

OPTIMASI PRODUKSI HIJAB DENGAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING

Martini

Manajemen Informatika, AMIK BSI Jakarta
<http://www.bsi.ac.id>
martini.mtn@bsi.ac.id

Abstract—To meet the needs of the wearer veil or hijab, then many models of hijab are easy to use and look good. Many manufacturers and home-industry that produce hijab with various models and affordable prices. Models are also tailored to the age of the wearer or a universal means it can be used by all people from teenagers to adults. In producing hijab can not be separated from the observation of the manufacturer of the model of the most desirable. One of the problems facing the hijab producers is how many hijabs will be made with all the constraints. Seeing from the many uses of hijab by Muslim-women then the production of hijab was adjusted to the needs of course with a relatively cheap price and good quality. From the above problems, the author solve this problem of hijab production using Fuzzy Linear Programming to determine the right amount for each model and with maximum profit. The Simplex Method is used to calculate in determining the basic variable and its purpose function.

Keywords: hijab, Fuzzy Linear Programmin, Simplex Method

*Intisari—Untuk memenuhi kebutuhan pemakai kerudung atau hijab, maka banyak model hijab yang penggunaannya mudah dan terlihat bagus. Banyak produsen dan usaha rumahan yang membuat hijab dengan berbagai model dengan harga yang terjangkau. Model yang dibuat juga disesuaikan dengan usia pemakainya atau yang bersifat universal artinya dapat digunakan oleh semua kalangan mulai dari remaja sampai orang dewasa. Dalam memproduksi hijab tidak terlepas dari pengamatan produsen tentang model yang paling banyak diminati. Salah satu masalah yang dihadapi produsen hijab adalah berapa banyak hijab yang akan dibuat dengan segala kendala dan batasan yang ada. Melihat dari banyaknya penggunaan hijab oleh para muslimah maka produksi hijab pun disesuaikan dengan kebutuhan tersebut tentunya dengan harga yang relatif murah dengan kualitas yang baik. Dari permasalahan di atas, penulis menyelesaikan masalah produksi hijab ini menggunakan *Fuzzy Linear Programming* untuk menentukan jumlah yang tepat untuk setiap model dan dengan keuntungan yang maksimal. Metode Simpleks digunakan untuk menghitung*

dalam menentukan variabel dasar dan fungsi tujuannya.

Kata kunci: Hijab, *Fuzzy Linear Programmi*, Metode Simpleks.

PENDAHULUAN

Semakin berkembangnya mode hijab di Indonesia, membuat produsen untuk menghasilkan hijab yang paling diminati baik kaum remaja maupun dewasa. Hal inilah yang mendorong banyak pelaku usaha khususnya pembuat hijab menghasilkan model-model yang paling diminati untuk meningkatkan usahanya. Permintaan pasar yang semakin meningkat membuat pemilik usaha hijab mengambil keputusan untuk menaikkan jumlah produksinya, namun terkendala dalam menentukan jumlah bahan dan tenaga kerja yang akan mengerjakannya. Pemilik usaha hijab memutuskan untuk menambah jumlah bahan yang sama untuk kedua model tersebut dan menambah jumlah waktu penyelesaian dengan tetap mempertahankan jumlah tenaga kerja yang ada, sehingga berpengaruh pada biaya yang dikeluarkan. Oleh karena itu diperlukan perhitungan yang cermat untuk mengoptimalkan biaya produksi dan menentukan jumlah yang tepat dengan hasil produksi yang lebih baik.

Masalah optimasi produksi sering kali menjadi kendala bagi produsen untuk dapat mengendalikan biaya produksi. Keberhasilan optimasi biaya produksi akan memberikan penghematan yang bisa dilokasikan pada devisa lain (Susanto dan Sarwadi, 2006). Dalam mengendalikan biaya produksi, menurut Astonis (2014) dengan menggunakan linear programming biasa, keuntungan maksimum akan diperoleh jika produk krispi manis diproduksi sebanyak 2 kali produksi dan produk krispi pedas sebanyak 2,5 kali produksi. Sedangkan apabila digunakan fuzzy linear programming keuntungan maksimum akan diperoleh jika produk krispi manis diproduksi sebanyak 2,1 kali produksi dan produk krispi pedas sebanyak 2,625 kali produksi.

Penelitian serupa juga telah dilakukan oleh Susanto dan Sarwadi (2006) yang menyatakan bahwa untuk bahan baku yang tersedia dapat dimanfaatkan agar dapat seoptimal mungkin

terpakai sesuai kebutuhan. Hasil optimasi menunjukkan kebijakan yang lebih baik dibandingkan dengan kebijakan yang digunakan perusahaan, dimana jumlah biaya proses produksi maupun biaya pengadaan bahan baku non-furniture hasil optimasi lebih rendah dibandingkan dengan jumlah biaya yang dikeluarkan perusahaan selama ini.

