Saintia Matematika ISSN: 2337-9197
Vol. 2, No. 2 (2014), pp. 127–136.

APLIKASI METODE *CUTTING PLANE* DALAM OPTIMISASI JUMLAH PRODUKSI TAHUNAN PADA PT. XYZ

Nico, Iryanto, Gim Tarigan

Abstrak. *PT. XYZ merupakan perusahaan yang bergerak di bidang manufaktur yang memproduksi berbagai jenis ukuran matras spring bed dengan tipe Maxi Coil, seperti 80 × 200 cm, 140 × 200 cm, dan 200 × 200 cm. Perusahaan ini melakukan produksinya berdasarkan ketersediaan bahan baku, jumlah permintaan, kapasitas mesin, dan tenaga kerja. Untuk itu, PT. XYZ perlu mengoptimalkan jumlah produksi matras spring bed sehingga tujuan utama PT. XYZ dapat tercapai. Metode yang akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut adalah metode cutting plane. Metode cutting plane merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan program linier bilangan bulat, baik bilangan bulat murni maupun campuran dengan penambahan batasan baru yang disebut gomory. Batasan gomory diberikan jika nilai dari variabel keputusan belum bulat (bernilai pecahan). Hasil pembahasan dengan menggunakan metode cutting plane dari permasalahan jumlah produksi yang optimal bagi PT. XYZ, yaitu matras ukuran 80 × 200 cm, 140 × 200 cm, dan 200 × 200 cm berturut-turut adalah 155 unit, 160 unit, dan 170 unit.*

1. PENDAHULUAN

Masalah pengoptimalan jumlah produksi merupakan hal yang sangat menarik untuk dianalisis, karena dengan mengetahui secara pasti tingkat produksi yang tepat, dapat pula meningkatkan keuntungan yang maksimal bagi

Received 16-01-2014, Accepted 07-03-2014.
2010 Mathematics Subject Classification: 80M50
Key words and Phrases: Optimisasi, Program Integer, Metode *Cutting Plane*, *Gomory*.

perusahaan. Terdapat banyak metode untuk mengoptimalkan jumlah produksi. Salah satunya adalah metode *cutting plane*. Aplikasi metode *cutting plane* sangat tepat dan dapat digunakan karena dalam produksi, hasil yang didapat harus integer.

PT. XYZ merupakan perusahaan yang bergerak di bidang manufaktur yang memproduksi berbagai jenis ukuran matras *spring bed* dengan tipe *Maxi Coil*, seperti 80 × 200 cm, 140 × 200 cm, dan 200 × 200 cm. PT. XYZ belum mampu menentukan jumlah produksi yang optimal untuk masing-masing produk yang dihasilkan. Ini dikarenakan perusahaan belum mampu menentukan komposisi produk yang optimum. Untuk itu, PT. XYZ perlu mengoptimalkan jumlah produksi matras *spring bed* dengan ketersediaan bahan baku yang dimiliki, jumlah permintaan, kapasitas mesin, dan tenaga kerja pada setiap periodenya sehingga tujuan utama PT. XYZ dapat tercapai.

2. LANDASAN TEORI

Program Integer

Model persoalan program integer dapat diformulasikan sebagai berikut:
Maksimumkan:

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \quad (\geq, =, \leq) \quad b_i; \quad i = 1, 2, ..., m$$

$x_j \geq 0$ semua bilangan cacah, j = 1, 2, ..., n
di mana a_{ij}, b_i, dan c_j adalah konstanta[2].

Metode *Cutting Plane*

Metode *cutting plane* merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan program linier bilangan bulat, baik bilangan bulat murni maupun campuran dengan penambahan batasan baru yang disebut *gomory*. Batasan *gomory* diberikan jika nilai dari variabel keputusan belum bulat (bernilai pecahan). Batasan-batasan tersebut secara efektif akan menyingkirkan beberapa ruang penyelesaian yang tidak berisi titik bilangan bulat yang layak, tetapi tidak pernah menyingkirkan satupun titik bilangan bulat yang layak[3].

Metode *cutting plane* digunakan untuk permasalahan yang variabel keputusannya harus bulat. Program linier tidak efektif untuk menyelesaikan permasalahan tersebut sehingga dikembangkan metode *cutting plane* yang lebih efektif dan memberikan hasil yang lebih baik[1].

Langkah-langkah prosedur *gomory* diringkas seperti berikut:

1. Selesaikan masalah program integer dengan menggunakan metode Simpleks. Jika masalah sederhana, *gomory* dapat diselesaikan dengan pendekatan grafik, sehingga pendekatan *gomory* kurang efisien.

