

UJI HIDUP DIPERCEPAT PADA DISTRIBUSI EKSPONENSIAL TERSENSOR TIPE II DENGAN TEGANGAN KONSTAN

Oktaviana Prayudhani¹, Triastuti Wuryandari²

¹ Staf Kementerian Tenaga Kerja Pusat

² Staf Pengajar Program Studi Statistika FMIPA UNDIP

Abstract

Accelerated Life Testing (ALT) is used to obtain information quickly on life distribution, failure rates and reliabilities. ALT is achieved by subjecting the test units to conditions such that the failure occur sooner. Prediction of long term reliability can make within a short periode of time. Result from the ALT are used to extrapolate the unit characteristic at any future time and at given normal operating conditions. ALT using a time varying stress application is often used to induce failure in relatively short times. The most basic and useful type of ALT in which the stress on each unit is increased step by step over time, it can substantially shorten the duration of the reliability test. The life distribution which used in reliability test is exponential distribution. By using Maximum Likelihood Estimation is obtained point estimation of parameter on step stress, and povital quantity is obtained confidence interval for parameter. From this estimation Mean Time to Failure (MTTF) and reliability of product under normal operating condition

Keyword: Accelerated Life Testing (ALT), Step Stress, Exponential Distribution, Maximum Likelihood Estimation, Povital Quantity

1. Latar Belakang Masalah

Analisis statistik waktu hidup telah dikembangkan menjadi topik yang penting di berbagai bidang, terutama di bidang teknik mesin (*engineering*) dan ilmu pengetahuan biomedis. Aplikasi analisis distribusi waktu hidup berkisar pada penyelidikan daya tahan produk sampai dengan penelitian mengenai suatu penyakit^[2].

Dalam dunia bisnis/usaha suatu produk, daya tahan produk yang dihasilkan adalah hal yang sangat penting dan berhubungan erat dengan proses pemasaran. Misalnya sebelum memasarkan suatu produk, perusahaan harus mengetahui keandalannya. Untuk mengukur karakteristik hidup suatu produk dan memperoleh keandalannya, biasanya dilakukan dengan cara mengoperasikan produk di bawah kondisi normal. Cara tersebut kadang-kadang mengalami banyak kesulitan, antara lain karena kemajuan teknologi. Beberapa produk yang dihasilkan mempunyai keandalan yang tinggi sehingga waktu hidupnya lama. Kesulitan yang lain berhubungan dengan pemasaran, yaitu tersedianya waktu yang sempit antara merancang produk dan memasarkannya, sementara saat ini dalam pemasaran, waktu menjadi hal yang sangat diperhitungkan. Dengan kesulitan tersebut, para praktisi keandalan telah merancang metode untuk memaksa produk supaya gagal lebih cepat dibandingkan ketika berada di bawah kondisi normal, yaitu dengan cara memahami model kegagalan produk dan karakteristik hidupnya. Dengan kata lain mempercepat kegagalan produk atau Uji Hidup Dipercepat (UHD)^[4].

Untuk memperoleh percepatan kegagalan dapat dilakukan dengan cara percepatan tingkat penggunaan, yaitu dengan mengoperasikan produk secara terus-menerus dan percepatan tingkat tegangan, yaitu dengan menaikkan temperatur, voltase, kelembaban, getaran, dan lain-lain serta dapat juga dilakukan pada kombinasi kondisi tersebut^[1]. Dalam UHD digunakan model yang menghubungkan distribusi tahan hidup pada kondisi dipercepat dengan distribusi tahan hidup kondisi normal, yang berarti bahwa pengujian pada kondisi dipercepat harus dirancang sedemikian rupa sehingga mekanisme kegagalan

identik dengan penggunaan di bawah kondisi normal. Parameter-parameter diestimasi dari data hidup dipercepat. Distribusi yang sering digunakan dalam UHD adalah distribusi Weibull, eksponensial, log-normal, dan gamma.

Dalam tulisan ini, distribusi yang digunakan adalah distribusi tahan hidup eksponensial karena merupakan distribusi yang paling sederhana dan menduduki posisi yang penting dalam analisis uji hidup. Sebagai contoh, pada akhir tahun 1940an, peneliti-peneliti memilih distribusi eksponensial untuk menggambarkan pola hidup dari sistem elektronik^[3].

