

METODE BINOMIAL MENENTUKAN HASIL PERPANGKATAN DARI PERSAMAAN

Maslen Sibarani

Teknik Informatika Universitas Persada Indonesia YAI Jakarta
Jl Salemba Raya no 7-9 Jakarta Pusat 10340
Email : maslensibarani@yahoo.co.id

Abstrak

Dalam aljabar dikenal apa yang disebut persamaan, setiap persamaan terdiri dari variabel, suku dan konstanta dengan operasi didalamnya. Penjabaran dari perpangkatan dari suatu persamaan adalah dengan mengubah ke bentuk perkalian, sehingga hasil perpangkatan dari persamaan merupakan perkalian dari persamaan. Jika pangkat dari persamaan adalah pangkat dua, maka hasil dari perpangkatan tersebut adalah dengan mengalikan tiap suku pada persamaan pertama dengan tiap suku pada persamaan ke dua. Apabila persamaan dengan dipangkat tiga maka hasil tiap suku perkalian dari persamaan pertama dengan persamaan kedua dikalikan dengan tiap suku pada persamaan ketiga. Demikian seterusnya. Persoalan yang dihadapi apabila persamaan banyak suku dipangkatkan pula dengan pangkat tinggi tentunya pekerjaan yang rumit dan membosankan dan memakan waktu yang lama. Untuk memecahkan persoalan ini perpangkatan dari persamaan tersebut diekspansi dalam bentuk fungsi dimana koefisien dari tiap suku menggunakan koefisien Binomial.

Kata kunci:Pangkat Binomial

Abstract

In algebra known equations. Each equation consists of variables, terms and constants with operations inside. The elaboration the power for equation done by converting it to the multiplication form, so the result of the power of the equation is the multiplication of the equation. If the power of the equation is a squared, then the result of that power done by multiplying each term in the first equation with each term in the second equation. If the equation is lifted to three then the result of each multiplication term from the first equation with the second is multiplied by each term in the third equation. And so on. The problems faced when the equation of many terms also powered by high rank. Of course the work is complicated, boring, and takes a long time. To solve this problem the power of the equation is expanded in form of a function where the coefficients of each term use the binomial coefficients.

Keywords : binomial power

PENDAHULUAN

Tujuan Penting dalam pemecahan persoalan dalam matematika adalah mengerjakan memahami masalah yang terkandung dalam persoalan tersebut. Dengan memahami permasalahan yang ada dapat mencari solusi yang lebih sederhana dalam memecahkan persoalan yang dihadapi. Pemecahan persoalan dalam matematika tentunya sesuai dengan sifat sifat dan definisi atau aturan dalam yang ada. Kesalah yang sering terjadi dalam memecahkan persoalan dalam matematika karena tidak mengikuti aturan yang ada dalam pengerjaan persolan. Demikain pula bilangan berpangkat. Apabila bilangan a dipangkatkan dengan n maka harus mengalikan a sebanyak n kali. Selanjutnya jika dibagi atau dikurang tentunya menggunakan sifat-sifat perpangkatan. Apalagi kalau persamaan terdiri dari tiga suku atau lebih dipangkatkan dengan n . Cara kerjanya sama dengan persamaan terdiri dari dua suku yaitu membuat perpangkatan dari persaaamam menjadi perkalian sebanyak n kali. Hasil perpangkatan dari persamaan adalah dengan mengalikan tiap suku dari persamaan pertama dengan tiap suku pada persamaan kedua. Selanjutnya tiap suku dari hasil persamaan pertama dengan kedua dikalikan dengan tiap suku dari persamaan ketiga, demikan seterusnya sampai pada persamaan ke $-n$. Proses menentukan hasil perpangkatan cara ini adalah cara yang rumit. Maka tujuan penulisan ini adalah mencari cara yang mudah dalam mengerjakan memecahkan persolaan perpangkatan. Metode yang digunakan dalam menentukan hasil perpangkatan dari suatu persamaan adalah dengan malakukan ekspansi perpangkatan dari persamaan. Dimana koefisien-

koefisien dari ekspansi dari perpangkatan tersebut adalah menggunakan distribusi binomial.

