

Algoritma Pemisahan Orthogonal Polygon dengan sebuah Polyline

Jefri Marzal

*Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jambi
Kampus Pinang Masak Jl. Raya Jambi Ma.Bulian KM 15 Jambi
jeff_marsal@yahoo.com*

Pemisahan adalah sebuah operasi dasar pada orthogonal polygon. Tulisan ini mengusulkan sebuah algoritma untuk memisahkan orthogonal polygon dengan sebuah polyline. Terdapat tiga langkah untuk melakukan pemisahan yaitu: 1) sortir simpul secara AB-sorted; 2) gabungkan simpul polygon orthogonal dan polyline; 3) kelompokkan simpul yang telah digabungkan menjadi dua kelompok simpul yang mewakili polygon orthogonal yang lebih kecil. Algoritma ini efektif dan mempunyai kompleksitas waktu yang linear.

Keywords--orthogonal polygon, polyline, penyortiran

I. PENDAHULUAN

Polygon adalah sebuah konsep dasar dalam geometri komputasi, dan polygon merupakan representasi untuk banyak objek nyata. Terdapat banyak tipe polygon dan salah satunya adalah orthogonal polygon, sub-class polygon dimana semua rusuk bertemu dalam sudut siku-siku. Orthogonal polygon sering digunakan, karena banyak bentuk utama arsitektur menyerupai orthogonal polygon ketimbang sembarang polygon.

Ada banyak operasi dalam polygon orthogonal, seperti partisi, interseksi, clipping dan pemisahan. Pemisahan polygon orthogonal dengan polyline adalah salah satu operasi dasar. Tujuan dari operasi pemisahan adalah untuk membagi sebuah polygon orthogonal menjadi dua sub-polygon orthogonal dimana simpul dan rusuk dari kedua sub polygon orthogonal milik dari polygon orthogonal yang orisinal.

Untuk melakukan operasi pemisahan, sebuah polyline boleh hanya terdiri sebuah persamaan garis, sebagai contoh $x=a$, atau $y=b$. Berhubungan dengan kasus ini Ayala telah menunjukkan bagaimana cara membagi sebuah orthogonal polyhedron dengan sebuah bidang yang tegak lurus pada sembarang sumbu[1]. Algoritmanya ini berjalan dalam waktu yang linear, dan dapat diaplikasikan secara langsung pada polygon orthogonal. Akan tetapi jika polyline terdiri dari beberapa segmen garis maka algoritma Ayala tidak dapat digunakan secara langsung.

Dalam paper ini, misalkan OP adalah sebuah polygon orthogonal yang mempunyai n simpul dan PL sebuah polyline orthogonal yang memotong OP pada dua titik potong, dan diasumsikan semua simpul-simpul PL berada dalam OP, maka akan dikembangkan sebuah algoritma untuk melakukan pemisahan OP dengan menggunakan PL.

Penulis mengusulkan sebuah algoritma untuk pemisahan sebuah polygon orthogonal dengan beberapa langkah, yaitu (1) Gabungkan simpul-simpul polygon orthogonal dengan polyline menjadi sebuah himpunan simpul gabungan (2) Kelompokkan himpunan simpul gabungan menjadi dua kelompok simpul menjadi dua kelompok simpul yang masing-masingnya mewakili sebuah polygon orthogonal yang ukuran lebih kecil. Secara umum, algoritma akan berjalan dengan kompleksitas $O(n)$.