2. Konsep Dasar Uji Tahan Hidup

Data tahan hidup merupakan interval waktu yang diamati dari suatu objek saat pertama kali masuk ke dalam pengamatan sampai dengan objek tersebut tidak berfungsi atau mati. Misalnya interval waktu yang mengukur kerusakan suatu produk, matinya suatu makhluk hidup, atau kambuhnya suatu penyakit.

Fungsi-fungsi pada distribusi waktu hidup merupakan suatu fungsi yang menggunakan variabel random waktu hidup. Variabel random waktu hidup biasanya dinotasikan dengan huruf T dan akan membentuk suatu distribusi. Distribusi waktu hidup dijelaskan oleh tiga fungsi, yaitu fungsi tahan hidup $S(t)$, fungsi densitas peluang $f(t)$ dan fungsi kegagalan/fungsi *hazard* $h(t)$. Ketiga fungsi tersebut ekuivalen secara matematik, yang berarti jika salah satu dari ketiga fungsi tersebut diketahui, maka fungsi yang lain dapat diturunkan.

2.1. Fungsi Tahan Hidup

Ketahanan hidup (reliabilitas) adalah peluang suatu produk akan beroperasi dengan baik untuk periode yang telah ditetapkan di bawah kondisi yang ditentukan, seperti suhu dan tegangan, tanpa kegagalan. Dirumuskan sebagai:

$$\begin{aligned} S(t) &= P(\text{objek hidup lebih dari waktu } t) \\ &= P(T > t) \\ &= 1 - P(\text{objek gagal sebelum waktu } t) \\ &= 1 - P(T \leq t) \end{aligned}$$

2.2. Fungsi Densitas Peluang

Waktu tahan hidup T mempunyai fungsi densitas peluang yang dinotasikan dengan $f(t)$ dan didefinisikan sebagai peluang kegagalan suatu objek pada interval $(t, t + \Delta t)$ per satuan waktu. Fungsi densitas peluang dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned} f(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{P(\text{objek gagal pada interval } (t, t + \Delta t))}{\Delta t} \right] \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{P(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \right] \end{aligned}$$

2.3. Fungsi Kegagalan (Fungsi Hazard)

Fungsi kegagalan dari waktu tahan hidup T dinotasikan dengan $h(t)$ dan didefinisikan sebagai peluang suatu objek gagal di dalam interval waktu $(t, t + \Delta t)$ dengan diketahui bahwa objek tersebut telah hidup selama waktu t . Fungsi keagalannya dinyatakan dengan:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{P(t < T < t + \Delta t \mid T > t)}{\Delta t} \right]$$

2.4. Tipe Sensor Data

Sensor dilakukan untuk memperpendek waktu percobaan karena untuk mengukur waktu kegagalan atau kematian objek memerlukan waktu yang lama dan biaya yang tidak sedikit. Dalam uji ketahanan terdapat tiga jenis sensor, yaitu:

1. Sensor Tipe I

Sensor tipe I adalah tipe penyensoran di mana percobaan akan dihentikan setelah mencapai waktu T yang telah ditentukan untuk mengakhiri semua n individu yang masuk pada waktu yang sama. Berakhirnya waktu uji T menjelaskan waktu sensor uji, dengan kata lain jika tidak terdapat individu yang hilang secara tiba-tiba, maka waktu tahan hidup observasi tersensor sama dengan lama waktu pengamatan^[3].

2. Sensor Tipe II

Sensor tipe II adalah tipe penyensoran di mana sampel ke- r merupakan observasi terkecil dalam sampel random berukuran n ($1 \leq r \leq n$). Dengan kata lain jika total sampel berukuran n , maka percobaan akan dihentikan sampai diperoleh r kegagalan. Semua unit uji n masuk pada waktu yang sama. Pada sensor tipe II, jika tidak terdapat individu yang hilang, maka waktu tahan hidup observasi tersensor sama dengan waktu tahan hidup observasi tidak tersensor. Kelebihan dari sensor ini adalah dapat menghemat waktu dan biaya^[3].