Peningkatan jumlah permintaan pasar akan berbagai macam model hijab menjadi motivasi pemilik usaha hijab untuk terus mengembangkan hasil produksinya. Penambahan produksi tentunya akan berpengaruh pada penambahan biaya produksi juga, dalam hal ini adalah jumlah bahan/kain yang dibutuhkan dan lamanya waktu penyelesaian hijab untuk model tertentu. Tujuan dari penelitian ini adalah menemukan optimasi produksi hijab dengan bahan baku (kain) dan tenaga kerja yang terbatas menggunakan Fuzzy Linear Programming (FLP). Perhitungan akan dilakukan terhadap 2 model hijab dengan menggunakan FLP untuk kemudian akan dibandingkan dengan perhitungan Linear Programming biasa. FLP telah banyak digunakan dalam penelitian untuk menentukan optimasi produksi, artinya perhitungan FLP akan menghasilkan hasil perhitungan yang lebih baik dari perhitungan Linear Programming biasa.

BAHAN DAN METODE

Dalam kajian ini membahas tentang Fuzzy Linear dan penggunaannya dalam berbagai masalah optimasi produksi. Selain itu juga akan dibahas tentang Metode Simpleks yang digunakan dalam perhitungan baik untuk menentukan variabel dasar dalam non-fuzzy maupun untuk Fuzzy Linear Programming. Untuk Metode Simpleks tidak dibahas langkah-langkah penyelesaian secara detail, hanya tabel-tabel yang telah mengalami iterasi dan perubahan dengan operasi baris elementer.

A. Pemrograman Linear: Metode Simpleks

Sebelum metode simpleks digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier (LP), maka harus diubah menjadi bentuk standar LP yang setara dimana semua kendala adalah persamaan dan berisi semua variabel termasuk variabel non-negatif (Kulej, 2011):

$$\begin{aligned} \text{Max}(\text{min}) z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ &\dots\dots\dots(1) \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \\ x_i &\geq 0, i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Persamaan kendala (constraint) dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut: $Ax = b, x \geq 0$. Diasumsikan, bahwa rank dari matriks A sama dengan m. Setiap LP dapat diubah menjadi bentuk standar sebagai berikut (Kulej, 2011):

1. Mengubah bentuk pertidaksamaan (\leq) yang dalam bentuk $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i$ menjadi bentuk persamaan dengan menambahkan variabel slack ke sisi kiri persamaan kendala dan menambahkan pada variabel pembatas $s_i \geq 0$: $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + s_i = b_i, s_i \geq 0$.
2. Mengubah bentuk pertidaksamaan (\geq) yang dalam bentuk $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i$ menjadi bentuk persamaan dengan mengurangi variabel surplus s_i dari sisi kiri kendala dan menambahkan pada variabel pembatas $s_i \geq 0$: $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n - s_i = b_i, s_i \geq 0$.
3. Jika variabel x_i memiliki nilai negatif dan nonnegatif, digunakan persamaan substitusi: $x_i = u_i - v_i$ dan menambahkan dua batasan non-negatif $u_i \geq 0, v_i \geq 0$.

Pemrograman Linear mengidentifikasi satu pemecahan dasar awal yang dibuat secara sistematis menjadi pemecahan dasar lainnya dan memperbaiki nilai fungsi tujuan. Model Linear Programming memiliki tiga komponen dasar (Taha, 2007):

1. Variabel keputusan yang akan ditentukan
2. Tujuan (goal) yang perlu dioptimalkan (memaksimalkan atau meminimalkan)
3. Kendala yang solusinya harus memuaskan

Penyelesaian persamaan di atas dapat diselesaikan dengan bentuk tabel berikut:

Tabel 1. Penyelesaian dengan tabel Simpleks

| Basic | z | x ₁ | x ₂ | ... | x _n | Solusi |
|-------|----------------|----------------|----------------|-----|----------------|--------|
| | z | | | | | |
| | x ₁ | | | | | |
| | x ₂ | | | | | |
| | ... | | | | | |
| | x _n | | | | | |

Sumber: Taha (2007)

Fungsi tujuan dapat berbentuk maksimisasi atau minimisasi, dan kendala linear dapat berbentuk lebih kecil sama dengan (\leq) atau lebih besar sama dengan (\geq). Semua kendala linear tersebut harus ditransformasikan dalam bentuk persamaan, dan menambahkan variabel slack, variabel surplus dan variabel buatan pada ruas kiri kendala linear.

