

ANALISIS DAN SIMULASI SISTEM ANTRIAN PADA BANK ABC

FARADHIKA ARWINDY, FAIGIZIDUHU BUULOLO,
ELLY ROSMAINI

Abstrak. Kejadian antrian sering kali terjadi pada banyak hal dalam kehidupan sehari-hari, sebagai contoh yaitu antrian pada sistem pelayanan Bank ABC yang merupakan salah satu sarana tempat melakukan berbagai kegiatan perbankan. Terdapat dua tipe pelayanan pada bank ini yaitu Teller dan Customer Service (CS) dengan satu orang petugas pelayanan. Analisis terhadap sistem antrian menunjukkan bahwa model antrian pada Bank ABC saat ini adalah $(M/M/1) : (FIFO/\sim/\sim)$ untuk masing-masing tipe pelayanan. Model antrian pada Teller diubah menjadi model $(M/M/c) : (GD/\sim/\sim)$ dengan nilai $c = 2$. Untuk model ini diperoleh nilai $E(T_i)$ pada Teller adalah 3,51 menit sehingga jawab optimal yaitu dengan menambah petugas Teller menjadi 2 orang, dengan tidak menambah petugas CS. Untuk menilai jawab optimal tersebut digunakan metode simulasi. Setelah dilakukan analisis terhadap data hasil simulasi, diperoleh bahwa hanya dengan penambahan 1 Teller, maka harapan pihak bank sudah dapat dipenuhi. Sedangkan pada CS tidak perlu dilakukan penambahan karena telah sesuai dengan harapan pihak bank. Hasil ini menunjukkan bahwa jawab optimal yang diperoleh dari hasil analisis data hasil pengamatan dapat diterima.

1. PENDAHULUAN

Kebutuhan masyarakat akan jasa yang ditawarkan oleh dunia perbankan mengalami peningkatan yang semakin pesat. Bank ABC merupakan salah

Received 26-01-2014, Accepted 06-03-2014.

2010 Mathematics Subject Classification: 97M40, 60K25

Key words and Phrases: Operasi Riset, Metode Analitis, Teori Antrian, Simulasi, Sistem Antrian, Bank

satu lembaga yang berfungsi sebagai sarana tempat melakukan berbagai kegiatan perbankan. Aktivitas perbankan pada Bank ABC berasal dari masyarakat umum, pegawai dan pensiunan Bank ABC, para pengguna kredit, dan juga para pelajar dengan tabungan pelajar. Dengan banyaknya kegiatan masyarakat yang melakukan aktivitas perbankan, membuat kesibukan pelayanan meningkat sehingga mengakibatkan timbulnya antrian. Bank ABC memiliki dua tipe pelayanan yaitu *Teller* dan *Customer Service* dengan satu orang petugas untuk masing-masing tipe pelayanan.

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis sistem antrian pada Bank ABC dengan metode analitis dan simulasi sehingga dapat menemukan model yang sesuai sehingga dapat mengurangi panjang antrian. Dalam menganalisis sistem antrian pada bank ini digunakan Teori Antrian untuk menemukan ukuran-ukuran dasar antrian. Selain itu dilakukan pula simulasi untuk 20 hari kerja yang berguna untuk menilai jawab optimal yang diperoleh dari hasil analisis data hasil pengamatan yang dilakukan selama 10 hari kerja.

Untuk memecahkan masalah antrian digunakan Teori Antrian[1]. Sedangkan simulasi merupakan suatu aktivitas yang menirukan operasi atau perilaku dari berbagai macam situasi nyata[2].

2. LANDASAN TEORI

Fenomena menunggu dalam suatu sistem antrian merupakan hasil dari keacakan dalam operasional fasilitas pelayanan. Secara umum, kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan tidak diketahui untuk waktu selanjutnya. Untuk itu fasilitas operasional dapat diatur sehingga dapat mengurangi antrian[3].