3. Sensor Tipe III

Dalam sensor tipe III ini, individu atau unit uji masuk ke dalam percobaan pada waktu yang berlainan selama periode waktu tertentu. Beberapa unit uji mungkin gagal/mati sebelum pengamatan berakhir sehingga waktu tahan hidupnya dapat diketahui dengan pasti. Kemungkinan kedua adalah unit uji keluar sebelum pengamatan berakhir, atau kemungkinan ketiga adalah unit uji tetap hidup sampai batas waktu terakhir pengamatan. Untuk objek yang hilang, waktu tahan hidupnya adalah sejak masuk dalam pengamatan sampai dengan waktu terakhir sebelum hilang. Untuk unit uji yang tetap hidup, waktu tahan hidupnya adalah dari mulai masuk pengamatan sampai waktu pengamatan berakhir^[3].

Penyensoran data dapat disebabkan oleh beberapa hal, antara lain:

- a. Data hilang
- b. Data keluar (withdrawals)
- c. Berakhir waktu pengamatan

Percobaan juga dapat dilakukan tanpa menggunakan ketiga tipe penyensoran tersebut, yaitu dengan sampel lengkap. Sampel lengkap berarti bahwa nilai kegagalan dari semua unit sampel yang diobservasi dapat diketahui. Percobaan akan berhenti jika semua sampel yang diamati mengalami kegagalan.

2.5. Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial merupakan bentuk khusus dari distribusi Weibull dan dijelaskan oleh tingkat kegagalan yang tetap. Tingkat kegagalan yang besar berarti risiko kegagalan tinggi dan tahan hidup pendek, sedangkan tingkat kegagalan yang kecil berarti risiko kegagalan rendah dan tahan hidup lama.

Jika T adalah waktu tahan hidup yang mengikuti distribusi eksponensial dengan parameter θ , fungsi densitas peluang distribusi eksponensial (t, θ) adalah

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-t/\theta} & t \geq 0, \theta > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

dengan θ adalah rata-rata waktu kegagalan dan t adalah waktu percobaan.

Fungsi distribusi kumulatif distribusi eksponensial adalah $F(t) = \int_0^t f(x) dx = 1 - e^{-t/\theta}$

Fungsi tahan hidupnya adalah $S(t) = 1 - F(t) = e^{-t/\theta}$

Fungsi keagalannya adalah $h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{1}{\theta}$

3. Pembahasan

3.1. Uji Hidup Dipercepat

Uji Hidup Dipercepat (UHD) adalah uji yang dilakukan terhadap suatu produk atau komponen untuk kondisi yang lebih keras dibandingkan dengan ketika produk berada di bawah kondisi normal, dengan kata lain uji untuk mempercepat kegagalan produk.

Terdapat dua metode untuk mendapatkan kegagalan dalam waktu yang lebih cepat, yaitu metode percepatan tingkat penggunaan dan metode percepatan tingkat tegangan. Metode percepatan tingkat penggunaan dilakukan dengan cara pemakaian produk secara terus-menerus melebihi penggunaan kondisi normal. Metode percepatan tingkat tegangan dilakukan dengan cara menerapkan tegangan-tegangan yang lebih tinggi dari tingkat penggunaan kondisi normal. Metode percepatan tingkat tegangan dibagi menjadi dua jenis, yaitu:

1. UHD tegangan konstan

Dalam UHD tegangan konstan, tiap benda dioperasikan pada tegangan yang lebih tinggi yang konstan. Tahan hidup benda pada tegangan normal diperkirakan dengan metode regresi, yaitu dianggap adanya model hubungan antara tahan hidup dan tegangan konstan tersebut.

2. UHD tegangan bertingkat

Dalam UHD tegangan bertingkat, tegangan pada tiap unit tidak perlu konstan, tetapi dapat dinaikkan menjadi tingkat yang diinginkan pada waktu yang direncanakan. Benda diuji mulai pada tegangan rendah yang ditentukan, dapat digunakan tegangan normal (UHD parsial), atau tegangan yang lebih tinggi dari tegangan normal (UHD penuh).