B. Fuzzy Linear Programming

Pada *Fuzzy Linear Programming (FLP)* akan dicari suatu nilai z yang merupakan fungsi obyektif yang akan dioptimalkan sedemikian hingga sesuai dengan batasan-batasan (kendala) yang dimodelkan dalam himpunan *fuzzy*. Sehingga untuk kasus maksimisasi pada persamaan (1) akan berbentuk (Kusumadewi, 2002):

$$\begin{aligned} c^T x &\cong z \\ Ax &\cong b \dots\dots\dots(2) \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

sedangkan untuk kasus minimisasi berbentuk:

$$\begin{aligned} c^T x &\cong z \\ Ax &\cong b \dots\dots\dots(3) \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Bentuk (2) dan (3) akan dibentuk menjadi:
Tentukan sedemikian hingga:

$$\begin{aligned} Bx &\cong d \\ x &\geq 0 \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

dengan:

$$B = \begin{bmatrix} -c \\ A \\ -z \end{bmatrix} \text{ dan } d = \begin{bmatrix} -z \\ b \end{bmatrix}; \text{ untuk kasus maksimisasi } \dots\dots(5)$$

atau

$$B = \begin{bmatrix} c \\ -A \\ -b \end{bmatrix} \text{ dan } d = \begin{bmatrix} z \\ -b \end{bmatrix}; \text{ untuk kasus minimisasi } \dots\dots(6)$$

Tiap-tiap baris/kendala (01,2,..., m) akan direpresentasikan dengan sebuah himpunan *fuzzy*, dengan fungsi keanggotaan pada himpunan ke- i adalah $\mu_i[x]$.

Fungsi keanggotaan untuk model keputusan himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai:

$$\mu_D[x] = \min_i\{\mu_i[x]\} \dots\dots\dots(7)$$

Harapan untuk mendapatkan solusi terbaik yaitu suatu solusi dengan nilai keanggotaan yang paling besar, dengan demikian solusi sebenarnya adalah:

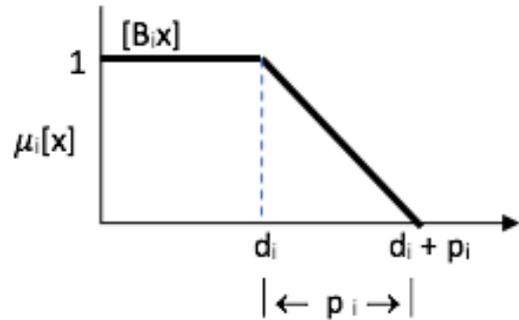
$$\max_{x \geq 0} \mu_D[x] = \max_{x \geq 0} \min_i\{\mu_i[x]\} \dots\dots\dots(8)$$

Hal ini terlihat bahwa $\mu_i[x]=0$ jika batasan ke- i benar-benar dilanggar. Sebaliknya, $\mu_i[x]=1$ jika batasan ke- i benar-benar dipatuhi (sama halnya dengan batasan bernilai tegas). Nilai $\mu_i[x]$ akan naik secara monoton pada selang $[0,1]$, yaitu:

$$\mu_i[x] = \begin{cases} 1; & \text{jika } B_i x \leq d_i \\ \in [0,1]; & \text{jika } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0; & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \dots\dots(9)$$

$i = 0,1,2,\dots,m$

Fungsi keanggotaan FLP ditunjukkan oleh gambar berikut:



Sumber: Martini(2017)

Gambar 1, Fungsi Keanggotaan

$$\mu_i[x] = \begin{cases} 1; & \text{jika } B_i x \leq d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i}; & \text{jika } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0; & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \quad (10)$$

$i = 0,1,2,\dots,m$

dengan p_i adalah toleransi interval yang diperbolehkan untuk melakukan pelanggaran baik pada fungsi obyektif maupun batasan. Dengan mensubstitusikan (8) dan (10) akan diperoleh:

$$\max_{x \geq 0} \mu_D[x] = \max_{x \geq 0} \min_i \left\{ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

Gambar 1 memperlihatkan bahwa semakin besar nilai domain, akan memiliki nilai keanggotaan yang cenderung semakin kecil. Sehingga untuk mencari nilai λ -cut dapat dihitung sebagai $\lambda=1-t$, dengan:

$$d_i + t p_i = \text{ruas kanan kendala ke-}i \dots\dots\dots(12)$$

Dengan demikian akan diperoleh bentuk linear programming baru seperti berikut ini:

Maksimumkan: λ
Kendala: $\lambda p_i + B_i x \leq d_i + p_i \quad i=1,2,\dots,m \dots\dots(13)$
 $x \geq 0$