LANDASAN TEORI

Menentukan hasil perpangkat a^n sesuai dengan pengertian dari pangkat bilangan bahwa bilangan a dikalikan n kali atau $a^n = a.a.a.a$ sebanyak n kali. Demikian pula hasil perpangkatan dari $(x+y)^n$ adalah dengan mengubah ke bentuk perkalian yaitu $(x+y)^n = (x+y)(x+y) (x+y) ... (x+y)$ sebanyak n kali . hasil perpangkatan tersebut adalah dengan mengalikan tiap suku dari $(x+y)$ satu persatu tiap suku $(x+y)$ sebanyak n kali. Misalnya $(x+y)^2 = (x+y).(x+y) = x.x + xy + yx + y.y = x^2 + 2xy + y^2$, demikian pula $(x+y)^3 = (x+y)(x+y)(x+y) = (x^2 + 2xy + y^2)(x+y) = x^2.x + 2xy.x + y^2.x + x^2.y + 2xy.y + y^2.y = x^3 + 3x^2.y + 3xy^2 + y^3$. Maka bentuk $(x+y)^n = (x+y)(x+y) (x+y) ... (x+y)$ dijabarkan dengan mengalikan tiap suku dari $(x+y)$ dengan setiap suku $(x+y)$ sebanyak n kali.

Untuk persamaan k variabel yang dipangkatkan dengan n bentuk umumnya $(x_1+ x_2+ ... + x_k)^n$ sesuai dengan sifat pada aljabar bahwa hasil perpangkat n dari suatu bilangan adalah mengalikan dari n bilangan tersebut. Sehingga dengan menggunakan sifat tersebut bahwa hasil perpangkatan dari $(x_1+ x_2+ ... + x_k)^n$ adalah dengan mengubah bentuk $(x_1+ x_2+ ... + x_n)^n = (x_1+ x_2+ ...+ x_k) (x_1+ x_2+ ...+ x_k) (x_1+ x_2+ ...+ x_k).... (x_1+ x_2+ ...+ x_k)$. Perkalian tiap suku dari persamaan 1, 2, 3, ..., k . kalau prose ini digunakan maka akan mengalami kesulitan, maka menentukan hasil dari perpangkatan adalah melakukan ekspansi dengan koefisien dari ekspansi adalah distribusi binomial 'Proses perpangkatan dari suatu persamaan adalah sebagai berikut,

$$(a + b)^1 = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = \binom{2}{0}a^2 + \binom{2}{1}ab + \binom{2}{2}b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= \binom{3}{0}a^3 + \binom{3}{1}a^2b + \binom{3}{2}ab^2 + \binom{3}{3}b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$= \binom{4}{0}a^4 + \binom{4}{1}a^3b + \binom{4}{2}a^2b^2 + \binom{4}{3}ab^3 + \binom{4}{4}b^4$$

$$(a + b)^5 =$$

$$a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$=$$

$$\binom{5}{0}a^5 + \binom{5}{1}a^4b + \binom{5}{2}a^3b^2 + \binom{5}{3}a^2b^3 + \binom{5}{4}ab^4 + \binom{5}{5}b^5$$