II. DEFINISI DAN TERMINOLOGI

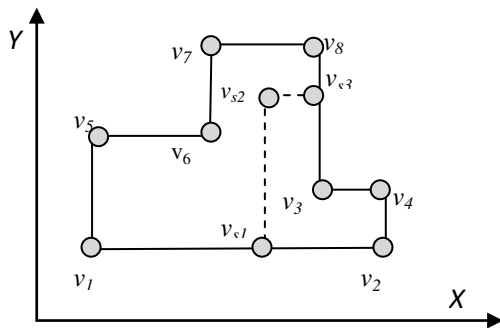
Polygon adalah bidang datar yang dibatasi oleh kumpulan segmen garis yang membentuk kurva sederhana tertutup. Kurva tertutup sederhana mempunyai dua implementasi, pertama adalah segmen garis tidak berpotong sama lain kecuali pada titik ujungnya, dan hanya terdapat satu batas polygon. Simpul adalah titik pada batas, dan rusuk adalah segment garis pada batas polygon yang menghubungkan dua buah simpul[2].

Banyak objek di dunia nyata yang mempunyai bentuk segi empat seperti buku, meja, raungan dan sebagainya, dan bentuk-bentuk ini dapat dimodelkan dengan polygon orthogonal. Polygon orthogonal adalah sub-class dari polygon yang rusuk-rusuknya sejajar atau saling tegak lurus satu sama lain, [3], dan tentu saja rusuk-rusuk tersebut sejajar dengan sumbu-sumbu sistem koordinat Kartesius. Jelaslah bahwa semua pojoknya mempunyai 90° (convex) atau 270° (concave). Polygon orthogonal juga dikenal dengan nama lain polygon rectilinear.

Polyline adalah sebuah istilah bagi rantai polygon dalam komputer grafis. Polyline didefinisikan sebagai segment garis yang saling terhubung pada simpul-simpul yang berkelanjutan dan dianggap sebagai entitas tunggal[4]. Polyline orthogonal

adalah polyline dimana semua segment garis sejajar dengan sembarang sumbu koordinat pada sistem koordinat kartesius. Untuk berikutnya, istilah polyline digunakan untuk mewakili polyline orthogonal.

Dalam tulisan ini, polyline dibatasi oleh tiga kondisi. Pertama, semua segment garis polyline terletak di dalam polygon orthogonal. Kedua, segment garis plyline tidak boleh terletak diatas rusuk-rusuk polyogon orthogonal. Ketiga, polyline berpotongan dengan keliling polygon orthogonal hanya pada dua titik. Titik dimana polyline berpotongan dengan batas (rusuk) polygon orthogonal disebut dengan *simpul potong*. Pada Gambar 1, suatu kumpulan segmet garis terhubung melewati simpul v_{s1} , v_{s2} , dan v_{s3} .Garis-garis terhubung tersebut terletak semuanya dalam polygon orthogonal, dan garis terhubung tersebut berpotongan dengan rusuk polygon orthgonal pada dua titik; dengan demikian, garis-garis terhubung tersebut dapat dikatakan sebagai sebuah polyline.



Gambar 1: Polygon Orthogonal dengan Polyline

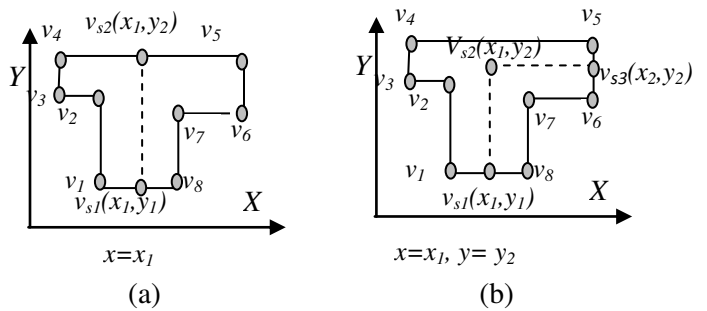
Pada gambar di atas, v_1, \dots, v_8 adalah simpul-simpul pada polygon orthogonal. Setiap simpul mempunyai koordinat pada sistem koordinat kartesius dua dimensi. v_{s1} , v_{s2} , dan v_{s3} adalah simpul-simpul pada polyline, dimana v_{s1} dan v_{s3} adalah simpul-simpul potong yang diperoleh dari perpotongqn polygon orthogonal dengan polyline, dan masing-masingnya adalah simpul awal dan simpul akhir dari polyline.

