Saintia Matematika ISSN: 2337-9197
Vol. 2, No. 2 (2014), pp. 137–145.

PENERAPAN METODE *BRANCH AND BOUND* DALAM MENENTUKAN JUMLAH PRODUKSI OPTIMUM PADA CV. XYZ

Angeline, Iryanto, Gim Tarigan

Abstrak. *CV. XYZ merupakan sebuah industri manufacturing yang bergerak dibidang industri konveksi. Industri ini tidak memiliki metode tertentu yang pasti dalam menentukan jumlah produksi masing-masing jenis celana. Oleh karena itu, perlu dilakukan penelitian apakah jumlah produksi yang selama ini dihasilkan sudah optimal atau belum. Metode yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah metode program integer yaitu metode Branch and Bound. Penelitian ini ditinjau berdasarkan jumlah persediaan bahan baku, permintaan pasar, laba, dan waktu pembuatan tiap celana. Hasil penelitian diperoleh bahwa jumlah poduksi optimal dari masing-masing jenis celana (celana panjang pria, celana panjang wanita, celana pendek pria, celana pendek wanita) dapat diperoleh dalam 3 alternatif yaitu 1.600 buah, 900 buah, 1.231 buah, 874 buah; 1.600 buah, 898 buah, 1.231 buah, 874 buah; 1.600 buah, 897 buah, 1.231 buah, 874 buah dengan keuntungan sebesar Rp. 53.292.000,00 per bulan.*

1. PENDAHULUAN

Produksi barang dan produksi jasa merupakan salah satu bidang usaha yang sedang berkembang pesat di dunia. Perkembangan ini menyebabkan

Received 16-01-2014, Accepted 07-03-2014.
2010 Mathematics Subject Classification: 90C57
Key words and Phrases: Optimum, Program Integer, Metode *Branch and Bound*.

persaingan di bidang industri semakin ketat dengan munculnya berbagai jenis perusahaan industri.

Setiap industri pasti ingin menjadi yang terdepan dan mencapai tujuan untuk mendapatkan hasil yang optimal dengan batasan-batasan sumber yang ada. Batasan-batasan tersebut dapat berupa bahan baku, peralatan, mesin, waktu, biaya, dan tenaga kerja.

CV. XYZ merupakan sebuah industri *manufacturing* yang bergerak dalam industri konveksi. Pada umumnya, industri ini tidak memiliki metode tertentu yang pasti dalam menentukan jumlah produksi masing-masing jenis celana. Oleh karena itu, penulis menggunakan metode *Branch and Bound* untuk mengetahui efektivitas dari metode tersebut dalam menentukan jumlah produksi yang optimal pada CV. XYZ.

Metode *Branch and Bound* sering digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan program integer karena hasil yang diperoleh dalam penyelesaian optimal lebih teliti dan lebih baik dari metode lain. Metode ini dikatakan lebih teliti dan lebih baik dari metode lain karena hasil optimal yang diperoleh biasanya lebih dari satu sehingga penulis dapat menentukan mana hasil yang paling optimal dari hasil-hasil yang telah diperoleh tersebut[4].

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menerapkan metode *Branch and Bound* dalam menentukan jumlah produksi masing-masing jenis celana yang optimal pada CV. XYZ. Dalam menentukan jumlah produksi pada CV. XYZ, analisa yang dilakukan berdasarkan jumlah persediaan bahan baku, permintaan pasar, laba, waktu pembuatan celana, dan analisa ini tidak mengikutsertakan faktor ketidakpastian (*uncertainty*).

2. LANDASAN TEORI

Program Integer

Program integer adalah suatu bentuk dari program matematikal. Program integer adalah suatu kasus khusus dari program linier di mana semua (atau beberapa) variabel dibatasi sebagai bilangan cacah tak negatif. Apabila semua variabel dibatasi sebagai bilangan cacah, problemanya disebut sebagai *pure integer programming* dan apabila beberapa variabel tertentu dibatasi sebagai bilangan cacah sedangkan yang lain tidak, problemanya disebut *mixed integer programming.* Suatu bentuk khusus dari program integer ialah suatu kasus di mana variabel dibatasi harus berharga nol atau satu. Kalau variabel dibatasi seperti ini, maka problemnya disebut *zero-*