Teori Antrian

Teori antrian diciptakan pada tahun 1909 oleh ahli matematika dan insinyur berkebangsaan Denmark yang bernama A.K. Erlang. Beliau mengembangkan model antrian untuk menentukan jumlah yang optimal dari fasilitas *Telephone Switching* yang digunakan untuk melayani permintaan yang ada.

Disiplin Pelayanan

Ada empat bentuk disiplin pelayanan yang biasa digunakan dalam praktek, yaitu:

1. *First In First Out* (FIFO) yang artinya adalah yang lebih dahulu datang (tiba) yang lebih dulu dilayani.

2. *Last In First Out* (LIFO) yang artinya adalah yang tiba terakhir yang lebih dulu keluar.
3. *Service In Random Order* (SIRO) yang artinya adalah pemanggilan didasarkan pada peluang secara random, tidak menjadi persoalan siapa yang lebih dulu tiba.
4. *Priority Service* (PS) yang artinya, prioritas pelayanan diberikan kepada mereka yang mempunyai prioritas lebih tinggi.

Pengelompokan Model-model Antrian

Dalam mengelompokkan model-model antrian yang berbeda-beda digunakan suatu notasi yang disebut notasi Kendall yang dituliskan sebagai berikut:

$$(a/b/c) : (d/e/f)$$

Keterangan:

a : distribusi kedatangan

b : distribusi keberangkatan atau waktu pelayanan

c : banyaknya pelayanan paralel

d : disiplin pelayanan

e : jumlah maksimal pengantri dalam sistem (antri dan dilayani)

f : jumlah sumber kedatangan

Sistem Pelayanan Tunggal atau $(M/M/1) : (FIFO/ \sim / \sim)$

Model ini menyatakan bahwa distribusi kedatangan Poisson dan waktu pelayanan Eksponensial, jumlah pelayanan adalah 1, disiplin pelayanannya adalah FIFO, tak berhingga jumlah langganan boleh masuk dalam sistem antrian, dan sumber kedatangan tak berhingga. Berdasarkan analisis terhadap pola kedatangan dari suatu kasus pertibaan secara umum, diketahui bahwa peluang adanya n satuan secara acak dalam antrian pada waktu t adalah:

$$P_n(t) = \frac{(\mu t)^n e^{-\mu t}}{n!}$$

yang merupakan suatu distribusi Poisson dengan parameter μt . Dalam keadaan stasioner atau *steady state*, maka $P_n(t) = P_n$ untuk semua t , artinya P_n tidak terikat pada waktu atau $\frac{dP_n}{dt} = 0$, sehingga dapat dikatakan suatu kedatangan pada suatu sistem antrian adalah saling independen dan

bervariasi secara acak sepanjang waktu. Berdasarkan analisis terhadap pola pelayanan dari suatu kasus pelayanan secara umum, diketahui bahwa waktu pelayanan tiap satuan dapat ditulis sebagai:

$$f(t) = \mu e^{-\mu t}$$

yang merupakan suatu distribusi Eksponensial dengan parameter μ . Berdasarkan karakteristik tersebut, maka untuk model ini dapat diberikan beberapa ukuran dasar antrian sebagai berikut:

1. Intensitas Lalu Lintas

Dalam sistem pelayanan tunggal intensitas lalu-lintas atau dapat juga dikatakan sebagai peluang bahwa sistem antrian adalah sibuk disimbolkan dengan ρ yakni hasil bagi antara tingkat kedatangan (λ) dengan tingkat pelayanan (μ) yang dapat dituliskan sebagai:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Bila ρ merupakan peluang bahwa sistem antrian adalah sibuk, maka tentu $1 - \rho$ merupakan peluang bahwa sistem tidak dalam keadaan sibuk pada sebarang waktu. Misalkan P_0 adalah peluang bahwa tidak ada langganan dalam antrian, maka $P_0 = 1 - \rho = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$. Jika diketahui bahwa c merupakan jumlah pelayanan, maka P_0 dapat dituliskan sebagai:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c}{c! \left(1 - \frac{\lambda}{c\mu}\right)}}$$

Untuk mencegah pertumbuhan garis tunggu (panjang antrian) berkembang di luar batas, maka λ harus lebih kecil dari μ .