3.2. Model Data Kegagalan Dipercepat

Sering diasumsikan bahwa transformasi skala waktu (faktor percepatan) $A_F > 1$ adalah konstan, dan disebut percepatan linier. Hubungan antara kondisi dipercepat dan kondisi normal ditunjukkan sebagai berikut:

- Hubungan antara waktu kegagalan pada kondisi normal dan tegangan adalah

$$t_o = A_F \times t_s$$

- Fungsi distribusi kumulatif $F_o(t) = F_s\left(\frac{t}{A_F}\right)$

- Fungsi densitas peluang $f_o(t) = \left(\frac{1}{A_F}\right) f_s\left(\frac{t}{A_F}\right)$

• Fungsi kegagalan
$$h_o(t) = \frac{f_o(t)}{1 - F_o(t)} = \frac{\left(\frac{1}{A_F}\right) f_s\left(\frac{t}{A_F}\right)}{1 - F_s\left(\frac{t}{A_F}\right)} = \left(\frac{1}{A_F}\right) h_s\left(\frac{t}{A_F}\right)$$

dengan

- t_o : waktu kegagalan pada kondisi operasi normal
- t_s : waktu kegagalan pada kondisi operasi dipercepat
- A_F : faktor percepatan (*Acceleration Factor*)
- $F_o(t)$: fungsi distribusi kumulatif waktu kegagalan pada saat kondisi operasi normal
- $F_s(t)$: fungsi distribusi kumulatif waktu kegagalan pada saat kondisi operasi dipercepat
- f_o : fungsi densitas peluang waktu kegagalan pada saat kondisi operasi normal
- f_s : fungsi densitas peluang waktu kegagalan pada saat kondisi operasi dipercepat
- h_o : fungsi kegagalan pada saat kondisi operasi normal
- h_s : fungsi kegagalan pada saat kondisi operasi dipercepat

3.3. UHD Tegangan Bertingkat Parsial Distribusi Eksponensial

Misalkan n benda dipasang pada uji hidup dengan tegangan normal S_o . Setelah terdapat r benda mengalami kegagalan, dengan $r < n$, tegangan segera diubah menjadi S_1 yang lebih kuat dari tegangan normal dan berlaku untuk $(n-r)$ benda sisanya diamati sampai semua mengalami kegagalan.

Tahan hidup terurut di bawah tegangan S_o adalah $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_r \leq \dots \leq t_n$ dan yang benar-benar diamati hanya $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_r$, dalam hal ini data tahan hidupnya adalah tersensor tipe II. Tahan hidup terurut yang diamati di bawah S_1 adalah $y_{r+1} \leq y_{r+2} \dots \leq y_n$, sehingga data tahan hidup tegangan bertingkat parsial dapat ditulis sebagai $t_1 \leq \dots \leq t_r \leq y_{r+1} \leq \dots \leq y_n$. Dalam uji hidup tegangan bertingkat parsial, semua benda diamati sampai gagal, maka data tahan hidupnya adalah sampel lengkap. Dari data tahan hidup tersebut dapat dinyatakan model sebagai berikut^[6]:

$$\begin{aligned} y_{r+i} &= t_r + \frac{1}{\alpha_F} (t_{r+i} - t_r) \quad i = 1, 2, \dots, (n - r) \\ &= t_r + \frac{1}{\alpha_F} t_{r+i} - \frac{1}{\alpha_F} t_r \\ &= \frac{1}{\alpha_F} t_{r+i} + \left(1 - \frac{1}{\alpha_F}\right) t_r \end{aligned} \tag{3.1}$$

dengan

- α_F : percepatan linier
- t_r : waktu kegagalan ke- r
- t_{r+i} : waktu tahan hidup setelah diperoleh r kegagalan

Fungsi peluang bersama $t_1 \leq \dots \leq t_r \leq y_{r+1} \leq \dots \leq y_n$ dapat diperoleh dari fungsi peluang bersama $(t_1, \dots, t_r, t_{r+1}, \dots, t_n)$, dengan t_1, \dots, t_r dan variabel sisanya, yaitu t_{r+1}, \dots, t_n ditransformasikan dengan:

$$y_{r+i} = \frac{1}{\alpha_F} t_{r+i} + \left(1 - \frac{1}{\alpha_F}\right) t_r$$

$$t_{r+i} = \alpha_F y_{r+i} - (\alpha_F - 1)t_r \quad i = 1, 2, \dots, (n-r). \tag{3.2}$$