2. Periksa solusi optimum. Jika semua variabel basis memiliki nilai integer, solusi optimum integer telah diperoleh dan proses solusi telah berakhir. Jika satu atau lebih variabel basis masih memiliki nilai pecah, teruskan ke tahap 3.

3. Buatlah suatu batasan *gomory* dan cari solusi optimum melalui prosedur dual simpleks. Kembali ke tahap 2[1][3].

Tabel 1: Optimum Masalah Program Linier

Basis	x_1	...	x_i	...	x_m	w_1	...	w_j	...	w_n	Hasil
z	0	...	0	...	0	$\overline{c_1}$	...	$\overline{c_j}$	...	$\overline{c_n}$	β_0
x_1	1	...	0	...	0	α_1^1	...	α_1^j	...	α_1^n	β_1
. . .	. . .		. . .		. . .	. . .		. . .		. . .	. . .
x_i	0	...	1	...	0	α_i^1	...	α_i^j	...	α_i^n	β_i
. . .			. . .		. . .	. . .		. . .		. . .	. . .
x_m	0	...	0	...	1	α_m^1	...	α_m^j	...	α_m^n	β_m

di mana:
Variabel x_i adalah variabel basis, $i = 1, 2, ..., m$.
Variabel w_j adalah variabel nonbasis, $j = 1, 2, ..., n$.

Tentukan baris sumber dengan menentukan baris variabel keputusan yang akan dibulatkan. Jika lebih dari satu, dipilih nilai pecahan terbesar[1][3].

$$x_i = \beta_i - \sum_{j=1}^{n} \alpha_i^j w_j, \ \beta_i \text{ tidak integer (baris sumber)}$$

Batasannya dapat ditulis dalam bentuk:

$$S_i - \sum_{j=1}^{n} f_{ij} w_j = -f_i$$

Tabel 2: Setelah Penambahan Pemotongan Fraksional

Basis	x_1	...	x_i	...	x_m	w_1	...	w_j	...	w_n	S_i	Hasil
z	0	...	0	...	0	$\overline{c_1}$	...	$\overline{c_j}$	...	$\overline{c_n}$	0	β_0
x_1	1	...	0	...	0	α_1^1	...	α_1^j	...	α_1^n	0	β_1
. . .	. . .		. . .		. . .	. . .		. . .		. . .	. . .	. . .
x_i	0	...	1	...	0	α_i^1	...	α_i^j	...	α_i^n	0	β_i
. . .			. . .		. . .	. . .		. . .		. . .	. . .	. . .
x_m	0	...	0	...	1	α_m^1	...	α_m^j	...	α_m^n	0	β_m
S_i	0	...	0	...	0	$-f_{i1}$	...	$-f_{ij}$	...	$-f_{in}$	1	$-f_i$

Di mana S_i adalah variabel *slack* nonnegatif yang berdasarkan definisinya haruslah integer. Persamaan batasan ini mendefinisikan pemotong fraksional. Dari tabel 2, $w_j = 0$ dan $S_i = -f_i$ tidak layak. Ini berarti bahwa batasan baru tersebut tidak dipenuhi oleh solusi yang diberikan. Metode dual simpleks dapat dipergunakan untuk mengatasi ketidaklayakan ini yang setara dengan memotong bidang solusi ke arah solusi integer optimal.

Jika solusi baru (setelah menerapkan metode dual simpleks) adalah integer, proses berakhir. Jika tidak, sebuah *gomory* baru ditambahkan dari tabel yang dihasilkan dan metode dual simpleks digunakan sekali lagi untuk mengatasi ketidaklayakan. Prosedur ini dilakukan sampai solusi integer dicapai. Tetapi, jika di salah satu iterasi metode dual simpleks menunjukkan bahwa tidak ada solusi layak, berarti masalah itu tidak memiliki solusi integer yang layak[1][3].

3. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Studi pustaka.
   Tahap ini dimulai dengan studi kepustakaan yaitu mengumpulkan bahan referensi, mempelajari serta menggali informasi baik dari buku, skripsi, jurnal, maupun situs internet mengenai produksi dan metode *cutting plane*.
2. Melakukan peninjauan dan pengambilan data pada PT. XYZ.
3. Analisa dan pengolahan data.

a. Data yang diperoleh diformulasikan ke dalam bentuk program integer.

b. Model yang telah diubah diselesaikan dengan menggunakan metode *cutting plane*.