HASIL PENELITIAN

Penelitian dilakukan kepada seorang *reseller* busana muslim yang mempunyai masalah dengan produk yang dijualnya. Sebagai *reseller* sangat tergantung pada distributor atau produsen tempat mengambil barang untuk kemudian dijualnya. Jika produk yang dijual tidak tersedia sementara pembeli sudah banyak yang memesan maka harus menunggu sampai produk tersedia. Hal ini yang menjadikan motivasi untuk memproduksi sendiri dengan modal yang tidak terlalu besar. Usaha produksi tersebut semakin berkembang hingga

banyak pesanan yang akhirnya memutuskan untuk mempekerjakan 2 orang pegawai. Dengan demikian tidak tergantung lagi kepada produsen atau distributor lainnya. Produk yang baru bisa dibuat adalah hijab dengan berbagai model dan disesuaikan dengan trend.

Analisa Masalah

Penelitian dilakukan pada sebuah usaha mandiri yang memproduksi hijab atau kerudung. Banyak model yang dibuat tetapi dalam penelitian ini hanya membahas 2 model yaitu hijab kain (lembaran) dan hijab instan (siap pakai). Untuk setiap model dikerjakan oleh seorang pekerja. Bahan yang digunakan untuk hijab kain adalah bahan katun paris dengan lebar bahan 1,5m dan harga Rp. 15.000/m. Sedangkan bahan untuk hijab instan adalah bahan spandek dengan lebar bahan 2m dan harga Rp. 68.000/kg. Jenis bahan ini banyak diminati terutama oleh kalangan remaja dan dewasa. Model yang dibahas pada penelitian ini adalah:

Hijab Kain

- a. Model 1 (x_1) adalah hijab persegi dengan tepi neci atau dijahit kecil. Untuk model ini memerlukan bahan 1,5m dan waktu pembuatan 20 menit. Harga yang dijual adalah Rp. 35.000.
- b. Model 2 (x_2) adalah hijab pashmina dengan tepi dijahit tipis dan dirawis. Untuk model ini memerlukan bahan 2m dan waktu pembuatan 30 menit. Harga yang dijual adalah Rp. 50.000. Dengan bahan 2m ini akan menghasilkan 2 hijab karena lebar bahan dapat dibagi dua bagian.

Hijab Instan

- a. Model 1 (x_1) adalah hijab instan pendek dengan berbagai variasi hiasan. Untuk model ini memerlukan bahan 1,5m dan waktu pembuatan 20 menit. Harga yang dijual adalah Rp. 40.000.
- b. Model 2 (x_2) adalah hijab instan panjang (syar'i) dengan berbagai variasi hiasan. Untuk model ini memerlukan bahan 2m dan waktu pembuatan 30 menit. Harga yang dijual adalah Rp. 55.000.

Untuk menyelesaikan pembuatan hijab tersebut ada batasan yang perlu diketahui bahwa dalam sehari hanya tersedia bahan 35m dan waktu pembuatan maksimum adalah 8 jam (480 menit).

Permasalahan

Dari analisa di atas ingin diperoleh keuntungan yang maksimum dengan menghasilkan hijab yang tepat untuk tiap-tiap model dengan batasan yang ada. Karena ada

peningkatan permintaan hijab, maka masing-masing pekerja boleh melakukan lembur dengan penambahan waktu 2 jam (120 menit). Sedangkan bahan akan ditambah untuk tiap jenisnya sebanyak 9m saja mengingat waktu lembur hanya disediakan tidak lebih dari 2 jam.

Pemecahan Masalah

Metode yang digunakan untuk perhitungan masalah di atas yaitu dengan Metode Simpleks yang akan digunakan untuk menghitung variabel dasar dan fungsi tujuan. Karena ada 2 jenis model untuk setiap produksi, maka perhitungannya juga dihitung terpisah antara hijab kain dan hijab instan. Perhitungan Metode Simplek akan dilakukan untuk Program Linier (Non-Fuzzy) dan Fuzzy Linear Programming yang nantinya akan dilihat perbedaannya.