2. Waktu Rata-rata dalam Sistem

$$E(n_t) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

3. Waktu Rata-rata dalam Antrian

$$E(n_w) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

4. Jumlah Rata-rata dalam Sistem

$$E(T_t) = \frac{E(n_t)}{\lambda} = \frac{\frac{\lambda}{\mu - \lambda}}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

5. Jumlah Rata-rata dalam Antrian

$$E(T_w) = \frac{E(n_w)}{\lambda} = \frac{\frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

Model antrian (M/M/c) : (GD/ ~ / ~)

Karakteristik dari model ini adalah pelayanan atau saluran ganda, pola kedatangan Poisson, pola pelayanan Eksponensial dan antrian tak berhingga. Untuk model ini, dapat diberikan beberapa ukuran dasar antrian sebagai berikut:

1. Peluang Masa Sibuk

$$f(b) = P[n \geq c] = \frac{\rho^c \mu c}{c!(\mu c - \lambda)} (P_0)$$

Sementara itu, harga-harga $f(b)$ dapat dicari dalam tabel peluang masa sibuk untuk harga ρ dan c yang sesuai.

$$2. E(n_t) = f(b) \left(\frac{\lambda}{c\mu - \lambda} \right) + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$3. E(n_w) = f(b) \left(\frac{\lambda}{c\mu - \lambda} \right)$$

$$4. E(T_t) = f(b) \left(\frac{1}{c\mu - \lambda} \right) + \frac{1}{\mu}$$

$$5. E(T_w) = f(b) \left(\frac{1}{c\mu - \lambda} \right)$$

Uji Kecukupan Data

Dasar pertimbangan dalam menentukan besarnya sampel yang ditarik dari suatu populasi memerlukan pemikiran yang hati-hati[4]. Untuk itu dilakukan uji kecukupan data untuk menentukan besar sampel yang dibutuhkan dengan persamaan seperti berikut:

$$N^1 = \left(\frac{\frac{k}{s} \sqrt{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}{\sum x_i} \right)^2$$

Keterangan:

N^1 : jumlah pengamatan yang seharusnya dilakukan

k : tingkat kepercayaan dalam pengamatan

s : tingkat ketelitian dalam pengamatan

N : jumlah pengamatan yang sudah dilakukan

x_i : data pengamatan

Data pengamatan dianggap cukup apabila N^1 lebih kecil dari N .

Analisis Pola Kedatangan

Secara umum, tingkat kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas jasa dapat diasumsikan saling independen satu sama lain dan bervariasi secara acak sepanjang waktu. Dalam hal ini, distribusi probabilitas Poisson menyediakan deskripsi yang cukup baik untuk suatu pola kedatangan. Analisis pola kedatangan digunakan dengan melakukan uji keacakan dan uji independensi data untuk membuktikan bahwa kedatangan satuan pada sistem antrian saling independen satu sama lain serta bervariasi secara acak sepanjang waktu sesuai dengan karakteristik distribusi Poisson.

1. Uji Keacakan Data

Dalam uji keacakan data dikenal istilah *run* yaitu banyaknya pola (+) dan (-) pada suatu data. Tanda (-) dimaksudkan jika datanya lebih kecil dari median, dan tanda (+) adalah pernyataan untuk data yang lebih besar dari median. Sedangkan apabila data = mediannya maka data tersebut tidak diikutsertakan dalam pengujian. Dalam uji ini digunakan statistik uji sebagai berikut:

$$T_{hitung} = \text{jumlah run}$$

Dalam uji keacakan data digunakan Hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Data diambil secara acak

H_1 : Data tidak diambil secara acak

Dengan kriteria pengujian yaitu H_0 dapat diterima jika $W_{\frac{\alpha}{2}} \leq T_{hitung} \leq W_{1-\frac{\alpha}{2}}$ di mana nilai W diperoleh dari tabel *Runs* dengan nilai $\alpha = 5\%$, $n_1 =$ jumlah tanda -, dan $n_2 =$ jumlah tanda +.

