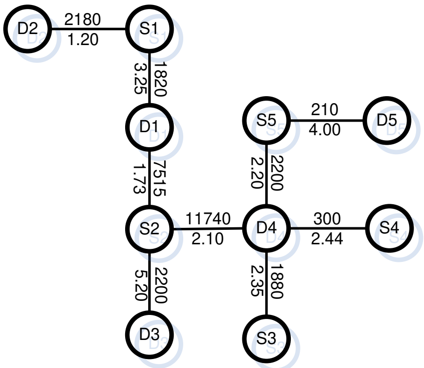
Perhitungan reduksi biaya masih menghasilkan biaya non-positif, sehingga akan dipilih biaya paling negatif sebagai *leaving variable*. Dipilih $\bar{c}_{12}$ sebagai *leaving variable* karena memiliki nilai negatif yaitu $x_{i^*,j^*} = x_{12} = -1,72$.

Langkah 3
Pivoting dengan Basis Tree
Pada iterasi pertama diberikan basis tree dengan harga dan jumlah kebutuhan kain sebagai berikut:



Gambar 7 Tahapan Pivoting dengan Basis Tree Iterasi 1

Langkah 4
Menghitung biaya total



Gambar 8

Basis Tree Baru hasil Iterasi 1

Dari hasil perhitungan reduksi biaya pada iterasi keenam masih diperoleh nilai non-positif, sehingga perlu dilakukan iterasi kembai. Tetapi setelah dilakukan perhitungan kembali pada ketujuh diperoleh biaya total \$64275.55. Perhitungan dilakukan sampai iterasi kedelapan dengan biaya total \$64245.55. Kesimpulan diperoleh bahwa biaya total minimum diperoleh pada iterasi keenam yaitu \$ 63993.55.

4.3. Pendekatan Basis Tree untuk Transportasi dengan Fuzzy Cost

Persoalan transportasi pada PT Busana Cemerlang dipengaruhi oleh faktor pengiriman barang dengan ketentuan jumlah barang yang diperkenankan $\pm$ 3% dari jumlah barang yang dipesan. Alternatif pada kenyataan tersebut, kita anggap jumlah pengiriman sebagai bilangan *fuzzy*, di tuliskan dengan $\tilde{c} = (\underline{c}/c/\bar{c})$.

Hasil iterasi 6 dengan pendekatan basis tree menunjukkan hasil:

Biaya Transportasi mungkin z = \$ 63993.55

Biaya Transportasi optimis $\underline{z}$ = \$ 62073.74

Biaya Transportasi pesimis $\bar{z}$ = \$ 65913.35

4.4. Hasil Pengukuran Pengolahan Data

Perhitungan ketiga analisa hasil pengolahan data dengan metode simplex, analisa hasil pengolahan data dengan pendekatan basis tree, dan analisa hasil pengolahan data pada bagian purchasing berdasarkan *purchase order* (PO) memberikan gambaran sebagai berikut:

Table 4
Analisa Pengukuran Hasil Pengolahan Data

No	Pengukuran	Biaya Total ($)
1	NWC-Stepping Stone	63993.55
2	Pendekatan Basis Tree	
	Biaya Optimis	62073.74
	Biaya Mungkin	63993.55
	Biaya Pesimis	65913.35
3	Pengolahan Data PO	70473.55

Terjadi selisih lebih minimal dalam pembelian kain dari masing-masing supplier sebesar $70473.55 - $63993.55 = $6480.

V. PENUTUP

Hasil analisa dan pembahasan penyelesaian persoalan transportasi dengan *fuzzy cost* menggunakan pendekatan basis tree diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

a. Biaya penentuan pembelian dan pengiriman barang dalam persoalan transportasi dengan *fuzzy cost* dapat lebih optimal dengan menggunakan pendekatan basis tree. Meskipun hasil perhitungan reduksi biaya sampai iterasi keenam masih memiliki nilai non-negatif, dan perhitungan dilakukan kembali sampai iterasi kedelapan diperoleh biaya total $64.245.55. Hasil ini masih besar jika dibandingkan dengan hasil pada iterasi keenam, yaitu sebesar $63.993.55. Artinya biaya total optimal diperoleh pada hasil perhitungan iterasi keenam.
b. Penentuan biaya dan pengiriman barang dari beberapa *supplier* dapat ditentukan dengan variabel basis meskipun variabel dalam persoalan transportasi dimungkinkan berubah-ubah. Penentuan biaya ini masih menggunakan ketentuan yang sama, yaitu total *supplies* sama dengan total *demand* agar persoalan transportasi menjadi *fisibel*.

DAFTAR PUSTAKA

Aho, A. H., & Ulman, J. (1987). *Data Structures And Algorithms.* Canada: Addison-Wesley.

Ary, Maxsi. (2011). *Comparison the Transportation Problem Solution Betwen Northwest-Corner Method and Stepping Stone Method with Basis Tree Approach*. Internasional Seminar on Scientific Issue and Trends (ISSIT) (pp. A 35-44). Yogyakarta: ISBN 978-602-99213-1-1.