4. Pembahasan masalah.
5. Membuat kesimpulan.

4. PEMBAHASAN

Pengolahan Data

Pengolahan data dalam penelitian ini meliputi data biaya produksi, bahan baku yang tersedia, jumlah permintaan, ketersediaan tenaga kerja, dan kapasitas mesin untuk tahun 2012 pada PT. XYZ. Harga 1 unit matras ukuran 80 $\times$ 200 cm (tipe A), 140 $\times$ 200 cm (tipe B), dan 200 $\times$ 200 cm (tipe C) berturut-turut adalah Rp. 809.000,00, Rp. 1.227.000,00, dan Rp. 1.656.000,00.

Pada tahun 2012, PT. XYZ menjual produk matras *spring bed* tipe A, B, dan C berturut-turut sebanyak 140, 152, dan 155.

Tabel 3: Biaya Produksi Matras *Spring Bed*

Biaya Produksi	Tipe Produk		
	A	B	C
1. Bahan baku	350.000	550.000	750.000
2. Tenaga kerja	50.000	50.000	50.000
3. Kemasan	20.000	30.000	40.000
4. Operasi	50.000	50.000	50.000
5. Total	470.000	680.000	890.000

Tabel 4: Bahan Baku yang Dibutuhkan

Bahan Baku	Tipe Produk		
	A	B	C
Rangka kawat per	0,240	0,420	0,60
Busa	0,192	0,336	0,48
Hardpad	0,096	0,168	0,24
Kain *quilting*	0,320	0,560	0,80

Tabel 5: Persediaan Bahan Baku Matras *Spring Bed* Tahun 2012

Bahan Baku	Persediaan
Rangka kawat per	206,40
Busa	170,50
Hardpad	100,50
Kain *quilting*	300,25

Tabel 6: Jumlah Permintaan Matras *Spring Bed* Tahun 2012

Tipe Produk	Permintaan
A	155
B	167
C	170

Tabel 7: Waktu Produksi dengan Ketersediaan Tenaga Kerja Tahun 2012

Tipe Produk	Waktu Produksi	Waktu Tenaga Kerja
A	20	
B	35	30.000
C	50	

Tabel 8: Waktu Produksi dengan Kapasitas Mesin Tahun 2012

Tipe Produk	Waktu Produksi	Waktu Mesin
A	10	
B	17	12.000
C	25	

Permasalahan di atas dapat diformulasikan ke dalam program integer dan dapat diselesaikan dengan metode *cutting plane*.

Asumsikan:
x_1 = Banyaknya tipe A yang diproduksi
x_2 = Banyaknya tipe B yang diproduksi
x_3 = Banyaknya tipe C yang diproduksi

Dari permasalahan diperoleh:

Keuntungan yang diperoleh dari 1 unit produk adalah sebagai berikut:
Tipe A adalah Rp. 809.000,00 - Rp. 470.000,00 = Rp. 339.000,00.
Tipe B adalah Rp. 1.227.000,00 - Rp. 680.000,00 = Rp. 547.000,00.
Tipe C adalah Rp. 1.656.000,00 - Rp. 890.000,00 = Rp. 766.000,00.

Dengan demikian, fungsi tujuannya:
Maksimum: $z = 339.000x_1 + 547.000x_2 + 766.000x_3$

dengan kendala:

1. Kendala dari persediaan bahan baku.
   Pada model ini, data yang digunakan adalah data dari tabel 4 dan

tabel 5 sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:
Rangka kawat per : $0{,}24x_1 + 0{,}42x_2 + 0{,}6x_3 \leq 206{,}4$
Busa : $0{,}192x_1 + 0{,}336x_2 + 0{,}48x_3 \leq 170{,}5$
Hardpad : $0{,}096x_1 + 0{,}168x_2 + 0{,}24x_3 \leq 100{,}5$
Kain *quilting* : $0{,}32x_1 + 0{,}56x_2 + 0{,}8x_3 \leq 300{,}25$

2. Kendala dari jumlah permintaan.
   Pada model ini, data yang digunakan adalah data di antara penjualan perusahaan dan data dari tabel 6 sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:
   Tipe A : $x_1 \leq 155$ dan $x_1 \geq 140$
   Tipe B : $x_2 \leq 167$ dan $x_2 \geq 152$
   Tipe C : $x_3 \leq 170$ dan $x_3 \geq 155$

3. Kendala dari kemampuan tenaga kerja.
   Pada model ini, data yang digunakan adalah data dari tabel 7 sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:
   $20x_1 + 35x_2 + 50x_3 \leq 30.000$

4. Kendala dari kemampuan mesin.
   Pada model ini, data yang digunakan adalah data dari tabel 8 sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:
   $10x_1 + 17x_2 + 25x_3 \leq 12.000$