2. Uji Independensi Data

Uji independensi data dilakukan dengan menggunakan uji *Chi Square* dengan ketentuan frekuensi harapan sebagai berikut:

$$E_{ij} = \frac{B_i K_j}{N}$$

Keterangan:

E_{ij} : Frekuensi harapan untuk data pada baris ke- i , dan kolom ke- j

B_i : Jumlah data pada baris ke- i
 K_j : Jumlah data pada baris ke- j
 N : Jumlah keseluruhan data

Analisis Pola Pelayanan

Pola pelayanan ditentukan oleh lama pelayanan yaitu waktu yang dibutuhkan untuk melayani pelanggan pada fasilitas pelayanan. Asumsi yang biasa digunakan bagi distribusi waktu pelayanan adalah distribusi Eksponensial. Rumus umum dari distribusi eksponensial adalah:

$$F(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

Analisis pola pelayanan dilakukan dengan menggunakan uji *Chi Square* yang dimaksudkan untuk menguji apakah distribusi data hasil pengamatan memiliki kecocokan dengan distribusi Eksponensial. Dalam uji *Chi Square* digunakan statistik uji sebagai berikut:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Keterangan:

χ^2 : *Chi Square* hitung

O_i : frekuensi hasil pengamatan

E_i : frekuensi harapan (teoritis)

Data dianggap memiliki distribusi yang sesuai jika nilai *Chi Square* hitung lebih kecil dari nilai *Chi Square* tabel dengan nilai $\alpha = 0,05$ dan derajat kebebasan ($dk = k - 1$) dengan k adalah banyak kelas.

Metode Simulasi

Simulasi ialah suatu metodologi untuk melaksanakan percobaan dengan menggunakan model dari satu sistem nyata. Simulasi juga dapat memberikan penyelidikan yang langsung dan terperinci dalam periode waktu khusus. Simulasi tidak menghasilkan jawab, tetapi ia menghasilkan cara untuk menilai jawab termasuk jawab optimal[5].

Langkah-langkah dalam Simulasi

Langkah-langkah dalam simulasi dapat dituliskan sebagai berikut:

1. Formulasi Masalah dan Tujuan Studi

Formulasi masalah melibatkan spesifikasi yaitu kriteria kinerja di mana aturan-aturan keputusan alternatif akan dievaluasi, variabel keadaan, dan parameter sistem.

2. Membangun Model Simulasi

Langkah penting dalam simulasi adalah membangun model yang menggambarkan kondisi riil masalah yang akan disimulasikan.

3. Validasi Model Simulasi

Di dalam validasi model simulasi digunakan uji kesamaan dua varians (homogenitas) dan uji kesamaan dua rata-rata.

(a) Uji Kesamaan Dua Varians (Homogenitas)

Dalam uji ini digunakan statistik uji yaitu $F_{hitung} = \frac{\text{varians } 1}{\text{varians } 2}$. Dengan wilayah kritis yaitu $F_{hitung} > F_{tabel}$ di mana F_{tabel} diperoleh dari tabel distribusi F dengan nilai $\alpha = 5\%$ dan $dk = n - 1$.

(b) Uji Kesamaan Dua Rata-rata

Dalam uji kesamaan dua rata-rata digunakan statistik uji yaitu $t_{hitung} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{gab}^2 \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ dengan kriteria pengujian yaitu H_0 dapat diterima jika $-t_{tabel} \leq t_{hitung} \leq +t_{tabel}$ di mana t_{tabel} diperoleh dari tabel distribusi t dengan nilai $\alpha = 5\%$ dan $dk = n_1 + n_2 - 2$.

4. Analisis Hasil Simulasi

Analisis hasil simulasi dilakukan dengan mencoba berbagai bentuk variabel jawab untuk menemukan solusi dari persoalan.

