

PENGAMBILAN KEPUTUSAN MENGGUNAKAN METODE BAYES PADA EKSPEKTASI FUNGSI UTILITAS

SELVIRA LESTARI SIREGAR, SUWARNO ARISWOYO,
PASUKAT SEMBIRING

Abstrak. *Metode Bayes dan Fungsi Utilitas adalah dua metode yang menggunakan konsep pay-off dalam pengambilan keputusan namun dengan konsep pemahaman pay-off yang berbeda. Metode Bayes memanfaatkan konsep pay-off dengan dasar nilai ekspektasi, sedangkan fungsi utilitas menggantikan konsep pay-off dengan nilai ekspektasi utilitas yang menyatakan preferensi seseorang atas setiap alternatif yang tersedia dalam pengambilan keputusan. Pemilihan alternatif pada kasus keputusan nilai ekspektasi pay-off terbesar (dalam metode Bayes) dan nilai ekspektasi utilitas terbesar (dalam Fungsi Utilitas) dipilih untuk memperoleh hasil sesuai keinginan namun hal ini dapat berubah sesuai tujuan pengambilan keputusan seperti dalam kasus memperkecil kerugian, maka nilai ekspektasi pay-off terkecil (dalam metode Bayes) dan nilai ekspektasi utilitas terkecil yang akan dipilih untuk memperoleh keputusan terbaik.*

Received 31-10-2013, Accepted 20-01-2014.

2010 Mathematics Subject Classification: 90B50, 62F15

Key words and Phrases: Bayesian Methods, Expectation, Utility Function, Decision Making.

1. PENDAHULUAN

Pengambilan suatu keputusan ialah pemilihan satu diantara sekian banyak alternatif yang tersedia, masalah ini tidak mudah dilakukan karena sebelum pelaksanaannya perlu banyak pertimbangan dan perbandingan bahkan studi untuk dapat dijadikan sebagai referensi dalam proses penentuan pilihan pada alternatif terbaik yang akan diambil. Pemilihan alternatif yang diambil tersebut akan didapat suatu keputusan yang tujuannya sesuai harapan.

Metode Bayes merupakan salah satu metode pengambilan keputusan yang telah banyak dipakai. Pengambilan keputusan menggunakan Metode Bayes dibutuhkan suatu informasi dalam bentuk probabilitas untuk setiap alternatif yang ada pada persoalan yang sedang dihadapi dan nantinya akan menghasilkan nilai harapan sebagai dasar pengambilan keputusan. Teorema Bayes digunakan sebagai alat untuk mengukur suatu peluang dari setiap keputusan yang diambil[2]. Utilitas digunakan pada metode pengambilan keputusan dengan konsep memperoleh nilai harapan dan berdasarkan pada preferensi pengambil keputusan atas setiap alternatif yang ada. Konsep dasar pengambilan keputusan dengan fungsi utilitas adalah proses dimana konsep harapan hasil (*expected pay off*) diganti pada konsep harapan utilitas (*expected utility*). Fungsi utilitas ini dapat digunakan sebagai basis dalam mempertimbangkan risiko keputusan[1].

Tujuan dari penelitian ini adalah bagaimana mengambil keputusan dengan menggunakan probabilitas bayes pada ekspektasi utilitas.

2. LANDASAN TEORI

Teorema Bayes dikemukakan oleh Thomas Bayes pada tahun 1763. Teorema Bayes digunakan untuk menghitung peluang atau probabilitas terjadinya suatu peristiwa berdasarkan pengaruh yang didapat dari hasil observasi[6]. Metode Bayes diperlihatkan pada persamaan (1)

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^k P(B|A_i)P(A_i)} \tag{1}$$

Keterangan:

- $P(A_i|B)$ = Peluang A_i dengan syarat kejadian B terjadi terlebih dahulu
- $P(B|A_i)$ = Peluang B dengan syarat kejadian A_i terjadi terlebih dahulu
- $P(A_i)$ = Peluang kejadian A_i