one integer programming. Metode simpleks adalah basis untuk penyelesaian problema program linier di mana disyaratkan bahwa semua variabel adalah tak negatif. Tetapi untuk menyelesaikan problema (model) program linier bilangan bulat terdapat beberapa cara. Hanya saja, baik program linier maupun program linier bilangan bulat, mulai dengan ruang yang sama yaitu ruang penyelesaian layak (*feasible*). Tetapi, karena adanya persyaratan bilangan cacah bagi problem kedua yang berarti munculnya batasan tambahan menyebabkan adanya suatu pengurangan dari ruang penyelesaian layak.

Bentuk umum program integer dapat dirumuskan sebagai berikut:
Maksimumkan:

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \quad (\geq, =, \leq) \quad b_i; \quad i = 1, 2, ..., m$$

$x_j \geq 0$ semua bilangan cacah, j = 1, 2, ..., n
di mana a_{ij}, b_i, dan c_j adalah konstanta[2].

Metode *Branch and Bound*

Metode *Branch and Bound* mula-mula dipakai dan dikembangkan oleh Land and Doig (1960) untuk menyelesaikan program integer yang kemudian dimodifikasi oleh Dakin (1965) dan telah dengan sukses menerapkannya di dalam kitab undang-undang hukum dagang banyak orang dalam memecahkan persoalan program integer[3].

Metode ini telah menjadi kode komputer standar untuk program integer, dan penerapan-penerapan dalam praktek tampaknya menyarankan bahwa metode ini lebih efisien dibanding pendekatan *Gomory.* Teknik ini dapat diterapkan baik untuk masalah *pure programming* maupun *mixed programming*[4].

Prosedur dari metode *Branch and Bound* dalam program integer dapat diuraikan sebagai berikut:

Asumsikan suatu masalah program integer.
Maksimumkan:

$$z = c.x$$

Kendala:

$$x \in S_0 \quad \text{di mana} \quad S_0 = \{x \mid Ax = b, x \geq 0, \text{dan integer}\}$$

Ide umum dari metode *Branch and Bound* adalah pertama untuk menyelesaikan problema sebagai model kontinu, yakni menyelesaikan program integer sebagai program linier:
Maksimumkan:

$$z = c.x$$

Kendala:

$$x \in S_0 \quad \text{di mana} \quad S_0 = \{x \mid Ax = b, x \geq 0\}$$

Andaikan bahwa x_r merupakan peubah yang berkendala integer yang mempunyai nilai optimum kontinu x_r^* yang pecahan. Hasil dari $\lfloor x_r^* \rfloor < x_r < \lfloor x_r^* \rfloor + 1$ tidak memuat solusi integer yang layak. Sebagai akibatnya nilai integer layak dari x_r harus memenuhi salah satu dari dua kondisi berikut yakni:

$$x_r \leq \lfloor x_r^* \rfloor \text{ atau } x_r \geq \lfloor x_r^* \rfloor + 1$$

Kedua kondisi ini bilamana diaplikasikan untuk model yang kontinu maka hasilnya merupakan dua problema saling lepas (*mutually exclusive*) dengan himpunan kendala sebagai berikut:

(a) $T_1 = \{x \mid Ax = b, x_r \leq \lfloor x_r^* \rfloor, x \geq 0\}$

(b) $T_2 = \{x \mid Ax = b, x_r \leq \lfloor x_r^* \rfloor + 1, x \geq 0\}$

dan bilamana kendala-kendala integernya dimasukkan, maka diperoleh himpunan:

$$S_1 = \{x \mid Ax = b, x_r \leq \lfloor x_r^* \rfloor, x \geq 0, \text{dan integer}\} \text{ dan}$$

$$S_2 = \{x \mid Ax = b, x_r \leq \lfloor x_r^* \rfloor + 1, x \geq 0, \text{dan integer}\}$$

Sebenarnya bentuk ini merupakan pemisahan dari S_0, yakni $S_1 \cup S_2 = S_0, S_1 \cap S_2 = \oslash$. Solusi optimal x^* dari problema yang diberikan, harus berada di salah satu S_1 atau S_2 dan harus juga merupakan solusi optimal dari salah satu subproblema berikut:

(a) Maksimumkan $z = c.x$ kendala $x \in S_1$

(b) Maksimumkan $z = c.x$ kendala $x \in S_2$

Subproblema-subproblema ini dapat lagi diselesaikan dengan mengulangi proses yang sama dengan merelaksasi kendala integernya dan mencabangkan kembali bila solusi optimal mempunyai komponen yang bernilai pecahan atau tidak integer. Proses percabangan ini akan membangun pohon keputusan, dengan setiap node k dari pohon keputusan tersebut berhubungan dengan sebuah subproblema: Maksimumkan $z = c.x$ kendala $x \in S_k$. Jika solusi optimal yang berhubungan dengan program linier tersebut layak (memenuhi) atau mempunyai komponen-komponen bulat, maka solusi ini dicatat dan nilai objektifnya merupakan batas bawah untuk nilai optimum. Dalam kasus seperti ini tidak perlu dilakukan percabangan lebih jauh lagi dari subproblema ini dan node yang demikian difathom atau dipangkas. Node yang belum terfathom disimpan dalam *master list*. Pada beberapa node, nilai optimal (nilai integer terbesar yang lebih kecil atau sama dengan nilai optimum jika fungsi objektif mempunyai koefisien-koefisien integer) $\overline{z_k}$ dari program linier yang bersangkutan merupakan sebuah batas atas untuk nilai optimum dari semua turunannya. Jika batas atas tersebut lebih kecil dari batas bawah terbaik yang ada, maka subproblema ini tidak dicabangkan lagi. Proses *Branch and Bound* diteruskan sampai setiap subproblema berhenti karena salah satu dari dua alasan berikut, yakni

(i) Sebuah solusi integer, atau

(ii) Batas atas lebih kecil dari batas bawah yang ada sekarang[4].

3. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan studi yang berhubungan dengan program integer dan metode *Branch and Bound* dari jurnal, artikel, dan buku.
2. Melakukan peninjauan secara langsung pada CV. XYZ.
3. Pengumpulan data.
   Dalam penelitian ini, data yang dibutuhkan antara lain:

a. Keuntungan (laba) dari masing-masing jenis celana.

b. Jumlah persediaan bahan baku.

c. Jumlah permintaan pasar.

d. Jumlah bahan baku yang dibutuhkan dalam membuat celana.

e. Waktu pembuatan tiap celana.

4. Analisa dan pengolahan data.

a. Data yang diperoleh diformulasikan ke dalam bentuk program linier.

b. Model yang telah diubah diselesaikan dengan menggunakan metode *Branch and Bound*.

5. Pembahasan masalah.

6. Membuat kesimpulan.

4. PEMBAHASAN

Asumsikan:
x_1 = Jumlah celana panjang pria per *piece*
x_2 = Jumlah celana panjang wanita per *piece*
x_3 = Jumlah celana pendek pria per *piece*
x_4 = Jumlah celana pendek wanita per *piece*

Dalam mengoptimalkan jumlah produksi masing-masing celana, metode yang akan digunakan adalah Metode *Branch and Bound*. Pertama-tama, permasalahan di atas diformulasikan ke dalam model program integer menjadi:

Fungsi tujuan:
Maksimum:

$$z = 13.000x_1 + 10.000x_2 + 12.000x_3 + 10.000x_4$$

Kendala:

1. Kendala persediaan bahan baku.

$$1,2x_1 + 1,1x_2 + x_3 + x_4 \leq 55.000$$

$$0,6x_1 + 0,4x_2 + 0,6x_3 + 0,4x_4 \leq 12.000$$

2. Kendala waktu pembuatan celana

$$x_1 + 0,75x_2 + x_3 + 0,75x_4 \leq 4.160$$

3. Kendala dari jumlah permintaan.

$$x_1 \leq 1.600$$

$$x_2 \leq 900$$

$$x_3 \leq 1.250$$

$$x_4 \leq 875$$

Bentuk standarnya menjadi

Maksimum:

$$z = 13.000x_1 + 10.000x_2 + 12.000x_3 + 10.000x_4$$

Kendala:

$$1,2x_1 + 1,1x_2 + x_3 + x_4 + s_1 \leq 55.000$$

$$0,6x_1 + 0,4x_2 + 0,6x_3 + 0,4x_4 + s_2 \leq 12.000$$

$$x_1 + 0,75x_2 + x_3 + 0,75x_4 + s_3 \leq 4.160$$

$$x_1 + s_4 \leq 1.600$$

$$x_2 + s_5 \leq 900$$

$$x_3 + s_6 \leq 1.250$$

$$x_4 + s_7 \leq 875$$

$$x_j \geq 0; j = 1, 2, 3, 4$$

$$s_i \geq 0; i = 1, 2, 3, ..., 7$$

Dengan menggunakan metode *Branch and Bound*, maka diperoleh jumlah produksi masing-masing jenis celana optimum dalam 3 alternatif yaitu sebagai berikut:

Tabel 1: Jumlah Optimum Tiap Jenis Celana

Jenis Celana	Jumlah Optimum Tiap Celana		
Celana panjang pria	1.600	1.600	1.600
Celana panjang wanita	900	898	879
Celana pendek pria	1.231	1.231	1.231
Celana pendek wanita	872	874	875
Keuntungan	Rp. 53.292.000,00 per bulan		

Metode *Branch and Bound* diharapkan dapat menyelesaikan suatu problem program integer dengan penyelesaian optimal yang lebih teliti dan lebih baik dari metode lain. Metode ini biasanya menghasilkan lebih dari satu solusi optimal, sehingga baik penulis maupun pemimpin industri dapat membandingkan manakah yang merupakan solusi yang paling optimal diantara solusi-solusi yang dihasilkan tersebut.

Adapun kelemahan dari metode *Branch and Bound* ini adalah prosedur dari metode ini sangat panjang karena metode ini mengharuskan pemecahan program linier yang lengkap pada setiap node. Dalam masalah yang besar, metode ini tidaklah efesien karena metode *Branch and Bound* hanya fokus pada solusi yang masih bernilai pecahan dan harus mencabangkan solusi yang masih bernilai pecahan ke dalam sub permasalahan baru sehingga membutuhkan waktu yang lama, terutama ketika satu-satunya informasi yang diperlukan di node tersebut adalah nilai tujuan optimumnya.

5. KESIMPULAN

1. Jumlah produksi optimal tiap jenis celana (celana panjang pria, celana panjang wanita, celana pendek pria, celana pendek wanita) masing-masing dapat diperoleh dalam 3 alternatif yaitu 1.600 buah, 900 buah, 1.231 buah, 874 buah; 1.600 buah, 898 buah, 1.231 buah, 874 buah atau 1.600 buah, 897 buah, 1.231 buah, 875 buah per bulan.

2. Jumlah pendapatan penjualan celana pada CV. XYZ berdasarkan perhitungan dengan metode *Branch and Bound* diperoleh rata-rata Rp. 53.292.000,00 per bulan.

3. Metode *Branch and Bound* dapat dikatakan merupakan metode yang efektif dalam mengoptimalkan suatu permasalahan karena walaupun

prosedur dari metode ini sangat panjang dalam permasalahan yang besar tetapi hasilnya lebih optimal daripada metode lain karena metode ini biasanya menghasilkan hasil optimal lebih dari satu. Dengan demikian, dari hasil-hasil optimal yang didapat dapat dibandingkan manakah yang merupakan hasil yang paling optimal.

Daftar Pustaka

[1] Bangun, E. 2004. Kajian Strategis untuk Menyelesaikan Integer Program dengan Metode Branch and Bound. [Tesis]. Medan: Universitas Sumatera Utara, Program Pascasarjana.

[2] Siagian, P. Penelitian Operasional. Jakarta: Universitas Indonesia, (2006).

[3] Sidabutar, J. 2008. Pengembangan Algoritma Pencarian untuk Menyelesaikan Problema Program Tak Linier Campuran. [Tesis]. Medan: Universitas Sumatera Utara, Program Pascasarjana.

[4] Sitorus, P. 1997. Program Linier. Universitas Trisakti. Jakarta.

Angeline: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: njel92@ymail.com

Iryanto: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: iryanto_hrp@yahoo.co.id

Gim Tarigan: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: gim1@usu.ac.id