Struktur data untuk polygon orthogonal telah diteliti oleh O'Rourke. Dalam struktur data ini, polygon orthogonal dipresentasikan sebagai simpul-simpul yang diurutkan, *AB-sorted*. Simpul *AB-sorted* adalah barisan simpul simpul dimana koordinatnya disortir menurut kordinat A terlebih dahulu, dan kemudian dilanjutkan dengan penyortiran oleh kordinat B. Simpul-simpul dapat disortir dalam dua cara yang berbeda: *XY-sorted* dan *YX-sorted*. *XY-sorted* berarti mengurutkan simpul berdasarkan koordinat X dan selanjut berdasarkan koordinat Y. Pengertian yang serupa untuk *YX-sorted*. Memanggil simpul berdasarkan simpul yang diurutkan adalah hal yang standard dalam komputasi geometri. Wu, Tian, dan Xie juga

menggunakan simpul yang disortir sebagai input untuk pemisahan polygon sebarang[5].

Sementara itu, polyline dapat dengan mudah direpresentasikan dengan varisan simpul yang terurut, v_1, v_2, \dots, v_n dimana setiap simpul diwakili oleh koordinat kartesius. Karena polyline yang dimaksud adalah polyline orthogonal, maka untuk sembarang dua simpul yang berdekatan akan bergai satu nilai koordinat. v_1 dan v_n adalah simpul-simpul polyline yang juga terletak dalam batas poygon orthogonal, dan keduanya merupakan simpul potong.

Sebuah polyline terdiri dari garis tunggal yang tegak lurus terhadap sumbu x atau sumbu y. Gambar 2a menunjukkan dua polygon orthogonal dengan berbeda polyline, dan gambar 2b adalah polygon orthogonal dengan sebuah polyline sebaga garis pemisah.



Gambar 2: Polyline pada polygon orthogonal

Setiap gambar di atas dijelaskan sebagai berikut:

- (i) Dalam gambar 2a, polygon orthogonal dipisahkan oleh sebuah polyline yang terdiri dari simpul v_{s1} dan v_{s2} . Polyline ini terdiri dari satu segment garis. Setelah pemisahan, simpu-simpul dari polygon orthogonal dan polyline akan dikelompok kedalam dua polygon orthogonal yang lebih kecil: $Q=\{v_{s1}, v_1, v_2, v_3, v_4, v_{s2}\}$ dan $R=\{v_{s1}, v_8, v_7, v_6, v_5, v_{s2}\}$.
- (ii) Dalam gambar 2b, polygon orthogonal dipisahkan oleh polyline yang terdiri dari simpul v_{s1} , v_{s2} , v_{s3} . Polyline ini mempunyai dua segment garis yang terhubung. Hasil dari pemisahan adalah $Q=\{v_{s1}, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_{s3}, v_{s2}\}$ dan $R=\{v_{s1}, v_8, v_7, v_6, v_{s3}, v_{s2}\}$.

III. ALGORITMA UNTUK PEMISAHAN POLYGON ORTHOGONAL OLEH SEBUAH POLYLINE

Pada bagian ini, sebuah algoritma tentang pemisahan sebuah polygon orthogonal oleh sebuah polyline akan

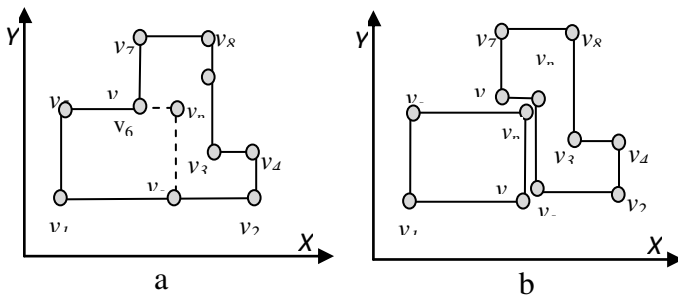
diusulkan. Input dari algoritma adalah simpul-simpul dari polygon orthogonal dan polyline. Langkah berikut digunakan untuk memisahkan polygon orthogonal menjadi polygon orthogonal yang lebih kecil.

