

**KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS SISWA MELALUI  
PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH  
DI SEKOLAH MENENGAH ATAS**

**Lusia Triatmi Astuti, Mohammad. Rif'at, Hamdani**

Program Studi Pascasarjana Pendidikan Matematika FKIP Untan

Email: [lusia.triatmi@gmail.com](mailto:lusia.triatmi@gmail.com)

**Abstrak:** Tujuan penelitian ini adalah: mengkaji kemampuan representasi matematis siswa dalam memecahkan masalah setelah diberikan model pembelajaran berbasis masalah; mengkaji kemampuan representasi matematis siswa terkait pemahaman konseptual dan pemahaman prosedural. Bentuk penelitian ini adalah kuantitatif. Sedangkan pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah *equivalent time samples design*. Subjek populasi penelitian ini adalah seluruh siswa kelas XII SMA Santu Petrus Pontianak Tahun Pelajaran 2014/2015, dengan sampel siswa kelas XII-IA3 yang dipilih secara acak. Data yang diperoleh dari hasil tes baik pretes maupun postes dianalisis secara statistik dan deskriptif. Hasil yang diperoleh adalah: kemampuan representasi matematis siswa setelah mendapat pembelajaran berbasis masalah mengalami peningkatan yang signifikan yaitu siswa mampu mengorganisir pengetahuannya untuk melakukan translasi dari bentuk representasi satu ke bentuk representasi lainnya. Sedangkan keterkaitan antara kemampuan representasi matematis dan pemahaman konseptual maupun pemahaman prosedural setelah pembelajaran berbasis masalah tergolong cukup.

**Kata kunci:** Kemampuan Representasi Matematis, Pembelajaran Berbasis Masalah.

**Abstract:** The purposes of this study are: to assess the students' mathematical representation in solving problems after being given a problem-based learning model; to assess the students' mathematical representation associated with the conceptual understanding; and to assess the students' mathematical representation associated with the procedural understanding. This is a quantitative research. The approach employed in this study is the equivalent time samples design. The population of this study is all twelve grade students of SMA Santu Petrus Pontianak in the academic year 2014/2015. The randomly selected samples are class XII-IA3 students. The data obtained from both pretest and post-test were statistically and descriptively analyzed. The results are: the students' mathematical representation has increased significantly after receiving the problem-based learning model, the students are able to organize their knowledge to perform translations one representation form to the other representation form. The association between the mathematical representation and the conceptual understanding and the procedural understanding after the problem-based learning is considered fair.

**Keywords:** Mathematical Representation, Problem Based Learning.

Menurut *National Council of Teaching Mathematics* (NCTM, 2000: 206) bahwa belajar matematika dengan pemahaman adalah hal yang utama. Belajar matematika dengan pemahaman, disepakati oleh para ahli yang tergabung di dalam *National Council of Teaching Mathematics* (NCTM, 2000: 206) dengan istilah *mathematical conceptual understanding*. Pemahaman konseptual dan prosedural merupakan bagian yang tak terpisahkan dari pemecahan masalah matematis. Pentingnya kemampuan pemahaman konseptual dan prosedural tercantum juga di dalam tujuan mata pelajaran matematika sekolah (Badan Standar Nasional Pendidikan, 2006). Oleh karena itu, pemahaman konseptual dan prosedural merupakan kecakapan matematis yang seyogyanya wajib dikuasai siswa (Bahr dan Ann de Garcia, 2010: 152).

Namun kenyataannya, pemahaman konseptual dan prosedural siswa di beberapa materi pelajaran matematika di sekolah terindikasi masih tergolong rendah. Hal ini didasarkan pada penelitian Suratman (2010) menyatakan bahwa pemahaman konseptual dan prosedural siswa kelas VII MTs. Ushuluddin masih sangat rendah, yaitu siswa masih belum menguasai konsep-konsep yang berhubungan dengan materi PtLSV, sehingga siswa masih belum mampu menjawab permasalahan yang diberikan dengan argumen-argumen yang tepat. Demikian juga penelitian Panjaitan (2012), menyatakan bahwa pemahaman konseptual matematis melalui tulisan dan gambar yang dikaji menurut tingkat kemampuan siswa dalam materi PtLSV di kelas VII SMP tergolong rendah. Hal ini sejalan dengan penelitian Alhadi (2013) yang menyatakan bahwa pemahaman konseptual matematis siswa di kelas XI IPA 1 dan kelas IPA 2 SMA Mujahidin Pontianak tergolong sangat kurang dalam hal mengenal contoh suatu konsep, menerapkan prinsip-prinsip dan memberikan alasan yang sesuai dengan konsep fungsi kuadrat jika dikaji melalui representasi simbol, grafik, verbal, dan gambar.