$$(a + b)^6 =$$

$$a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

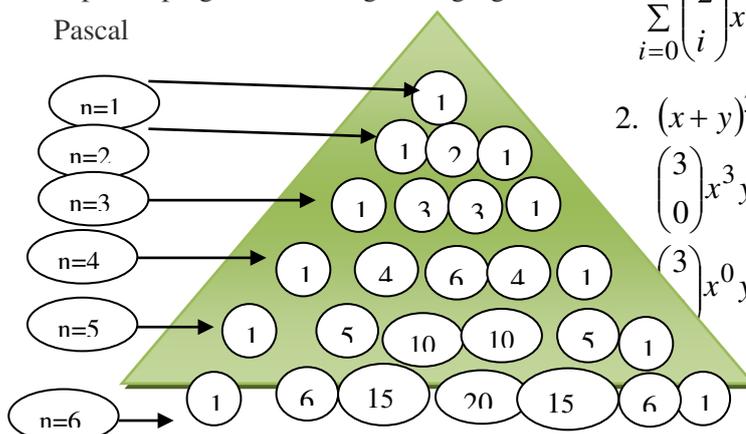
$$=$$

$$\binom{6}{0}a^6 + \binom{6}{1}a^5b + \binom{6}{2}a^4b^2 + \binom{6}{3}a^3b^3 + \binom{6}{4}a^2b^4 + \binom{6}{5}ab^5 + \binom{6}{6}b^6$$

$$=$$

$$a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

Koefisien-koefisien dari setiap suku dari dapat dipergunakan dengan segitiga Pascal



Menemukan pola tersebut kita akan membutuhkan pola bilangan dalam setiap baris segitiga Pascal. Semua bilangan dalam setiap baris tersebut merupakan koefisien dari ekspansi pangkat dari binomial.

contoh,

$$1. (x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$= \binom{4}{0}x^4y^0 +$$

$$\binom{4}{1}x^3y + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}x^1y^3 +$$

$$\binom{4}{4}x^0y^4 = \sum_{i=0}^4 \binom{4}{i}x^{4-i}y^i$$

Koefisien dari ekspansi pangkat binomial tersebut adalah 1, 4, 6, 4, dan 1 yang merupakan bilangan-bilangan pada baris ke-4 pada segitiga Pascal. Menurut Teorema Binomial,

Sehingga secara ekspansi umum perpangkatan dari persamaan adalah sbagai berikut

$$1. (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 =$$

$$\binom{2}{0}x^2y^0 + \binom{2}{1}xy + \binom{2}{2}x^0y^2 =$$

$$\sum_{i=0}^2 \binom{2}{i}x^{2-i}y^i$$

$$2. (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 =$$

$$\binom{3}{0}x^3y^0 + \binom{3}{1}x^2y + \binom{3}{2}x^1y^2 +$$

$$\binom{3}{3}x^0y^3 = \sum_{i=0}^3 \binom{3}{i}x^{3-i}y^i$$

$$3. (x+y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$= \binom{4}{0}x^4y^0 + \binom{4}{1}x^3y + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4 = \sum_{i=0}^4 \binom{4}{i} x^{4-i} y^i$$

.....

Secara umum

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^ny^0 + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + \dots + \binom{n}{i}x^{n-i}y^i + \dots + \binom{n}{n}x^0y^n$$

$$= \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} x^{n-i} y^i$$

Koefisien koesian $x^{n-i}y^i$ dari

$$(x+y)^n \text{ adalah } \binom{n}{i}$$

$$1. (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = \binom{2}{0}x^2y^0 - \binom{2}{1}xy + \binom{2}{2}x^0y^2 = \sum_{i=0}^2 \binom{2}{i} (-1)^i x^{2-i} y^i$$

$$2. (x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = \binom{3}{0}x^3y^0 - \binom{3}{1}x^2y + \binom{3}{2}x^1y^2 - \binom{3}{3}x^0y^3 = \sum_{i=0}^3 \binom{3}{i} (-1)^i x^{3-i} y^i$$

$$3. (x-y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4 = \binom{4}{0}x^4y^0 - \binom{4}{1}x^3y + \binom{4}{2}x^2y^2 - \binom{4}{3}x^1y^3 + \binom{4}{4}x^0y^4 = \sum_{i=0}^4 \binom{4}{i} (-1)^i x^{4-i} y^i$$

.....