Dengan menggunakan transformasi tersebut, maka fungsi peluang bersama dari $(t_1, \dots, t_r, t_{r+1}, \dots, y_n)$, yaitu^[6]:

$$f(t, y) = n! \prod_{i=1}^r f(t_i) \prod_{i=1}^{n-r} f(t_{r+i}) \alpha_F^{n-r}$$

$$= n! \prod_{i=1}^r \left(\frac{1}{\theta} e^{-t_i / \theta}\right) \prod_{i=1}^{n-r} \left(\frac{1}{\theta} e^{-(\alpha_F y_{r+i} - (\alpha_F - 1)t_r) / \theta}\right) \alpha_F^{n-r} \tag{3.3}$$

Dalam Persamaan (3.3), terdapat dua buah parameter, yaitu θ dan α_F dengan θ adalah rata-rata kegagalan di bawah kondisi normal dan α_F adalah percepatan linier kondisi normal terhadap kondisi bertingkat. Untuk memperoleh estimator dari kedua parameter tersebut, digunakan metode maksimum likelihood.

Fungsi likelihood dari Persamaan (3.3) adalah:

$$L = n! \frac{1}{\theta^r} \exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^r t_i}{\theta}\right] \left[\frac{\alpha_F}{\theta}\right]^{n-r} \exp\left[-\frac{\alpha_F}{\theta} \sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} + \frac{(\alpha_F - 1)(n-r)t_r}{\theta}\right] \tag{3.4}$$

Fungsi log-likelihood dari Persamaan (3.4) adalah:

$$\ell = \ln n! + \ln \frac{1}{\theta^r} + \ln \exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^r t_i}{\theta}\right] + \ln \left[\frac{\alpha_F}{\theta}\right]^{n-r} + \ln \exp\left[-\frac{\alpha_F}{\theta} \sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} + \frac{(\alpha_F - 1)(n-r)t_r}{\theta}\right]$$

$$= \ln n! - r \ln \theta - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^r t_i + (n-r) \ln[\alpha_F] - (n-r) \ln[\theta] - \frac{\alpha_F}{\theta} \sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} + \left(\frac{\alpha_F}{\theta} - \frac{1}{\theta}\right)(n-r)t_r \tag{3.5}$$

Untuk memaksimumkan, Persamaan (3.5) diturunkan terhadap θ atau $\frac{\partial \ell}{\partial \theta} = 0$

$$\hat{\alpha}_F = \frac{n\theta - \sum_{i=1}^r t_i - (n-r)t_r}{\sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} - (n-r)t_r} \tag{3.5 a}$$

Jika $\frac{\partial \ell}{\partial \alpha_F} = 0$ maka $\hat{\alpha}_F = \frac{\theta(n-r)}{\sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} - (n-r)t_r}$ (3.5 b)

Untuk mencari estimasi parameter dari θ , dapat diperoleh dengan cara mensubstitusikan Persamaan (3.5 a) ke Persamaan (3.5 b), yaitu:

$$\begin{aligned}
 \hat{\alpha}_F &= \frac{\theta(n-r)}{\sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} - (n-r)t_r} \\
 \frac{n\theta - \sum_{i=1}^r t_i - (n-r)t_r}{\sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} - (n-r)t_r} &= \frac{\theta(n-r)}{\sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} - (n-r)t_r} \\
 n\theta - \theta(n-r) &= \sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r \\
 \theta(n-n+r) &= \sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r \\
 \hat{\theta} &= \frac{\sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r}{r} \tag{3.6}
 \end{aligned}$$

Persamaan (3.6) adalah estimasi rata-rata waktu kegagalan di bawah kondisi operasi normal S_o , yang merupakan waktu kegagalan tersensor tipe II.

Rata-rata waktu kegagalan pada kondisi dipercepat bertingkat, dinotasikan dengan θ_s , adalah pembagian antara rata-rata waktu kegagalan pada kondisi operasi normal terhadap percepatan liniernya, yaitu:

$$\begin{aligned}
 \alpha_F &= \frac{\theta(n-r)}{\sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} - (n-r)t_r} \\
 \hat{\theta}_s &= \frac{\sum_{i=1}^{n-r} y_{r+i} - (n-r)t_r}{(n-r)} \tag{3.7}
 \end{aligned}$$