1. Gabungkan simpul polygon orthogonal dan polyline ke dalam sebuah himpunan simpul gabungan.
2. Kelompokkan himpunan gabungan simpul kedalam dua kompok simpul dimana setiap kelompok mewakili sebuah polygon yang lebih kecil.

Kedua langkah di atas akan dijelaskan pada bagian berikut.

3.1 Penggabungan simpul polygon orthogonal dan polyline

Penggabungan simpul adalah sebuah proses penyatuan simpul-simpul ke dalam suatu himpunan *simpul gabungan* yang memuat dua dua polygon orthogonal yang lebih kecil. Prosedur untuk mendapatkan himpunan simpul gabungan adalah berdasarkan observasi berikut: *i)* setiap simpul polygon orthogonal adalah simpul polygon orthogonal yang lebih kecil, *ii)* sebuah polyline akan menjadi batas dari setiap polygon orthogonal. Terdapat dua tipe simpul polyline: *simpul akhir* dan *simpul bukan-akhir*. Simpul bukan akhir kepunyaan dari kedua polygon orthogonal yang lebih kecil; dengan demikian, sebuah simpul bukan akhir ditambahkan sebanyak dua kali kepada himpunan simpul gabungan. Sementara itu, sebuah simpul akhir dari polyline terletak pada rusuk atau simpul dari polygon orthogonal, dan simpul akhir juga disebut sebagai simpul potong. Jika sebuah simpul akhir terletak pada rusuk, maka tambahkan simpul akhir ini sebanyak dua kali ke dalam himpunan simpul gabungan; jika simpul akhir terletak pada sebuah simpul polygon orthogonal, maka perbaharui simpul tersebut dan sebuah simpul yang berdekatan sebagai simpul potong pada himpunan simpul gabungan (lihat gambar 3). Gambar 3a menunjukkan polygon orthogonal dan polyline sebelum pemisahan. Sementara itu, gambar 3b menunjukkan polygon orthogonal setelah pemisahan.



Gambar 3: Simpul Potong pada Polygon Orthogonal

Berdasarkan observasi tersebut, sumber simpul pada himpunan simpul gabungan adalah simpul polygon orthogonal, simpul bukan akhir polyline dan simpul potong.

Gambar 4 adalah prosedur penggabungan, yang diberi nama *CombiningVertices*. Prosedur tersebut mempunyai dua macam input yaitu simpul polyhedron orthogonal dan simpul polyline. Prosedur terdiri dari fungsi, *ReadPolyline*, digunakan untuk membaca simpul-simpul pada pada polyline, dan dan prosedur *ReadVertexAdjacent*, yang mempunyai tujuan untuk menentukan simpul yang berdekatan dengan simpul potong dalam polygon orthogonal.

Simpul berdekatan diperoleh dengan cara berikut. Misalkan v_s dan v_r adalah dua simpul ujung dari sebuah segment garis dalam polyline, dan jika $v_s v_r$ tegak lurus terhadap sumbu x , sortir simpul-simpul tersebut dengan penyortiran *XY-sorted* untuk membaca pasangan v_s yaitu v_s' dalam polygon orthogonal; atau jika $v_s v_r$ tegak lurus terhadap sumbu y maka sortir simpul polygon orthogonal dalam urutan *YX-sorted* untuk membaca pasangan v_s . Setelah menemukan v_s' , perbarui sumber simpul v_s dan v_s' dalam himpunan simpul gabungan sebagai simpul potong.

```

Procedure CombiningVertices(INPUT P: an orthogonal polygon,
PL: a polyline ; OUTPUT cv: a set of combined vertices)
var  $v_s, v_r$  : a vertex of PL;  $v$ : a vertex of P ;  $m$ : number of
vertices in PL
cv =  $\emptyset$ ;
cv = cv + P; // add all vertices of P into the set of combined vertices
cv
for (i = 1 to m) {
 $v_s$  = ReadPolyline(PL)
if  $v_s$  = non-ending vertex {
cv = cv +  $v_s$  +  $v_s$ 
else
If ( $v_s$  = ending vertices and lies on edge) {
cv = cv +  $v_s$  +  $v_s$ 
else //  $v_s$  = ending vertices and lies on vertex of
P
ReadVertexAdjacent( $v_s, v_r$  ;  $v_s^2$ )//
procedure to determine  $v_s'$ 
update  $v_s$  and  $v_s'$  in cv as intersection
vertex;
}
}
}