Secara umum

$$4. (x-y)^n = \binom{n}{0}x^ny^0 - \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 - \binom{n}{3}x^{n-3}y^3 + \dots + \binom{n}{i}x^{n-i}y^i + \dots + \binom{n}{n}x^0y^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (-1)^i x^{n-i} y^i$$

Koefisien koesian $x^{n-i}y^i$ dari

$$(x-y)^n \text{ adalah } (-1)^i \binom{n}{i}$$

Catatan

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

Ekspansi fungsi polinomial

$$\begin{aligned}
 1. (ax+by)^2 &= a^2 x^2 + 2abxy + b^2 y^2 \\
 &= \binom{2}{0} a^2 x^2 y^0 + \binom{2}{1} abxy + \\
 &\quad \binom{2}{2} b^2 y^2 = \sum_{i=0}^2 \binom{2}{i} a^{2-i} b^i x^{2-i} y^i \\
 2. (ax+by)^3 &= a^3 x^3 + 3a^2 b x^2 y + 3a b^2 x y^2 + b^3 y^3 \\
 &= \binom{3}{0} a^3 x^3 y^0 + \binom{3}{1} a^2 b x^2 y + \\
 &\quad \binom{3}{2} a b^2 x y^2 + \binom{3}{3} b^3 x^0 y^3 = \\
 &\quad \sum_{i=0}^3 \binom{3}{i} a^{3-i} b^i x^{3-i} y^i \\
 3. (ax+by)^4 &= a^4 x^4 + 4a^3 b x^3 y + 6a^2 b^2 x^2 y^2 + 4a b^3 x y^3 + b^4 y^4 \\
 &= \binom{4}{0} a^4 x^4 y^0 + \binom{4}{1} a^3 b x^3 y + \\
 &\quad \binom{4}{2} a^2 b^2 x^2 y^2 + \binom{4}{3} a b^3 x y^3 + \\
 &\quad \binom{4}{4} b^4 x^0 y^4 = \\
 &\quad \sum_{i=0}^4 \binom{4}{i} a^{4-i} b^i x^{4-i} y^i
 \end{aligned}$$

.....

Secara umum

$$\begin{aligned}
 4. (ax+by)^n &= \binom{n}{0} a^n x^n y^0 + \\
 &\quad \binom{n}{1} a^{n-1} b x^{n-1} y + \\
 &\quad \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 x^{n-2} y^2 + \\
 &\quad \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 x^{n-3} y^3 + \dots \\
 &\quad \binom{n}{i} a^{n-i} b^i x^{n-i} y^i + \dots + \\
 &\quad \binom{n}{n} b^n x^0 y^n = \\
 &\quad \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} a^{n-i} b^i x^{n-i} y^i \\
 &\text{Koefisien koesian } x^{n-i} y^i \text{ dari} \\
 &\quad (ax+by)^n \text{ adalah } \binom{n}{i} a^{n-i} b^i \\
 5. (ax-by)^2 &= a^2 x^2 - 2abxy + b^2 y^2 \\
 &= \binom{2}{0} a^2 x^2 y^0 - \binom{2}{1} abxy + \\
 &\quad \binom{2}{2} b^2 x^0 y^2 \\
 &= \\
 &\quad \sum_{i=0}^2 \binom{2}{i} (-1)^i a^{2-i} b^i x^{2-i} y^i \\
 6. (ax+by)^3 &= a^3 x^3 + 3a^2 b x^2 y + 3a b^2 x y^2 + b^3 y^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \binom{3}{0} a^3 x^3 y^0 - \binom{3}{1} a^2 b x^2 y + \\
&\quad \binom{3}{2} a b^2 x^1 y^2 - \binom{3}{3} b^3 x^0 y^3 \\
&\quad \sum_{i=0}^3 \binom{3}{i} (-1)^i a^{3-i} b^i x^{3-i} y^i
\end{aligned}
=
\begin{aligned}
&\binom{n}{i} (-1)^i a^{n-i} b^i x^{n-i} y^i + \dots + \\
&(-1)^n \binom{n}{n} b^n x^0 y^n = \\
&\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (-1)^i a^{n-i} b^i x^{n-i} y^i
\end{aligned}$$