3.4. Interval Konfidensi untuk Rata-rata Waktu Tahan Hidup

Untuk menghitung interval konfidensi $(1-\alpha)100\%$ untuk $\hat{\theta}$, digunakan *pivotal quantity* $V = \frac{2T}{\theta}$ dengan $T = \sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r$ yang berdistribusi chi-kuadrat dengan

derajat bebas $2r$. Interval konfidensi $(1-\alpha)100\%$ untuk $\hat{\theta}$ adalah:

$$\frac{2T}{\chi_{(2r);\alpha/2}^2} < \hat{\theta} < \frac{2T}{\chi_{(2r);1-\alpha/2}^2} \tag{3.8}$$

3.5. Aplikasi UHD Tegangan Bertingkat Parsial Sampel Lengkap Berdistribusi Eksponensial pada Pengujian Isolasi Minyak Trafo

Dilakukan uji hidup dipercepat terhadap 40 unit trafo dengan temperatur normal 30^0C , setelah diperoleh kegagalan sebanyak 12 unit, temperatur segera diubah menjadi 80^0C dan diamati sampai semua gagal. Data diperoleh dari *Reliasoft Corporation, 2007*. Waktu kegagalan isolasi minyak sebagai berikut:

Tabel 1. Data Waktu Kegagalan (menit) Isolasi Minyak pada Trafo

26	44	63	68	69	72	72	73	77	93
96	99	99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+
99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+
99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+	99+

Sumber: Reliasoft Corporation, 2007

Pada saat diperoleh 12 isolasi minyak yang gagal, waktu tersensor untuk 28 unit sisanya adalah 99 menit. Diasumsikan data berdistribusi eksponensial dengan faktor percepatan A_F . Estimasi rata-rata hidup pada kondisi operasi normal, dan ketahanan isolasi minyak pada trafo yang dioperasikan pada kondisi normal selama t menit.

3.5.1. Uji Kecocokan Data dengan Distribusi Eksponensial

Dengan statistik Kolmogorov Smirnov, dapat dibuktikan bahwa data tahan hidup isolasi minyak pada trafo berdistribusi eksponensial.

Dari data yang ada diperoleh $D_n^+ = 0,1763$ dan $D_n^- = 0,201304$, sehingga $D_{40} = \max(D_{40}^+, D_{40}^-) = \max(0,1763; 0,201304) = 0,201304$. Dengan tingkat signifikansi 5%, berdasarkan tabel Kolmogorov-Smirnov, diperoleh nilai $D_{40}^{0,05} = 0,210$. Karena $D_{40} = 0,201304 < D_{40}^{0,05} = 0,210$, maka H_0 diterima yang berarti bahwa data tahan hidup isolasi minyak pada trafo cocok digunakan dalam fungsi tahan hidup distribusi eksponensial.

3.5.2. Inferensi Statistik UHD Tegangan Bertingkat Parsial pada Pengujian Isolasi Minyak Trafo

Dengan metode Maksimum Likelihood diperoleh estimasi rata-rata waktu kegagalan di bawah kondisi operasi normal, yaitu $\hat{\theta} = 302$ menit. Nilai ini diperoleh dari Persamaan (3.6) dengan $n = 40$, $r = 12$, dan $t_r = 99$, yaitu:

$$\hat{\theta} = \frac{(26 + 44 + \dots + 99) + (28 \times 99)}{12} = \frac{852 + 2772}{12} = 302.$$

Karena waktu kegagalan ke-12 adalah 99 menit, maka pada saat itu juga 28 isolasi minyak trafo yang masih bertahan mempunyai waktu tersensor 99 menit. Trafo yang masih bertahan tersebut ditempatkan pada temperatur yang telah dinaikkan, yaitu 80⁰C.

Dengan metode MLE diperoleh estimasi rata-rata waktu kegagalan setelah temperatur ditingkatkan, yaitu $\hat{\theta}_s = 181,536$., dengan $(n-r) = 28$ dan $t_r = 99$, yaitu:

$$\hat{\theta}_s = \frac{(106 + 124 + \dots + 544) - (28 \times 99)}{28} = \frac{7855 - 2772}{28} = 181,5357.$$

Jadi pada UHD tegangan bertingkat pada pengujian isolasi minyak trafo dengan temperatur 30⁰C mempunyai percepatan linier terhadap pengujian isolasi minyak trafo pada temperatur 80⁰C sebesar

$$\hat{\alpha}_F = \frac{\hat{\theta}}{\hat{\theta}_s} = \frac{302}{181,5357} = 1,6636.$$