Uji Distribusi dan Pembangkitkan Data dengan *Easyfit*

Software Easyfit merupakan suatu perangkat yang digunakan untuk membantu dalam pencocokan distribusi yang dibuat untuk memudahkan analisis probabilitas data dalam simulasi. Perangkat ini dapat dengan mudah memilih distribusi yang terbaik sesuai dengan data yang diberikan. Dalam simulasi, perangkat ini berguna untuk menemukan bentuk distribusi probabilitas data empiris yang paling cocok untuk masing-masing variabel keadaan untuk selanjutnya dibangkitkan bilangan acak sesuai dengan distribusi tersebut.

3. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan wawancara dan pengamatan awal untuk menemukan masalah yang ada.

2. Melakukan pengamatan secara langsung pada sistem antrian bank tersebut selama 2 minggu untuk mengumpulkan data jumlah kedatangan tiap jam dan waktu pelayanan tiap nasabah pada *Teller* dan *Customer Service*.
3. Melakukan uji kecukupan data.
4. Menganalisis pola kedatangan dan pelayanan.
5. Menentukan model sistem antrian bank berdasarkan hasil analisis pola kedatangan dan pelayanan.
6. Analisis data hasil pengamatan dengan Teori Antrian.
7. Metode Simulasi
 - (a) Uji distribusi data dengan *Easyfit*
 - (b) Pembangkitan Data Acak dengan *Easyfit*
 - (c) Validasi data hasil simulasi
 - (d) Analisis data hasil simulasi dengan Teori Antrian.
8. Membuat kesimpulan.

4. PEMBAHASAN

Data diperoleh melalui hasil pengamatan langsung dengan mencatat jumlah kedatangan nasabah tiap jam dan waktu pelayanan tiap nasabah. Untuk data kedatangan nasabah disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1: Jumlah Kedatangan Nasabah pada *Teller* (Satuan Orang)

Pukul	Hari ke-										Jumlah
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
10:00 - 11:00	11	12	12	10	11	12	11	11	10	13	113
11:00 - 12:00	20	22	16	22	16	15	20	17	18	14	180
12:00 - 13:00	17	16	15	17	21	18	12	12	14	12	154
13:00 - 14:00	13	14	13	14	17	13	9	10	11	11	125
Jumlah	61	64	56	63	65	58	52	50	53	50	572

Sumber : Bank ABC

Tabel 2: Jumlah Kedatangan Nasabah pada CS (Satuan Orang)

Pukul	Hari ke-										Jumlah
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
08:00 - 09:00	3	3	4	2	2	2	2	2	2	4	26
09:00 - 10:00	4	5	5	3	3	3	5	5	2	2	37
10:00 - 11:00	6	4	3	5	5	4	4	5	4	6	46
11:00 - 12:00	8	6	6	5	5	3	6	6	5	3	53
12:00 - 13:00	6	3	6	9	9	7	5	3	8	8	64
13:00 - 14:00	6	9	6	5	6	7	6	7	7	6	65
14:00 - 15:00	4	8	4	6	7	9	5	4	4	5	56
Jumlah	37	38	34	35	37	35	33	32	32	34	347

Sumber : Bank ABC

Pengolahan data untuk pemecahan masalah dilakukan melalui beberapa tahap. Setelah data-data yang dibutuhkan diperoleh, maka pengolahan data dilakukan berdasarkan metodologi yang telah dikemukakan sebelumnya.

Uji Kecukupan Data

Rangkuman hasil uji kecukupan data disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3: Rangkuman Hasil Uji Kecukupan data

No	Jenis Data	N	N^1	Keputusan
1	Jumlah Kedatangan (Teller)	40	29,32	Cukup
2	Waktu Pelayanan (Teller)	70	54,36	Cukup
3	Jumlah Kedatangan (CS)	572	363,71	Cukup
4	Waktu Pelayanan (CS)	347	277,33	Cukup

Analisis Pola Kedatangan dan Pelayanan

Analisis pola kedatangan dilakukan dengan menguji keacakan dan independensi dari data hasil pengamatan sesuai dengan ketentuan dari distribusi Poisson. Sedangkan analisis pola pelayanan dilakukan dengan menggunakan uji *Chi Square*.