7. $(ax+by)^4 = a^4 x^4 + 4a^3 b x^3 y + 6a^2 b^2 x^2 y^2 + 4ab^3 xy^3 + b^4 y^4 =$

$$\begin{aligned}
&\binom{4}{0} a^4 x^4 y^0 - \binom{4}{1} a^3 b x^3 y + \\
&\binom{4}{2} a^2 b^2 x^2 y^2 - \binom{4}{3} a b^3 x y^3 + \\
&\binom{4}{4} b^4 x^0 y^4 = \\
&\sum_{i=0}^4 \binom{4}{i} (-1)^i a^{4-i} b^i x^{4-i} y^i
\end{aligned}$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Secara umum

8. $(ax-by)^n = \binom{n}{0} a^n x^n y^0 -$

$$\begin{aligned}
&\binom{n}{1} a^{n-1} b x^{n-1} y + \\
&\binom{n}{2} a^{n-2} b^2 x^{n-2} y^2 - \\
&\binom{n}{3} a^{n-3} b^3 x^{n-3} y^3 + \dots
\end{aligned}$$

Koefisien koesian $x^{n-i} y^i$ dari $(ax-by)^n$ adalah $(-1)^i \binom{n}{i} a^{n-i} b^i$

Untuk perpangkatan persamaan dengan banyak suku, menentukan hasil perpangkatan persamaan adalah sebagai berikut.

Menentukan koesian $(x+y+z)^3 =$

$$\begin{aligned}
&\{(x+y)+z\}^3 \\
&= \binom{3}{0} (x+y)^3 + \binom{3}{1} (x+y)^2 z + \binom{3}{2} (x+y) z^2 + \binom{3}{3} z^3 \\
&= x^3 + 3x^2 y + 3x y^2 + y^3 + 3(x^2 + 2xy + y^2)z + 3xz^2 + 3yz^2 + z^3 = x^3 + 3x^2 y + 3x y^2 + y^3 + 3x^2 z + 6xyz + 3y^2 z + 3xz^2 + 3yz^2 + z^3
\end{aligned}$$

Untuk perpangkatan pankat n dari persamaan dengan banyak suku, menentukan hasil perpangkatan persamaan adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
&(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k)^n \\
&= \sum_{k_1+k_2+k_3+\dots+k_n=n} \binom{n}{k_1, k_2, k_3, \dots, k_n} \prod_{t=1}^m x_t^{k_t}
\end{aligned}$$

Bukti

Bentuk

$$(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)^n =$$

pejabaran akan disajikan contoh diselesaikan dengan menggunakan distribusi Binomial.

$$\sum_{k_1+k_2+k_3+\dots+k_n=n} \binom{n}{k_1, k_2, k_3, \dots, k_n} \prod_{t=1}^m x_t^{k_t} = (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{m+1})^n$$

$$= \left\{ (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{m-1}) + (x_m + x_{m+1}) \right\}^n$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Telah dibuktikan penjabaran perpangkatan dari persamaan dengan Distribusi binomial, berikut ini adalah pemecahan atau pembahasan masalah yang berkaitan dengan perpangkatan dari suatu persamaan.

Dengan menggunakan induksi

$$\sum_{k_1+k_2+k_3+\dots+k_{m-1}+K=n} \binom{n}{k_1, k_2, k_3, \dots, k_{m-1}, K} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} \dots x_{m-1}^{k_{m-1}} x^K$$

$$= \sum_{k_1+k_2+k_3+\dots+k_{m-1}+K=n} \binom{n}{k_1, k_2, k_3, \dots, k_{m-1}, K} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} \dots x_{m-1}^{k_{m-1}} x^K$$

$$= \sum_{k_1+k_2+k_3+\dots+k_{m-1}+K=n} \binom{n}{k_1, k_2, k_3, \dots, k_{m-1}, K} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} \dots x_{m-1}^{k_{m-1}} x^K$$