Berdasarkan penelitian terdahulu (Suratman, 2010; Panjaitan, 2012; dan Alhadi, 2013) menunjukkan bahwa yang menjadi dasar kemampuan pemahaman konseptual dan prosedural adalah representasi yang digunakan dalam pemecahan masalah. Penelitian tersebut hanya terbatas mengungkap pemahaman konseptual dan prosedural secara klasikal terkait kemampuan representasi matematis siswa. Masih rendahnya kualitas hasil belajar siswa dalam pelajaran matematika merupakan indikasi bahwa tujuan pembelajaran bermatematika belum tercapai secara optimal. Hasil temuan sebelumnya, ternyata terkonfirmasi berdasarkan studi pendahuluan yang dilakukan peneliti terhadap siswa-siswa kelas XII IPA SMA Santu Petrus Pontianak pada tahun pelajaran 2013/2014 yang menunjukkan bahwa hanya 56% siswa mampu menjawab dan menyelesaikan masalah sistem pertidaksamaan linier dengan benar. Berikut contoh soal terkait SPtLDV yang telah diujikan pada tahun pelajaran sebelumnya. “ Gambarkan Himpunan Penyelesaian dari Pertidaksamaan  $2x - y \geq -4$ , dengan  $x, y \in R!$ ”

Dari fakta (jawaban siswa) terindikasi bahwa: siswa kurang cermat menggambar koordinat Cartesius; siswa kurang cermat menggambar garis pembatas; siswa kurang cermat menandai wilayah solusi dari soal SPtLDV dan kesalahan ini terutama terjadi pada soal SPtLDV yang dibatasi oleh garis-garis yang bergradien positif (garis yang naik). Kesalahan siswa dalam menentukan himpunan penyelesaian dari soal SPtLDV diduga karena: siswa keliru memahami

simbol pada soal SPtLDV yang diberikan; siswa cenderung menghafal langkah – langkah penyelesaian SPtLDV yang dicontohkan oleh guru tanpa memahami konsep penyelesaian sistem pertidaksamaan linier dengan benar.

Dugaan tersebut diperkuat dengan kondisi lapangan yang menunjukkan bahwa pembelajaran matematika di SMA Santu Petrus Pontianak masih dominan menggunakan metode ceramah, yang kondisinya sebagai berikut: siswa hanya menerima penjelasan yang diungkapkan guru; siswa lebih sering meniru cara – cara yang diberikan oleh guru dan jarang diberi kesempatan untuk menghadirkan representasinya sendiri; dalam proses pembelajaran cara guru mengajar hanya menggunakan langkah-langkah pembelajaran seperti: menyajikan materi, memberikan contoh-contoh soal dan meminta siswa mengerjakan soal-soal latihan yang terdapat dalam buku teks, dan kemudian membahasnya bersama siswa; siswa tampak mengikuti dengan baik setiap penjelasan atau informasi dari guru, tetapi siswa sangat jarang mengajukan pertanyaan pada guru sehingga guru asyik sendiri menjelaskan apa yang telah disiapkannya, berarti siswa hanya menerima saja apa yang disampaikan oleh guru; dan siswa mempelajari matematika di kelas berdasarkan pemberitahuan dan bukan melalui kegiatan eksplorasi.

Kenyataan di lapangan juga menunjukkan rendahnya hasil ulangan harian siswa di SMA Santu Petrus terutama yang berkaitan dengan penyelesaian soal-soal kontekstual yang memerlukan kemampuan representasi yang memadai. Berdasarkan wawancara peneliti dengan beberapa guru matematika di lingkungan SMA Santu Petrus, mereka mengeluhkan rendahnya kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika kontekstual yang harus memunculkan kemampuan representasi matematis, satu di antara materi yang sering dikeluhkan oleh rekan guru adalah materi penyelesaian sistem pertidaksamaan linier dua variabel (SPtLDV). Hasil ulangan harian menunjukkan bahwa hanya sebagian kecil siswa mampu menuntaskan kriteria ketuntasan minimum yang telah ditetapkan. Rendahnya kemampuan representasi matematis juga tergambar dari hasil ujian nasional tahun 2013 yang menunjukkan kemampuan siswa SMA Santu Petrus Pontianak di beberapa materi ujian nasional yang memerlukan kemampuan representasi matematis. Hal ini diduga berkaitan dengan terdapatnya permasalahan dalam penyampaian materi pembelajaran matematika, yaitu kurang berkembangnya daya representasi siswa.

Sejalan dengan temuan tersebut terkonfirmasi oleh hasil studi Hudiono (2007: 55) menyatakan bahwa representasi seperti tabel, gambar disampaikan kepada siswa, hanya sebagai pelengkap dalam penyampaian materi, dan jarang memperhatikan representasi yang dikembangkan siswa. Siswa cenderung meniru langkah guru, siswa tidak pernah diberikan kesempatan untuk menghadirkan representasinya sendiri yang dapat meningkatkan perkembangan daya representasinya dalam pembelajaran matematika. Lebih jauh Hudiono menyatakan, bahwa siswa yang mengerjakan soal matematika yang berkaitan dengan kemampuan representasi, hanya sebagian kecil siswa dapat menjawab dengan benar, dan sebagian besar lainnya lemah dalam memanfaatkan kemampuan representasi yang dimilikinya khususnya representasi visual. Selain itu keterbatasan pengetahuan guru dan cara siswa belajar di kelas juga belum

memungkinkan untuk menumbuhkan atau mengembangkan daya representasi siswa secara optimal.