Dari hasil analisis terhadap data hasil pengamatan diperoleh bahwa pola kedatangan pada bank ini berdistribusi Poisson dan pola pelayanan berdistribusi Eksponensial. Rangkuman hasil analisis pola kedatangan dan pelayanan disajikan pada Tabel 4, Tabel 5, dan Tabel 6.

Tabel 4: Rangkuman Hasil Uji Keacakan Data

No	Tipe Pelayanan	T_{hitung}	$W_{\frac{\alpha}{2}}$	$W_{1-\frac{\alpha}{2}}$	Keputusan
1	<i>Teller</i>	21	15	27	H_0 diterima
2	CS	26	17	29	H_0 diterima

Tabel 5: Rangkuman Hasil Uji Independensi Data

No	Tipe Pelayanan	χ_{hitung}^2	χ_{tabel}^2	Keputusan
1	<i>Teller</i>	8,51	40,11	H_0 diterima
2	CS	24,63	72,15	H_0 diterima

Tabel 6: Rangkuman Hasil Analisis Pola Pelayanan

No	Jenis Data	χ_{hitung}^2	χ_{tabel}^2	Keputusan
1	Lama Pelayanan (<i>Teller</i>)	16,48	18,31	H_0 diterima
2	Lama Pelayanan (CS)	16,60	16,92	H_0 diterima

Pemodelan Sistem Antrian

Pemodelan sistem antrian didasarkan pada analisis pola kedatangan dan pelayanan serta pengamatan terhadap kondisi yang ada. Berdasarkan hasil analisis, diperoleh pola kedatangan pada sistem antrian Bank ABC menyebar menurut sebaran Poisson dan pola pelayanan menurut sebaran Eksponensial.

Dari hasil pengamatan secara langsung diperoleh jumlah petugas pelayanan untuk masing-masing tipe pelayanan berjumlah 1 orang. Disiplin pelayanan yang digunakan adalah nasabah yang pertama datang adalah yang lebih dulu dilayani (FIFO). Jumlah pelanggan yang berada pada

sistem antrian tidak dibatasi atau tak terhingga, dan juga sumber kedatangan berasal dari populasi yang tak berhingga. Oleh karena itu diperoleh model antrian yang dapat mewakili keadaan sistem antrian pada masing-masing tipe pelayanan pada bank ini yaitu dengan notasi Kendall ($M/M/1$) : ($FIFO/\sim/\sim$) atau dapat dikatakan sebagai sistem pelayanan tunggal.

Analisis Data Hasil Pengamatan Menggunakan Teori Antrian

Setelah diperoleh model antrian pada bank ini, selanjutnya dilakukan analisis data hasil pengamatan menggunakan Teori Antrian. Rangkuman hasil analisis data hasil pengamatan untuk model ini disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7: Rangkuman Hasil Analisis Data Hasil Pengamatan

Ukuran Dasar Antrian	Tipe Pelayanan	
	Teller	CS
ρ	0,73	0,29
$E(n_t)$	3	1
$E(n_w)$	2	1
$E(T_t)$	11,11	5,00
$E(T_w)$	8,08	1,43

Harapan pihak bank yaitu waktu rata-rata nasabah dalam sistem adalah $0 \leq E(T_t) \leq 8$ Menit. Karena $E(T_t)$ pada tipe pelayanan *Teller* lebih besar dari 8 menit, maka jumlah *Teller* belum optimal, sedangkan nilai $E(T_t)$ pada CS telah memenuhi harapan pihak bank sehingga tidak diperlukan tambahan petugas. Untuk memperoleh hasil optimal maka dihitung $E(T_t)$ pada kondisi $c + 1$ atau dengan 2 *Teller*. Diketahui bahwa $\lambda = 0,24$, $\mu = 0,33$ dengan jumlah *Teller* (c) = 2. Maka bentuk sistem antrian ini dapat dituliskan notasi Kendallnya yaitu ($M/M/2$) : ($GD/\sim/\sim$). Berdasarkan hasil analisis, untuk model ini diperoleh nilai $E(T_t) = 3,51$ menit, maka harapan dari pihak bank yaitu $0 \leq E(T_t) \leq 8$ menit telah dipenuhi. Artinya, solusi optimal adalah dengan melakukan penambahan jumlah petugas *Teller* menjadi dua orang. Kemudian untuk menilai jawab optimal ini digunakan metode simulasi.