Sebab

$$\binom{n}{k_1, k_2, k_3, \dots, k_{m-1}, K} \binom{K}{k_m, k_{m+1}}$$

$$= \binom{n}{k_1, k_2, k_3, \dots, k_{m-1}, k_m, k_{m+1}}$$

Maka

$$\frac{n!}{k_1!k_2!\dots k_{m-1}!K!} \frac{n!}{k_m!k_{m+1}!} = \frac{n!}{k_1!k_2!\dots k_{m+1}!}$$

$$1. (x+y)^8 = \binom{8}{0} x^8 y^0 + \binom{8}{1} x^7 y^1 + \binom{8}{2} x^6 y^2 + \binom{8}{3} x^5 y^3 + \binom{8}{4} x^4 y^4 + \binom{8}{5} x^3 y^5 + \binom{8}{6} x^2 y^6 + \binom{8}{7} x y^7 + \binom{8}{8} y^8$$

$$= x^8 + 8x^7 y + \frac{8!}{2!6!} x^6 y^2 + \frac{8!}{3!5!} x^5 y^3 + \frac{8!}{4!4!} x^4 y^4 + \frac{8!}{3!5!} x^3 y^5 + \frac{8!}{2!6!} x^2 y^6 + \frac{8!}{1!7!} x y^7 + \frac{8!}{0!8!} y^8$$

$$= x^8 + 8x^7 y + 28x^6 y^2 + 56x^5 y^3 + 70x^4 y^4 + 56x^3 y^5 + 28x^2 y^6 + 8xy^7 + y^8$$

METODOLOGI

Penelitian ini dilaksanakan dengan metode studi literatur. Kajian yang terkait penelitian dilakukan terlebih dahulu dengan mempelajari berbagai sumber baik yang tersaji dalam bentuk buku, jurnal maupu laporan penelitian yang relevan dengan topik yang akan dibahas. Konsep dasar tentang pembuktian dan beberapa metode dasar pembuktian beserta penjelasan dirangkum dalam pemikiran (*mind map*). Selanjutnya

$$2. (2x+3y)^8 = \binom{8}{0} 2^8 x^8 + \binom{8}{1} 2^7 \cdot 3x^7 y + \binom{8}{2} 2^6 3^2 x^6 y^2 + \binom{8}{3} 2^5 3^3 x^5 y^3 + \binom{8}{4} 2^4 3^4 x^4 y^4 + \binom{8}{5} 2^3 3^5 x^3 y^5 + \binom{8}{6} 2^2 3^6 x^2 y^6 + \binom{8}{7} 2 3^7 x y^7 + \binom{8}{8} 3^8 y^8$$

$$\begin{aligned}
& \binom{8}{6} 2^2 3^6 x^2 y^6 + \binom{8}{7} 2 \cdot 3^7 xy^7 + \\
& \binom{8}{8} 3^8 y^8 \\
= & 256x^8 + 3072x^7y + 16128x^6y^2 \\
& + 48384x^5y^3 + 90720x^4y^4 + \\
& 108864x^3y^5 + 81648x^2y^6 + \\
& 34992xy^7 + 6561y^8
\end{aligned}$$

Menentukan koesian

$$\begin{aligned}
(x+y+z)^3 &= \{(x+y)+z\}^3 = \\
& \binom{3}{0}(x+y)^3 + \binom{3}{1}(x+y)^2z + \\
& \binom{3}{2}(x+y)z^2 + \binom{3}{3}z^3 \\
= & x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 3(x^2 + 2xy + \\
& y^2)z + 3xz^2 + 3yz^2 + z^3 \\
= & x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 3x^2z \\
& + 6xyz + 3y^2z + 3xz^2 + 3yz^2 + z^3
\end{aligned}$$

Menentukan koefisien perpangkatan dari persamaan

$$(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k)^n \text{ adalah sebagai berikut}$$