1). Perhitungan Non-Fuzzy untuk Hijab Kain dan Pashmina

Permasalahan di atas dapat disederhanakan dengan bentuk matematis untuk persoalan maksimisasi.

$$\text{Maksimumkan } z = 35000x_1 + 50000x_2$$

$$\text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 \leq 35$$

$$20x_1 + 30x_2 \leq 480$$

dan semua variabel positif

Bentuk di atas disederhanakan ke dalam bentuk standar dari bentuk matematis yang telah dibuat menjadi bentuk persamaan.

$$\text{Maksimumkan } z = 35000x_1 + 50000x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

$$\text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 + x_3 = 35$$

$$20x_1 + 30x_2 + x_4 = 480$$

dan semua variabel positif

Bentuk standar di atas disederhanakan ke dalam tabel simpleks dengan melakukan operasi baris elementer sehingga menghasilkan beberapa tabel dalam proses penyelesaiannya. Dengan menerapkan langkah-langkah aturan dalam metode simpleks diperoleh beberapa perubahan dalam tabel hingga mencapai optimal yaitu pada baris terbawah tabel sudah tidak mengandung bilangan negatif.

Tabel 2 Pemecahan Awal Tabel Simpleks

| | X1 | X2 | X3 | X4 | Hasil | Selisih |
|----|----------|----------|------|------|--------|---------|
| z | - | - | 0.00 | 0.00 | 0.00 | |
| | 35000.00 | 50000.00 | | | | |
| X3 | 1.50 | 2.00 | 1.00 | 0.00 | 35.00 | 17.5 |
| X4 | 20.00 | 30.00 | 0.00 | 1.00 | 480.00 | 16 |

Sumber: Martini(2017)

Karena baris terakhir masih terdapat bilangan negatif maka dilakukan operasi baris elementer sampai baris terakhir tidak mengandung bilangan negatif seperti pada tabel 3.

Tabel 3 Pemecahan Akhir Tabel Simpleks

| | X1 | X2 | X3 | X4 | Hasil |
|-----------|------|------|----------|---------|-----------|
| z | 0.00 | 0.00 | 10000.00 | 1000.00 | 830000.00 |
| X1 | 1.00 | 0.00 | 6.00 | -0.40 | 18.00 |
| X2 | 0.00 | 1.00 | -4.02 | 0.30 | 4.00 |

Sumber: Martini(2017)

Berdasarkan perhitungan tabel terakhir yang sudah optimal, maka diperoleh penyelesaian untuk hijab kain adalah:

$$\begin{aligned}x_1 &= 18 \\x_2 &= 4 \\z &= 830.000\end{aligned}$$

2). Perhitungan Non-Fuzzy untuk Hijab Instan

Seperti halnya dengan perhitungan di atas maka perhitungan juga dilakukan dengan proses yang sama.

$$\begin{aligned}\text{Maksimumkan } z &= 40000x_1 + 55000x_2 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 35 \\ 20x_1 + 30x_2 &\leq 480 \\ \text{dan semua variabel positif}\end{aligned}$$

Bentuk standar dari pertidaksamaan di atas adalah:

$$\begin{aligned}\text{Maksimumkan } z &= 40000x_1 + 55000x_2 + 0x_3 + 0x_4 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 + x_3 &= 35 \\ 20x_1 + 30x_2 + x_4 &= 480 \\ \text{dan semua variabel positif}\end{aligned}$$

Hasil Perhitungan dengan Metode Simpleksnya sebagai berikut:

Tabel 4 Pemecahan Akhir Tabel Simpleks

| | X1 | X2 | X3 | X4 | Hasil |
|-----------|------|------|----------|--------|-----------|
| Z | 0.00 | 0.00 | 20000.00 | 500.00 | 940000.00 |
| X1 | 1.00 | 0.00 | 6.00 | -0.40 | 18.00 |
| X2 | 0.00 | 1.00 | -4.02 | 0.30 | 4.00 |

Sumber: Martini(2017)

Berdasarkan perhitungan tabel terakhir yang sudah optimal, maka diperoleh penyelesaian untuk hijab instan adalah:

$$\begin{aligned}x_1 &= 18 \\x_2 &= 4 \\z &= 940.000\end{aligned}$$

3). Perhitungan Fuzzy Linear Programming

Seperti halnya dengan perhitungan sebelumnya, pada perhitungan Fuzzy Linear Programming juga dibuat ke dalam model matematis untuk hijab kain dan hijab instan.

Untuk Hijab Kain bentuk matematis pada FLP adalah:

$$\begin{aligned}\text{Maksimumkan } z &= 35000x_1 + 50000x_2 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 35 \\ 20x_1 + 30x_2 &\leq 480 \\ \text{dan semua variabel positif}\end{aligned}$$

Untuk Hijab Instan bentuk matematis pada FLP adalah:

$$\begin{aligned}\text{Maksimumkan } z &= 40000x_1 + 55000x_2 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 35 \\ 20x_1 + 30x_2 &\leq 480 \\ \text{dan semua variabel positif}\end{aligned}$$

Kedua kendala di atas memiliki toleransi interval sesuai kasus di atas sebesar 25,7% untuk bahan kain dan 25% untuk waktu pembuatan. Sehingga toleransi interval di atas dapat dituliskan $p_1 = 9$ dan $p_2 = 120$.