Metode Simulasi

Metode simulasi dilakukan untuk menilai jawab optimal, apakah memang diperlukan adanya perbaikan atau tidak. Dalam penelitian ini dilakukan

simulasi untuk 4 minggu (20 hari kerja). Berikut ini diberikan langkah-langkah penyelesaian persoalan dalam metode simulasi.

Formulasi Masalah dan Tujuan Studi

Kriteria yang digunakan dalam pengambilan keputusan adalah minimalisasi panjang antrian (garis tunggu). Variabel keadaan yang digunakan yaitu jumlah kedatangan dan waktu pelayanan, sedangkan parameter yang digunakan adalah waktu rata-rata dalam sistem yang sesuai dengan harapan pihak bank yaitu kurang dari 8 menit.

Membangun Model Simulasi

Simulasi terhadap sistem antrian bank yang dilakukan selama 4 minggu memerlukan pengerjaan yang cukup rumit, untuk itu digunakan *Software Easyfit* sebagai alat bantu dalam menentukan distribusi data serta pembangkitan data acak sesuai distribusi tersebut yang diperlukan dalam simulasi. Rangkuman hasil uji distribusi data disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8: Hasil Uji Distribusi Data dengan *Easyfit*

No	Tipe Data	Jenis Distribusi	Parameter
1	Jumlah Kedatangan (Teller)	Binomial	$n = 91$ $p = 0,16$
2	Waktu Pelayanan (Teller)	Gen. Gamma (4P)	$k = 1,27$ $\alpha = 0,75$ $\beta = 3,67$ $\gamma = 0,39$
3	Jumlah Kedatangan (CS)	Poisson	$\lambda = 4,96$
4	Waktu Pelayanan (CS)	Inv. Gaussian	$\lambda = 5,54$ $\mu = 3,71$ $\gamma = 0,00$

Validasi Data Hasil Simulasi

Validasi untuk data hasil simulasi dilakukan dengan menggunakan uji kesamaan varians dan uji kesamaan rata-rata antara data hasil pengamatan dengan data hasil simulasi. Rangkuman Hasil uji ini disajikan pada Tabel 9 dan Tabel 10.

Tabel 9: Rangkuman Hasil Uji Kesamaan Dua Varians

No	Jenis	Data	F_{hitung}	F_{tabel}	Keputusan
1	Jumlah Kedatangan (<i>Teller</i>)		1,15	1,55	H_0 diterima
2	Waktu Pelayanan (<i>Teller</i>)		0,92	1,13	H_0 diterima
3	Jumlah Kedatangan (CS)		1,26	1,62	H_0 diterima
4	Waktu Pelayanan (CS)		0,80	1,17	H_0 diterima

Tabel 10: Rangkuman Hasil Uji Kesamaan Dua Rata-rata

No	Jenis	Data	t_{hitung}	t_{tabel}	Keputusan
1	Jumlah Kedatangan (<i>Teller</i>)		0,11	1,98	H_0 diterima
2	Waktu Pelayanan (<i>Teller</i>)		0,39	1,96	H_0 diterima
3	Jumlah Kedatangan (CS)		-0,93	1,96	H_0 diterima
4	Waktu Pelayanan (CS)		-0,26	1,96	H_0 diterima

Analisis Data Hasil Simulasi dengan Teori Antrian

Diketahui dari data jumlah kedatangan dan waktu pelayanan hasil simulasi bahwa $\lambda = 0,23$ dan $\mu = 0,34$ pada *Teller* serta $\lambda = 0,08$ dan $\mu = 0,26$ pada CS. Kemudian data hasil simulasi dianalisis menggunakan teori antrian untuk menemukan ukuran-ukuran dasar antrian. Rangkuman hasil analisis data hasil simulasi disajikan pada Tabel 11 dan Tabel 12.