Koefisiaen dari $x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3} \dots x_k^{n_k}$, dimana $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$ adalah $\frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_k!}$ atau

Koefisiaen dari $x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3} \dots x_k^{n_k}$, dimana $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$ adalah

$$= \binom{n}{n_1} \binom{n-n_1}{n_2} \binom{n-n_1-n_2}{n_3} \dots \binom{n_k}{n_k}$$

Seperti kasus berikut

1. Koefisien x^2y dari $(x+y+z)^3$

$$\text{adalah } \frac{3!}{2!1!0!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 3 \text{ atau}$$

$$\binom{3}{2} \binom{1}{1} = 3$$

2. Koefisien $x^6y^4z^5$ dari

$$(x+y+z)^{15} \text{ adalah } \frac{15!}{6!4!5!} =$$

$$\frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} =$$

$$630630 \text{ atau } \binom{15}{6} \binom{9}{4} \binom{5}{5} = \frac{15!}{6!9!}$$

$$\frac{9!}{4!5!} \frac{5!}{5!}$$

$$= \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{(6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot 9!}$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot 5!} \cdot 1$$

$$= (5005) \cdot (126) = 630630$$

3. Koefisien $a^5b^3c^4d^2$ dari $(a+b+c+d)^{14}$ adalah $\frac{14!}{5!3!4!2!}$

$$= \frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)}$$

$$= 2522520 \text{ atau}$$

$$\binom{14}{5} \binom{9}{3} \binom{6}{4} \binom{2}{2} = \frac{14!}{5!9!} \cdot \frac{9!}{3!6!} \cdot \frac{6!}{4!2!} \cdot 1$$

$$= 2002 \cdot 84 \cdot 15 = 2522520$$

4. Koefisien $x^5y^4z^4$ dari $(3x-2y+5z)^{13}$ adalah $\frac{13!}{5!4!4!} 3^5(-2)^4 5^4$

$$= \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} \cdot 243 \cdot 16 \cdot 625$$

$$= 218918700000$$

atau $\binom{13}{5} \binom{8}{4} \binom{4}{4} 3^5(-2)^4 \cdot 5^4$

$$= \frac{13!}{5!8!} \cdot \frac{8!}{4!4!} \cdot 243 \cdot 16 \cdot 625$$

$$= 1287 \cdot 70 \cdot 243 \cdot 16 \cdot 625$$

$$= 218918700000$$

KESIMPULAN

Dari pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa menentukan perpangkatan dari persamaan dengan distribusi Binomial yang persamaan terdiri dari dua suku tidak mengalami kesulitan. Apabila persamaan terdiri dari tiga suku atau lebih dipangkatkan dengan pangkat tinggi n kita bisa menentukan koefisien dari suku yang diinginkan dengan menggunakan koefisien Binomial.

REFERENSI

- Adamchic, V, 2005, Graph Theory, Concep of Mathematics
- Distel, R, 2000, Graph Theory electrik Edition 2000. New York: Springer – Verlag
- Lefebvre, M. 2006. Applied Probability and Statistics. Springer, New York.
- Liu, C.L., "Elements of Discrete Mathematics", New York : McGraw Hill, 1986.
- Rossen, Kenneth H, "Discrete Mathematics and It's Applications", Edisi Ke-3, New York : McGraw Hill, 1995.
- Sardomono Mp, 2011, Statistik Problitas , Tangerang, Penerbit Andi.
- Seymour Lipschut. Ph.D., "Discrete Mathematics", Edisi Ke-3, New York : McGraw Hill, 1976
- Supranto, J. 2001. Pengukuran Tingkat Kepuasan Pelanggan. Rineka Cipta, Jakarta
- Walpole, R.E., R.H. Myers., S.L. Myers., and K. Ye. 2012. Probability and Statistics for Engineers and Scientists Edition. 9th Ed. Pearson Education, Boston