Dari estimasi parameter yang diperoleh pada percepatan bertingkat, maka akan diperoleh nilai estimasi parameter untuk kondisi operasi normal. Diasumsikan faktor percepatan antara kondisi operasi normal dan kondisi dipercepat adalah A_F . A_F ditentukan

oleh penguji sesuai dengan bidang ilmu yang diamati. Hubungan antara estimasi rata-rata waktu kegagalan pada kondisi dipercepat bertingkat dan kondisi operasi normal adalah:

$$\hat{\theta}_o = A_F \times \hat{\theta}_s = A_F \times 181,5357 = 181,5357 A_F \text{ menit.}$$

Sehingga maka fungsi kegagalan isolasi minyak pada trafo ketika dioperasikan pada kondisi normal adalah:

$$h_o(t) = \frac{1}{\theta_o} = \frac{1}{181,5357 A_F} = \frac{5,505086 \cdot 10^{-3}}{A_F} \text{ kegagalan per menit.}$$

Fungsi tahan hidup ketika isolasi minyak trafo tersebut dioperasikan selama t menit di bawah operasi normal adalah:

$$S_o(t) = e^{-\left(\frac{t}{181,5357 A_F}\right)}.$$

Misalkan untuk waktu 600 menit di bawah kondisi normal, maka nilai reliabilitas dari isolasi minyak pada trafo tersebut adalah:

$$S_o(t) = e^{-\left(\frac{600}{181,5357 A_F}\right)} = e^{-\left(\frac{3,3051}{A_F}\right)}$$

Interval konfidensi $(1-\alpha)100\%$ untuk $\hat{\theta}$ adalah:

$$\Leftrightarrow \frac{2T}{\chi_{(2r); \alpha/2}^2} < \hat{\theta} < \frac{2T}{\chi_{(2r); 1-\alpha/2}^2} \Leftrightarrow 184,1276 < \hat{\theta} < 584,4690.$$

Kegagalan isolasi minyak pada:

a. Persentil 10 kondisi normal terhadap kondisi dipercepat mempunyai percepatan linier,

$$\alpha_F = \frac{31,8189}{19,1267} = 1,6636.$$

b. Persentil 50 kondisi normal terhadap kondisi dipercepat mempunyai percepatan linier,

$$\alpha_F = \frac{209,330}{125,831} = 1,6636.$$

c. Persentil 95 kondisi normal terhadap kondisi dipercepat mempunyai percepatan linier,

$$\alpha_F = \frac{904,711}{543,832} = 1,6636.$$

4. Kesimpulan

Kesimpulan dari pembahasan tulisan ini adalah sebagai berikut:

1. Uji Hidup Dipercepat (UHD) tegangan bertingkat merupakan suatu uji hidup di mana benda diuji pada kondisi yang lebih keras dibandingkan dengan ketika benda berada di bawah kondisi normal dengan meningkatkan tegangan pada waktu yang ditentukan.
2. Parameter di bawah kondisi operasi normal diestimasi melalui data pada kondisi dipercepat dengan menggunakan suatu percepatan linier yang menghubungkan kedua kondisi tersebut.
3. Distribusi eksponensial merupakan distribusi yang paling sering digunakan karena kemudahannya dan kesederhanaannya.
4. Dengan Uji Hidup Dipercepat, inferensi statistik data hidup dapat diperoleh lebih cepat karena waktu yang dibutuhkan lebih singkat.

DAFTAR PUSTAKA

1. Elsayed, E.A., *Reliability Engineering*, Addison Wesley Longman, New York, 1996.
2. Lawless, J. F., *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley & Sons, Inc., Canada, 1982.
3. Lee, E.T., *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., Canada, 1992.
4. Reliasoft Corporation, *What is Accelerated Testing?*, Accelerated Life Testing Reference, 2007, URL: <http://www.reliasoft.com/>
5. Widiharih, T., dan Suparti, *Buku Ajar Statistika Matematika II*, Laboratorium Statistika Jurusan Matematika FMIPA UNDIP, Semarang, 2003.
6. Zanzawi, S., Suatu Studi Tentang Uji Hidup Dipercepat Tegangan Bertingkat: Perkembangan Mutakhir, *Jurnal Matematika, Sains dan Teknologi*, 2003, Volume 4.