Tabel 9: Usulan Pemakaian Komposisi Produk Optimal

Sumber Daya	Persediaan	Pemakaian Kompisisi Produk	
		Perusahaan	Usulan
1. Bahan baku			
a. Rangka kawat per	206,40	190,440	206,40
b. Busa	170,50	152,352	165,12
c. *Hardpad*	100,50	76,176	82,56
d. Kain *quilting*	300,25	253,920	275,20
2. Waktu tenaga kerja	30.000,00	15.870,000	17.200,00
3. Waktu mesin	12.000,00	7.859,000	8.520,00

Tabel 10: Usulan Jumlah Produksi Optimal

	Produksi		Permintaan
Tipe Produk	Perusahaan	Usulan	Pasar
A	140	155	155
B	152	160	167
C	155	170	170

Dari tabel 9 dan 10, dapat dilihat bahwa perusahaan belum dapat menentukan pemakaian komposisi produk secara optimal sehingga produk yang dihasilkan untuk masing-masing tipe belum optimal. Untuk itu, dibutuhkan usulan pemakaian komposisi produk yang optimal sehingga produk yang dihasilkan diharapkan optimal. Di samping itu, keuntungan yang akan diperoleh perusahaan diharapkan maksimal. Dengan demikian, tujuan utama perusahaan diharapkan tercapai.

Produksi tipe A adalah 140 $\times$ Rp. 339.000,00 = Rp. 47.460.000,00, untuk tipe B adalah 152 $\times$ Rp. 547.000,00 = Rp. 83.144.000,00, dan untuk tipe C adalah 155 $\times$ Rp. 766.000,00 = Rp. 118.730.000,00 sehingga total keuntungan yang diperoleh perusahaan adalah Rp. 249.334.000,00. Sedangkan hasil pembahasan dengan menggunakan metode *cutting plane*, yaitu tipe A, B, dan C berturut-turut adalah 155 unit, 160 unit, dan 170 unit dengan keuntungan Rp. 270.285,00 $\times$ 1.000 = Rp. 270.285.000,00. Jadi, selisih keuntungannya adalah Rp. 20.951.000,00.

Metode *cutting plane* diharapkan mampu mengoptimalkan jumlah produksi pada perusahaan tersebut. Selain itu, dalam pengerjaannya metode *cutting plane* cukup efektif karena dapat mempersingkat perhitungan. Penambahan batasan *gomory* pada metode *cutting plane* secara efektif akan menyingkirkan beberapa ruang penyelesaian yang tidak berisi titik bilangan bulat yang layak, tetapi tidak pernah menyingkirkan satupun titik bilangan bulat yang layak. Dalam mencari solusi optimal integer secara manual, metode *cutting plane* memerlukan waktu yang lebih efisien karena metode ini hanya fokus pada solusi yang masih bernilai pecahan.

Adapun kelemahan dari metode *cutting plane* itu sendiri karena tidak mempertimbangkan faktor ketidakpastian sehingga metode *cutting plane* kurang efektif. Secara faktual, faktor ketidakpastian perlu dipertimbangkan. Apabila mempertimbangkan faktor ketidakpastian maka diharapkan dapat hasil yang lebih baik.

5. KESIMPULAN

1. Penambahan batasan *gomory* pada metode *cutting plane* secara efektif akan menyingkirkan beberapa ruang penyelesaian yang tidak berisi titik bilangan bulat yang layak, tetapi tidak pernah menyingkirkan satupun titik bilangan bulat yang layak sehingga dapat mempersingkat perhitungan.
2. Pembahasan masalah tidak mempertimbangkan faktor ketidakpastian. Di samping itu, asumsi data setiap tahun sama sehingga tidak dapat digunakan sebagai acuan peramalan (*forecasting*).
3. Dari hasil analisis diperoleh jumlah produksi yang optimal bagi PT. XYZ, yaitu matras ukuran 80 × 200 cm, 140 × 200 cm, dan 200 × 200 cm berturut-turut adalah 155 unit, 160 unit, dan 170 unit.

Daftar Pustaka

[1] Dimyati, T.T. dan Dimyati, A. Operation Research Model-Model Pengambilan Keputusan. Bandung: Sinar Baru Algesindo, (1992).

[2] Siagian, P. Penelitian Operasional. Jakarta: Universitas Indonesia, (2006).

[3] Taha, H.A. Riset Operasi (Edisi Revisi). Indonesia. Jakarta: Binarupa Aksara, (1996).

Nico: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: nico.hwangz@yahoo.co.id

Iryanto: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: iryanto_hrp@yahoo.co.id

Gim Tarigan: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: gim1@usu.ac.id