```

Gambar 4: Prosedur CombiningVertices

3.2 Pengelompokan simpul

Himpunan simpul gabungan polygon orthogonal yang diperoleh setelah menambahkan semua simpul polyline

mempunyai dua polygon yang lebih kecil, dimana setiap polygon orthogonal mempunyai kelompok simpul. Akan tetapi, simpul-simpul ini belum memberikan informasi kelompok-kelompok polygon orthogonal didalamnya.

Pengelompokan simpul menjadi dua polygon orthogonal baru yang berukuran lebih kecil berdasarkan observasi berikut: (i) setiap simpul polygon orthogonal asal kepunyaan salah satu dari polygon orthogonal baru, (ii) setiap simpul bukan akhir dalam polyline kepunyaan dari kedua polygon orthogonal baru, (iii) simpul potong milik dari salah polygon orthogonal baru.

Suatu polygon orthogonal membuanya satu batas. Hal ini berarti terdapat sebuah alur yang melalui semua simpul dan rusuk dari polygon orthogonal. Batas polygon orthogonal baru terdiri dari sebagian batas polygon orthogonal asal. Polyline bermula dari sebuah simpul potong dan berakhir juga dengan simpul potong yang lain. Setiap polygon orthogonal baru mempunyai polyline yang sama; sehingga, alur pada polygon orthogonal baru adalah alur yang bermula dengan sebuah simpul potong dan berakhir pada simpul potong yang lain.

```

Procedure GroupingVertices (INPUT  $cv$ : a set of combined vertices,  $cv_{xy}$ :  $cv$  in  $xy$ -sorted,  $cv_{yx}$ :  $cv$  in  $yx$ -sorted; OUTPUT  $Q$ ,  $R$ : two orthogonal polygons)

var
     $v_{ne}$       : non-ending vertices in  $cv$ 
     $v_{s1}, v_{s2}$  : intersection vertices
     $v_i, v_t$    : vertices of NP
     $direction$ : Boolean variable
     $PL$        : vertices of a polyline

ReadNonEndingVertices( $cv$ ;  $v_{ne}$ ) // a procedure to read the set of non vertices in  $cv$ 
 $Q = v_{ne}$ ;  $R = cv - v_{ne}$ 
 $direction = FALSE$ ;

 $v_i = ReadPairVertex(cv_{xy}, v_{s1})$  // read a pair of  $v_{s1}$  from  $cv_{xy}$ ;
If ( $v_i \in PL$ ) {
     $v_i = v_{s1}$ ;
}
Else
     $v_t = v_i$ ;  $Q = Q + v_i$ ;  $R = R - v_i$ 
}
While  $v_i \neq v_{s2}$  {
     $direction = Not\ direction$ 
    If ( $direction = TRUE$ ) {
         $v_t = ReadPairVertex(cv_{yx}, v_i)$ ;
    }
    Else
         $v_i = ReadPairVertex(cv_{xy}, v_t)$ ;
     $v_i = v_i$ ;  $Q = Q + v_i$ ;  $R = R - v_i$ 
}

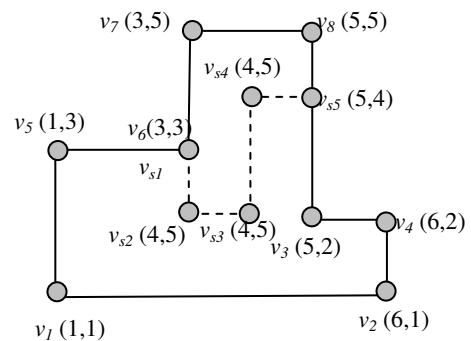
```