Nilai harapan atau nilai rata-rata merupakan nilai ringkasan untuk mewakili suatu kelompok nilai. Bila x adalah variabel acak, maka nilai harapan sama dengan jumlah hasil kali setiap variabel dengan probabilitasnya[4]. Dinyatakan pada persamaan (2).

$$E(x) = \sum_{i=1}^n x_i P(x_i) \quad (2)$$

Keterangan:

$$\begin{aligned} E(x) &= \text{Expected value (nilai harapan)} \\ x_i &= \text{Tindakan alternatif} \\ P(x_i) &= \text{Probabilitas alternatif} \end{aligned}$$

Utilitas adalah suatu angka yang mengekspresikan konsekuensi, untuk suatu hasil yang dibuat peringkatnya berdasarkan preferensi, maka dapat ditentukan suatu nilai utilitas yang menjelaskan preferensi tersebut[5]. Fungsi utilitas secara matematis dapat dinyatakan dalam bentuk eksponen, secara umum dinyatakan dalam persamaan (3).

$$U(x) = \frac{1 - e^k(x_0 - x)}{1 - e^k(x_0 - x_1)} \quad (3)$$

Keterangan:

$$\begin{aligned} U(x) &= \text{Fungsi utilitas untuk nilai } x \\ x_0 &= \text{Batas bawah fungsi utilitas} \\ x_1 &= \text{Batas atas fungsi utilitas} \\ e &= 2,7182 \text{ (nilai eksponensial)} \\ k &= \text{Parameter} \end{aligned}$$

Keputusan adalah kesimpulan dari suatu proses pemilihan tindakan yang terbaik pada setiap pilihan alternatif-alternatif yang telah tersedia. Pengambilan keputusan adalah suatu proses mencakup semua pemikiran dan kegiatan yang diperlukan guna membuktikan dan memperlihatkan pada pilihan yang terbaik[3].

3. METODE PENELITIAN

1. Melakukan studi literature dengan membahas teori yang berkaitan dengan Teorema Bayes, analisa keputusan dan fungsi utilitas.
2. Melakukan analisa probabilitas dengan menggunakan metode Bayes.
3. Menghitung nilai ekspektasi dengan menggunakan probabilitas Bayes.
4. Menghitung nilai fungsi utilitas.
5. Menghitung ekspektasi utilitas dengan menggunakan probabilitas yang diperoleh dari teorema Bayes.
6. Membuat kesimpulan.

4. PEMBAHASAN

Metode Bayes pada Ekspektasi

Komponen persoalan keputusan dapat diberi simbol dan disajikan dalam bentuk matriks *pay-off* berikut

Tabel 1: *Tabel pay - off*

		<i>kejadian</i>			
probabilitas		A_1	A_2	...	A_i
	θ_1	a_{11}	a_{12}		a_{1i}
	θ_2	a_{21}	a_{22}		a_{2i}

	θ_n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{ni}

Pilihan alternatif pada harapan *pay-off* diperoleh dengan nilai ekspektasi (*expected value*).

$$E(A_i) = \sum_{n=1}^k a_{ni}P(\theta_n) \tag{4}$$

Dimana: $i = 1, 2, \dots, m$

Keterangan:

- $E(A_i)$ = Nilai Ekspektasi A_i
- a_{ni} = Tindakan alternatif pada baris ke-n kolom ke-i
- $P(\theta_n)$ = Probabilitas alternatif

Untuk memperoleh hasil ekspektasi maksimal, probabilitas dapat dirubah dengan mempertimbangkan semua faktor yang mempengaruhi probabilitas tersebut, dalam hal ini metode Bayes sangat berperan untuk menentukan probabilitas yang telah dipengaruhi oleh faktor lain.

Andaikan y adalah faktor yang mempengaruhi probabilitas (θ), maka probabilitas pada tabel 1 akan digantikan dengan $P(\theta_n|y)$ yang dinyatakan dalam persamaan (5)

$$P(\theta_n|y) = \frac{P(y|\theta_n)P(\theta_n)}{\sum_{n=1}^k P(y|\theta_n)P(\theta_n)} \tag{5}$$

sehingga nilai ekspektasi dapat diperoleh dengan persamaan (6)

$$E(A_i) = \sum_{n=1}^k a_{ni}P(\theta_n|y) \tag{6}$$

Dimana: $i = 1, 2, \dots, m$

Metode Bayes pada Ekspektasi Utilitas

Penggunaan fungsi utilitas sebagai pengambilan keputusan, terlebih dahulu dihitung nilai utilitas untuk tiap harga dengan fungsi utilitas.