Untuk Hijab Kain:

$$\begin{aligned}\text{Maksimumkan } z &= 35000x_1 + 50000x_2 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 35 + 9t \\ 20x_1 + 30x_2 &\leq 480 + 120t \\ \text{dan semua variabel positif}\end{aligned}$$

Untuk Hijab Instan:

$$\begin{aligned}\text{Maksimumkan } z &= 40000x_1 + 55000x_2 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 35 + 9t \\ 20x_1 + 30x_2 &\leq 480 + 120t \\ \text{dan semua variabel positif}\end{aligned}$$

Jika $t=0$ ($\lambda=1$), maka bentuk di atas menjadi bentuk matematis seperti pada pembahasan point 1) dan 2) di atas yang sudah diperoleh penyelesaiannya.

4). FLP untuk $t=1$

Jika $t=1$ ($\lambda=0$), maka bentuk awal FLP hijab kain di atas dapat diubah menjadi:

$$\begin{aligned}\text{Maksimumkan } z &= 35000x_1 + 50000x_2 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 44 \\ 20x_1 + 30x_2 &\leq 600 \\ \text{dan semua variabel positif}\end{aligned}$$

Diubah ke dalam Bentuk standar:

$$\begin{aligned}\text{Maksimumkan } z &= 35000x_1 + 50000x_2 + 0x_3 + 0x_4 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 + x_3 &= 44 \\ 20x_1 + 30x_2 + x_4 &= 600 \\ \text{dan semua variabel positif}\end{aligned}$$

Penyelesaian dengan metode simpleks akan menghasilkan:

Tabel 5 Pemecahan Akhir Hijab Kain dengan $t=1$

| | X1 | X2 | X3 | X4 | Hasil |
|-----------|------|------|----------|---------|--------------|
| Z | 0.00 | 0.00 | 10000.00 | 1000.00 | 1,040,000.00 |
| X1 | 1.00 | 0.00 | 6.00 | -0.40 | 24.00 |
| X2 | 0.00 | 1.00 | -4.02 | 0.30 | 4.00 |

Sumber: Martini(2017)

Maka diperoleh:

$$\begin{aligned} x_1 &= 24 \\ x_2 &= 4 \\ z &= 1.040.000 \end{aligned}$$

Sedangkan bentuk matematis untuk hijab instan adalah:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } z &= 40000x_1 + 55000x_2 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 44 \\ 20x_1 + 30x_2 &\leq 600 \\ \text{dan semua variabel positif} \end{aligned}$$

Yang juga diubah ke dalam Bentuk standar:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } z &= 40000x_1 + 55000x_2 + 0x_3 \\ &+ 0x_4 \\ \text{Kendala } 1,5x_1 + 2x_2 + x_3 &= 44 \\ 20x_1 + 30x_2 + x_4 &= 600 \\ \text{dan semua variabel positif} \end{aligned}$$

Penyelesaian dengan metode simpleks akan menghasilkan:

Tabel 6 Pemecahan Akhir Hijab Instan dengan t=1

| | X1 | X2 | X3 | X4 | Hasil |
|----|------|------|----------|--------|--------------|
| Z | 0.00 | 0.00 | 20000.00 | 500.00 | 1,180,000.00 |
| X1 | 1.00 | 0.00 | 6.00 | -0.40 | 24.00 |
| X2 | 0.00 | 1.00 | -4.00 | 0.30 | 4.00 |

Sumber: Martini(2017)

Maka diperoleh:

$$\begin{aligned} x_1 &= 24 \\ x_2 &= 4 \\ z &= 1.180.000 \end{aligned}$$

5). Penyelesaian FLP untuk Hijab Kain

Dari hasil t=0 dan t=1 dapat ditentukan nilai p_0 yang diperoleh dari pengurangan fungsi obyektifnya $t_1 - t_0$, yang menghasilkan $p_0 = 1040000 - 830000 = 210000$.