Gambar 5: Prosedur untuk Pengelompokan Simpul

Gambar 5 menunjukkan algoritma untuk pengelompokan simpul menjadi dua kelompok simpul yang masing-masingnya mewakili sebuah polygon orthogonal baru. Prosedur bermula dengan menjalankan sub-prosedur ReadNonEndingVertices, yang membaca semua simpul bukan akhir dalam himpunan simpul gabungan cv . Semua simpul bukan akhir v_{ne} yang berbeda menjadi simpul polygon orthogonal baru Q , sementara itu group yang lain menjadi polygon orthogonal baru R . Lihat Gambar 5 untuk lebih rinci.

3.3 Implementasi algoritma

Dalam implementasi algoritma, simpul polygon orthogonal diinputkan secara random dan disimpan dalam sebuah file.



Gambar 6: Simpul pada Polygon Orthogonal dan Polyline

- (1) Tambahkan semua simpul polygon orthogonal dan simpul bukan akhir polyline ke dalam himpunan simpul gabungan cv . Sehingga $cv = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{s2}, v_{s3}, v_{s4}\}$.
- (2) Himpunan simpul potong adalah $v_s = \{v_{s1}, v_{s2}, v_{s3}, v_{s4}\}$. Setiap simpul v_s ditambah ke dalam cv , dan jika simpul tersebut sudah ada dalam cv maka diganti dengan simpul v_s .
- (3) Kelompok simpul ke dalam dua kelompok dengan menggunakan prosedur GroupingVertices. Hasilnya adalah $Q =$

IV. KOMPLEKSITAS WAKTU DAN DISKUSI

Kompleksitas waktu dihitung untuk setiap kegiatan. Pertama, kompleksitas waktu penggabungan simpul polygon orthogonal dengan polyline adalah $O(n)$ dimana n adalah jumlah simpul polygon orthogonal dan polyline. Bagian terakhir dari algoritma pengelompokan simpul menjadi dua

kelompok polygon orthogonal, kompleksitas waktunya adalah $O(n)$. Penyortiran, yang mempunyai $O(n \log n)$ secara rata-rata, tidak dimasukkan untuk menentukan kompleksitas waktu algoritma, karena penyortiran termasuk kepada input algoritma.

Sementara itu, pemisahan polygon orthogonal dengan metode Ayala juga mempunyai kompleksitas yang linear, dan pemisahan masih mempunyai waktu linear untuk k jumlah garis pemisah. Akan tetapi metoda ini tidak efektif karena akan dilanjutkan dengan proses penggabungan beberapa bagian polygon orthogonal.

REFERENCES

- [1] A. Aquilera and D. Ayala, "Solving point and plane vs orthogonal polyhedra using the extreme vertices model (EVM)," presented at the The Sixth International Conference in Central Europe on Computer Graphics and Visualization'98, 1998.
- [2] J. O'Rourke, *Computational Geometry in C*, Second ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [3] Z. Su and R. Ding, "Tilings of Orthogonal Polygons with Similar Rectangles or Triangles," *Applied Mathematic and Computing*, vol. 17, pp. 343 - 350, 2005.
- [4] M. T̃anase, R. C. Veltkamp, and H. Haverkort, "Multiple Polyline to Polygon Matching," Utrecht University TR UU-CS-2005-0172005.
- [5] L. Wu, G. Tian, and Z. Xie, "An algorithm for splitting arbitrary polygon," presented at the 2009 Fifth International Conference on Natural Computation, 2009.