Tabel 2: *Tabel pay-off utilitas*

probabilitas	<i>kejadian</i>			
	A_1	A_2	...	A_i
θ_1	$U(a_{11})$	$U(a_{12})$		$U(a_{1i})$
θ_2	$U(a_{21})$	$U(a_{22})$		$U(a_{2i})$
⋮	⋮	⋮		⋮
⋮	⋮	⋮		⋮
⋮	⋮	⋮		⋮
θ_n	$U(a_{n1})$	$U(a_{n2})$...	$U(a_{ni})$

Setelah didapat semua nilai utilitas, maka dihitung nilai ekspektasi utilitas dengan persamaan (7)

$$EU(A_i) = \sum_{n=1}^k (U(a_{ni}))P(\theta_n) \tag{7}$$

Dimana: $i = 1, 2, \dots, m$

Nilai ekspektasi utilitas bisa menggunakan probabilitas yang diperoleh dari Metode Bayes, yang dinyatakan oleh persamaan (8)

$$EU(A_i) = \sum_{n=1}^k (U(a_{ni}))P(\theta_n|y) \quad (8)$$

Dimana: $i = 1, 2, \dots, m$

Nilai kejadian a_{ni} berbanding lurus dengan nilai utilitas $U(a_{ni})$ yang artinya semakin besarnya nilai a_{ni} maka semakin besar juga nilai utilitas $U(a_{ni})$ dan sebaliknya semakin kecil nilai a_{ni} maka semakin kecil juga nilai utilitas $U(a_{ni})$. Hal ini berpengaruh pada nilai ekspektasi, karena nilai ekspektasi bergantung pada nilai kejadian a_{ni} dan $U(a_{ni})$.

5. KESIMPULAN

Teorema Bayes memberikan alternatif berdasarkan nilai probabilitas dan fungsi utilitas memberikan alternatif berdasarkan nilai preferensi terhadap keadaan subyektif.

Keputusan yang diambil berdasarkan teorema Bayes berbeda dengan keputusan yang diambil dengan fungsi utilitas, namun suatu pengambilan keputusan tidak berbeda jika menggunakan fungsi utilitas berdasarkan pada probabilitas Bayes.

Daftar Pustaka

- [1] Hasan, M. Iqbal. 2002. *Pokok-pokok Materi Teori Pengambilan Keputusan*. Indonesia, Jakarta: Ghalia.
- [2] Henderson, V. and Hobson, D. 2004. *Utility indifference pricing - An overview*. in: R, Carmona (Ed.) Indifference pricing (Princeton, NJ: Princeton university press).
- [3] Mangkusubroto, Kuntoro, dan Trisnadi, Listiarini. 1987. *Analisa Keputusan Pendekatan Sistem dalam Manajemen Usaha dan Proyek*. Bandung: Ganeca Exact.
- [4] Spiegel, Murray R, Schiller Jhon, Srinivasan R. Alu. 2004. *Schaums Outline of Probability and statistic*, Jakarta: Erlangga.
- [5] Supranto, Johannes. 1998. *Teknik Pengambilan Keputusan*. Jakarta: Rineka Cipta.
- [6] Walpope, Ronald E. 1986. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Bandung: ITB Bandung.

SELVIRA LESTARI SIREGAR: Department of Mathematics,
Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan
20155, Indonesia
Email: selviralestari@yahoo.com

SUWARNO ARISWOYO: Department of Mathematics,
Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan
20155, Indonesia
Email: suwarno@usu.ac.id

PASUKAT SEMBIRING: Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and
Natural Sciences, University of Sumatera Utara, Medan 20155, Indonesia
E-mail: pasukat@usu.ac.id