Ary, Maxsi. (2011). *Meminimumkan Biaya Transportasi Menggunakan Metode Basis Tree*. Paradigma Jurnal Komputer dan Informatika Akademi Bina Sarana Informatika ISSN 1410-5963, 68-77.

Ary, Maxsi, 2005, *Meminimumkan Biaya Transportasi Komponen Elektrik Pesawat Telepon Jenis PTE-991 Di PT.INTI Menggunakan Metode Basis Tree*, Tugas Akhir, tidak diterbitkan, Bandung: Jurusan Matematika Unisba.

Ary, Maxsi. (2011). *Penyelesaian Persoalan Transportasi dengan Fuzzy Cost Menggunakan Pendekatan Basis Tree.* Bandung: Tesis, Program Pascasarjana Magister Ilmu Komputer STMIK Nusa Mandiri.

Bozart, C. (2008). *Introduction to Operations and Supply Chain Management, 2nd ed.* Upper Sadle River, New Jersey: Pearson Education, Inc.

Deo, Narsing, 1989, *Graph Theory With Applications To Engineering And Computer Science*, New Delhi: Prentice-Hall.

Dimyati, T. T., & Dimyati, A. (1992). *Operation Reserch: Model-Model Pengambilan Keputusan.* Bandung: Sinar Baru.

Handoko, H. 2003. *Manajemen Operasi dan Produksi, edisi 3*. Yogyakarta: BPFE

Hendrawan, M. A. (n.d.). *Supply Chain Management (SCM).* Retrieved April 25, 2011, from http://teknik.ums.ac.id/dl_jump.php?id=24

Li, Lingyun, Huang, Z., Da, Qingli, dan Hu, Jinsong, (2008). *A New Method Based on Goal Progamming for Solving Transportation Problem with Fuzzy Cost*. Retrieved 6 2, 2010, from http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4554047

Mairy, d. (2003). *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi.* Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.

Mentzer, J. (2001). *Supply Chain Management.* Retrieved 5 20, 2011, from http://bus.utk.edu/dsi/readings/Managing%20SC_Collaboration.pdf

Nasseri, S., Yazdani, E. A., & Zaefarian, R. (2005). *Simplex Method for Solving Linear Programming Problem with Fuzzy Numbers*. World Academy of Science, Engineering and Technology .

O'Connor, D. (2002, February 28). *Algorithms and Data Structures*. Retrieved Oktober 29, 2010, from MMS 406: Algorithms and Data Structures: http://www.derekroconnor.net/home/mms406.html

Render, S. R. (2007). *Quantitative Analysis for Management, 10th ed.* New York: McGraw-Hill/Irwin.

Setiawan, N. (2007). *Penentuan Ukuran Sampel memakai Rumus Slovin dan Tabel Krejcie_Morgan telaah konsep dan Aplikasinya.* Bandung: Diskusi Ilmiah Jurusan Sosial Ekonomi Fakultas Peternakan Unpad.

Sudirga, R. S. (2009). *Perbandingan Pemecahan Masalah Transportasi Antara Metode Northwest-Corner Rule dan Stepping-Stone Method dengan Assignment Method*. Business & Management Journal Bunda Mulia Vol:4, No.1 , 29-50.

Suhaedi, Didi, 2005, *Penggunaan Basis Tree untuk Menyelesaikan Persoalan Transportasi*, Jurnal Matematika – Teori dan Terapan Matematika, Volume 5 / Nomor 1, Hal 55 – 65.

Wilson, R. J., & Watkins, J. (1990). *Graph An Introductory Approach.* Canada: John Wiley & Sons Inc.

Zimmermann. (1987). *Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Function*. Fuzzy Sets and System 1 , 45-55.

BIODATA PENULIS

Maxsi Ary, S.Si., S.Kom., M.Kom, memperoleh gelar Sarjana Saint (S.Si), Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Islam Bandung (UNISBA), lulus tahun 2005. Memperoleh gelar Sarjana Komputer (S.Kom), Jurusan Sistem Informasi STMIK Jabar, lulus tahun 2010. Memperoleh gelar Magister Komputer (M.Kom) Program Pasca Sarjana Magister Ilmu Komputer STMIK Nusa Mandiri Jakarta, lulus tahun 2011. Saat ini menjadi Dosen di AMIK BSI Bandung, ASM BSI Bandung, AKPAR BSI Bandung, Universitas BSI dan STP Ars Internasional.

Asep Herman, S.Kom., S.Thi., MM, memperoleh gelar Sarjana Komputer (S.Kom) dan Sarjana Hukum Islam (S.Thi). Memperoleh gelar Magister Manajemen (M.M) Program Pasca Sarjana Magister Manajemen Universitas BSI Bandung, lulus tahun 2012. Saat ini menjadi Dosen di AMIK BSI Bandung, Universitas Widyatama, dan Universitas BSI Bandung.