Dengan mengambil $\lambda = 1 - t$ dapat dibentuk model linear programming berikut ini:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } \lambda \\ \text{Kendala:} \\ 210000\lambda - 35000x_1 - 50000x_2 &\leq -1040000 + 210000 \\ 9\lambda + 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 35 + 9 \\ 120\lambda + 20x_1 + 30x_2 &\leq 480 + 120 \\ \text{dan } \lambda, x_1, x_2 &\text{ bilangan positif} \end{aligned}$$

Karena kendala sebelah kanan tidak boleh bernilai negatif maka bentuk di atas menjadi:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } \lambda \\ \text{Kendala} \\ -210000\lambda + 35000x_1 + 50000x_2 &\geq 830000 \\ 9\lambda + 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 44 \\ 120\lambda + 20x_1 + 30x_2 &\leq 600 \\ \text{dan } \lambda, x_1, x_2 &\text{ bilangan positif} \end{aligned}$$

Bentuk standar dari linear programmingnya adalah:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } z &= \lambda \text{ atau} \\ z &= 830000\lambda - 35000x_1 - 50000x_2 + 0x_3 + 0x_4 + \\ &0x_5 - Mx_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kendala} \\ -210000\lambda + 35000x_1 + 50000x_2 - x_3 + x_6 &= 830000 \\ 9\lambda + 1,5x_1 + 2x_2 + x_4 &= 44 \\ 120\lambda + 20x_1 + 30x_2 + x_5 &= 600 \\ \text{dan } \lambda, x_1, x_2 &\text{ bilangan positif} \end{aligned}$$

Karena terdapat variabel buatan (x_6) pada fungsi tujuan dan fungsi kendala, maka diselesaikan dengan tabel simpleks metode 2 fase, dan berdasarkan tabel 1 akan menghasilkan tabel berikut:

Tabel 7 Pemecahan Solusi Awal Hijab Kain

| | λ | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | Hasil | Selisih |
|----|-----------|-------|-------|----|----|----|----|--------|---------|
| Z | -830000 | 35000 | 50000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | -120 | -20 | -30 | 0 | 0 | -1 | 1 | -1 | |
| X4 | -210000 | 35000 | 50000 | -1 | 0 | 0 | 1 | 830000 | -3.952 |
| X5 | 9 | 1.5 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 44 | 4.889 |
| X6 | 120 | 20 | 30 | 0 | 0 | 1 | 0 | 600 | 5.000 |

Sumber: Martini(2017)

Dengan variabel masuk adalah λ dan variabel keluar adalah x_5 .

Tabel 8 Pemecahan Solusi Akhir Hijab Kain

| | λ | X1 | X2 | X3 | Hasil |
|-----------|-----------|--------|---------|-------------|--------------|
| Z | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 173522.3112 | -117918.2966 |
| | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 607.2846 |
| X1 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 20.9684 |
| λ | 0.0000 | 0.0000 | -0.1700 | 0.0000 | 0.4354 |
| X2 | 0.0000 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 | 4.0216 |

Sumber: Martini(2017)

Hasil akhir yang diperoleh dari tabel 8 adalah:

$$\begin{aligned} x_1 &= 20.9684 \\ x_2 &= 4.0216 \\ \lambda &= 0.4354 \end{aligned}$$

6). Penyelesaian FLP untuk Hijab Instan

Berdasarkan perhitungan t=0 dan t=1 di atas, maka nilai p_0 yang diperoleh adalah $p_0 = 1180000 - 940000 = 240000$.

Dengan mengambil $\lambda = 1 - t$ dapat dibentuk model linear programming berikut ini:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } \lambda \\ \text{Kendala} \\ 240000\lambda - 40000x_1 - 55000x_2 &\leq -1180000 + 240000 \\ 9\lambda + 1,5x_1 + 2x_2 &\leq 35 + 9 \\ 120\lambda + 20x_1 + 30x_2 &\leq 480 + 120 \end{aligned}$$

dan λ, x_1, x_2 bilangan positif

Kendala sebelah kanan yang bernilai negatif akan dibentuk menjadi:

Maksimumkan λ

Kendala

$$-240000\lambda + 40000x_1 + 55000x_2 \geq 940000$$

$$9\lambda + 1,5x_1 + 2x_2 \leq 44$$

$$120\lambda + 20x_1 + 30x_2 \leq 600$$

dan λ, x_1, x_2 bilangan positif

Bentuk standar dari linear programmingnya adalah:

Maksimumkan $z = \lambda$ atau

$$z = 940000\lambda - 40000x_1 - 55000x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 - Mx_6$$

Kendala

$$-240000\lambda + 40000x_1 + 55000x_2 - x_3 + x_6 = 940000$$

$$9\lambda + 1,5x_1 + 2x_2 + x_4 = 44$$

$$120\lambda + 20x_1 + 30x_2 + x_5 = 600$$

dan λ, x_1, x_2 bilangan positif

Dan penyelesaian dengan metode Simpleksnya seperti pada tabel 9 dan tabel 10.