Tabel 11: Perbandingan Ukuran Dasar Antrian untuk *Teller*

No	Ukuran Dasar Antrian	Jumlah Petugas <i>Teller</i>		
		1 Orang	2 Orang	3 Orang
1	ρ	0,68	0,68	0,68
2	$E(n_t)$	3	1	1
3	$E(n_w)$	2	1	1
4	$E(T_t)$	9,09	3,32	2,98
5	$E(T_w)$	6,15	0,38	0,04

Berdasarkan hasil analisis data hasil simulasi, ternyata memang diperlukan adanya penambahan petugas pada *Teller*. Pada Tabel 11 tampak bahwa hanya dengan penambahan 1 orang petugas pada *Teller*, maka hara-

Tabel 12: Perbandingan Ukuran Dasar Antrian untuk CS

No	Ukuran Dasar Antrian	Jumlah Petugas CS		
		1 Orang	2 Orang	3 Orang
1	ρ	0,31	0,31	0,31
2	$E(n_t)$	1	1	1
3	$E(n_w)$	1	1	1
4	$E(T_t)$	5,56	3,94	3,86
5	$E(T_w)$	1,71	0,09	0,01

pan pihak bank terhadap waktu rata-rata nasabah dalam sistem telah dipenuhi. Dengan adanya penambahan petugas *Teller* ini, terjadi pengurangan kesibukan pelayanan sehingga dapat mengurangi panjang antrian. Sedangkan pada Tabel 12 tampak bahwa tidak diperlukannya penambahan petugas pada CS karena harapan pihak bank telah dipenuhi.

5. KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan yang telah disajikan sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Hasil analisis data pengamatan menunjukkan bahwa model antrian pada masing-masing tipe pelayanan Bank ABC adalah sistem pelayanan tunggal dengan notasi Kendall ($M/M/1$) : ($FIFO/\sim/\sim$). Setelah dilakukan analisis menggunakan metode analitis dan simulasi, diperoleh model antrian yang cocok untuk bank ini adalah sistem pelayanan ganda dengan notasi Kendall ($M/M/2$) : ($GD/\sim/\sim$) pada *Teller* dan sistem pelayanan tunggal pada CS.
2. Dengan adanya penambahan petugas pada *Teller*, maka waktu rata-rata nasabah dalam sistem ($E(T_t)$) berubah dari 11,11 menit per orang menjadi 3,51 menit per orang untuk data hasil pengamatan. Sedangkan untuk data hasil simulasi, $E(T_t)$ berubah dari 9,09 menit per orang menjadi 3,32 menit per orang.
3. Seiring dengan berkurangnya waktu rata-rata dalam sistem ($E(T_t)$), maka jumlah rata-rata dalam antrian ($E(n_w)$) atau biasa disebut panjang antrian juga berkurang. Hal ini menunjukkan bahwa tujuan

penelitian telah dicapai yaitu untuk mengurangi panjang antrian pada sistem antrian bank.

Daftar Pustaka

- [1] Zulfikarijah. Fien. Operation Research. Bayumedia. Malang, (2004).
- [2] Nasution. Arman Hakim. Simulasi Bisnis. Penerbit ANDI. Yogyakarta, (2007).
- [3] Aminudin. Riset Operasi. Erlangga. Jakarta, (2005).
- [4] Soepeno. Bambang. Statistik Terapan. Penerbit Rineka Cipta. Jakarta, (1997).
- [5] Siagian. P. Penelitian Operasional. UI-Press. Jakarta, (1987).

FARADHIKA ARWINDY: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
Email: ndiyybooo@gmail.com

FAIGIZIDUHU BUULOLO: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
Email: waigi.buulolo@gmail.com

ELLY ROSMAINI: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
Email: elly1@usu.ac.id