Tabel 9 Pemecahan Solusi Awal Hijab Instan

| | λ | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | Hasil | Selisih |
|----|-----------|-------|-------|----|----|----|----|--------|---------|
| Z | -940000 | 40000 | 55000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | -120 | -20 | -30 | 0 | 0 | -1 | 1 | -1 | |
| X4 | -240000 | 40000 | 55000 | -1 | 0 | 0 | 1 | 940000 | -3.917 |
| X5 | 9 | 1.5 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 44 | 4.889 |
| X6 | 120 | 20 | 30 | 0 | 0 | 1 | 0 | 600 | 5.000 |

Sumber: Martini (2017)

Sebagai variabel masuknya adalah λ dan variabel keluarannya x_5 . Selanjutnya Penyelesaian akhir dari masalah di atas adalah:

Tabel 10 Pemecahan Solusi Akhir Hijab Instan

| | λ | X1 | X2 | X3 | Hasil |
|-----------|-----------|--------|---------|--------|--------------|
| Z | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 3193826.1423 |
| | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 607.2846 |
| X1 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 20.9690 |
| λ | 0.0000 | 0.0000 | -0.1700 | 0.0000 | 0.4453 |
| X2 | 0.0000 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 | 4.0216 |

Sumber: Martini(2017)

Maka diperoleh hasil akhir:

$$x_1 = 20.9690$$

$$x_2 = 4.0216$$

$$\lambda = 0.4453$$

Dari penyelesaian tersebut dapat dilihat perbedaan hasil yang dapat dilihat pada tabel 11.

Tabel 11 Pemecahan . Solusi Akhir Hijab Instan

| Penyelesaian Standar | Penyelesaian Fuzzy |
|---------------------------------|--------------------|
| Hijab Kain atau Pashmina | |
| $x_1 = 18$ | $x_1 = 20.9684$ |
| $x_2 = 4$ | $x_2 = 4.0216$ |
| $z = 830.000$ | $z = 934.974$ |
| | $\lambda = 0.4354$ |
| Hijab Instan | |
| $x_1 = 18$ | $x_1 = 20.9690$ |
| $x_2 = 4$ | $x_2 = 4.0216$ |
| $z = 940.000$ | $z = 1.059.948$ |
| | $\lambda = 0.4453$ |

Sumber: Martini(2017)

Dari tabel 11 di atas terbukti bahwa dengan FLP akan menghasilkan solusi yang lebih optimal dibandingkan dengan solusi Pemrograman Linear yang standar. Dengan Program Linear biasa akan menghasilkan keuntungan yang maksimal jika memproduksi hijab kain sebanyak 18 buah dan hijab pashmina sebanyak 4 buah dengan keuntungan Rp. 830.000 per hari. Sedangkan dengan FLP akan mendapatkan keuntungan yang maksimal dengan memproduksi hijab kain sebanyak 21 buah dan hijab pashmina sebanyak 4 buah dengan keuntungan Rp. 934.974 per hari dan tidak melanggar batasan kendala yang ada.

Begitu juga untuk hijab instan, akan mendapatkan keuntungan maksimal jika memproduksi hijab instan biasa sebanyak 21 buah dan hijab syar'i sebanyak 4 buah dengan keuntungan sebesar Rp. 1.059.948.

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, dapat dibuat beberapa kesimpulan berdasarkan penelitian ini, diantaranya:

- Permasalahan tentang produksi merupakan masalah yang sulit untuk mengetahui untung ruginya, sehingga diperlukan perhitungan yang cermat dengan metode yang tepat.
- Penelitian ini menggunakan Fuzzy Linear Programming yang menghasilkan nilai yang tepat untuk mengetahui berapa banyak hijab yang harus diproduksi untuk tiap-tiap modelnya untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal.
- Metode Simpleks digunakan untuk menghitung dan menentukan variabel dasar dan fungsi tujuan yang merupakan nilai keuntungan.

REFERENSI

- Astonis, H. P. M., & Putra, H. (2014). Optimasi produksi menggunakan metode fuzzy linear programming. *Jurnal Mahasiswa Statistik*, 2(4), pp-305.
- Kusumadewi, S. (2002). Analisis & Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Tool Box Matlab, Graha Ilmu:Yogyakarta.
- Kulej, M. (2011). Operation Research. Business Information Systems, Wroclaw University of Technology: Polandia.
- Martini. (2017). Laporan Akhir Penelitian "Optimasi Produksi Hijab Dengan Fuzzy Linear Programming". AMIK BSI: Jakarta
- Susanto, T., & Sarwadi, S. (2016). Optimasi Produksi Dan Pengendalian Bahan Baku Studi Kasus Pada Pt. Joshua Indo Export. *MATEMATIKA*, 9(1). pp. 133-138.
- Taha, H., A. (2007). Operations Research : An Introduction. Ed. 8th, USA : Pearson Prentice Hall.