Dari pemaparan fakta sebelumnya, perlu adanya pembelajaran yang mengkondisikan siswa aktif dalam belajar matematika. Henningsen dan Stein (Hudiono, 2005: 7) mengutarakan bahwa untuk mengembangkan kemampuan representasi siswa, maka pembelajaran harus menjadi lingkungan di mana siswa mampu terlibat secara aktif dalam banyak kegiatan matematika yang bermanfaat. Siswa harus aktif dalam belajar, siswa tidak hanya menyalin atau mengikuti contoh-contoh tanpa tahu maknanya. Dengan cara seperti ini diharapkan representasi matematis siswa dapat berkembang dan kemampuan matematis siswa menjadi lebih baik.

Akan tetapi, dalam implementasi proses pembelajarannya banyak terjadi kendala, misalnya kesukaran siswa dalam menjembatani representasi-representasi dan secara fleksibel berpindah dari satu representasi ke representasi lainnya (Yerushalmy, 1997: 19). Greeno dan Hall (dalam Zachariades, Christou, dan Papageorgiou, 2002: 22) mengatakan bahwa siswa mempunyai kemampuan minimal dalam menjembatani representasi-representasi tanpa memahami benang merah antara ide konsep materi-materi yang direpresentasikan. Upaya-upaya mencari penyebab dan solusi tentang kurangnya kemampuan siswa dalam representasi, menurut Janvier (1987: 9), satu di antara pembelajaran yang menyediakan banyak kesempatan aktivitas matematis bagi siswa dalam melakukan representasi adalah *Problem-Based Learning* atau pembelajaran berbasis masalah (PBM), yang merupakan pembelajaran yang dimulai dengan masalah yang terbuka (*open-ended*) dalam suatu situasi kontekstual, yang prosedur penyelesaiannya tidak terstruktur dengan baik (*ill-structured*), artinya tidak algoritmis atau prosedural.

Masalah yang diberikan pada awal PBM umumnya berbentuk *word-problem*, harus diinterpretasi dan direpresentasikan ke dalam bentuk matematika, dan proses interpretasi dan representasi ini menjadi esensial, karena memberikan siswa kesempatan untuk melakukan koneksi antar ide-ide matematika terkait pada representasi. Oleh karena itu, suatu lingkungan belajar dengan PBM menyediakan banyak kesempatan kepada siswa dalam mengembangkan kemampuan matematis mereka untuk menggali, mencoba, mengadaptasi, dan merubah prosedur penyelesaian, termasuk memverifikasi solusi yang sesuai dengan situasi yang baru diperoleh. Sedemikian pentingnya kemampuan pemahaman konseptual dan pemahaman prosedural dalam pembelajaran matematika, maka peneliti bermaksud mengungkapnya dalam materi SPtLDV melalui pendekatan pembelajaran berbasis masalah (PBM). Oleh karena itu, peneliti mengangkat judul “Kemampuan Representasi Matematis Siswa melalui Pembelajaran Berbasis Masalah di Sekolah Menengah Atas”.

## **METODE**

Sejalan dengan tujuan penelitian, bentuk penelitian ini adalah penelitian kuantitatif. Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah *equivalent time samples design*. Subjek populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa kelas XII SMA Santu Petrus Pontianak. Dari beberapa kelas XII, yang ada di pilih kelas

XII-A3. Pemilihan kelas ini berdasarkan saran dan pertimbangan dari guru bidang studi yang mengasuh di SMA Santu Petrus Pontianak.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil Penelitian

Dari hasil penelitian ini terdapat dua kelompok data yang diperoleh, yaitu: data pretes dan data postes (berupa skor 0-100) siswa yang berjumlah 30 siswa. Secara umum grafik untuk mendeskripsikan skor rerata yang sesuai dengan pretes dan postes pada kelompok eksperimen masing-masing disajikan dalam bentuk statistik sebagai berikut:

#### 1. Kemampuan Representasi Matematis Siswa

**Tabel 1. Kemampuan Representasi Matematis**

Keterangan	Simbol ke Grafik		Grafik ke Numerik		Grafik ke Simbol		Verbal ke Simbol	
	Pretes	Postes	Pretes	Postes	Pretes	Postes	Pretes	Postes
Rerata skor	3.53	11.47	1.70	5.33	1.87	5.47	1.23	5.23
Stand deviasi	1.85	2.43	0.79	1.45	0.78	1.85	0.57	1.19
Varian skor	3.43	5.91	0.63	2.09	0.60	3.43	0.32	1.43

Dari **Tabel 1** dapat disimpulkan bahwa, rerata skor postes lebih besar dari rerata skor pretes. Dalam hal ini, kemampuan representasi simbol ke grafik lebih baik dari kemampuan representasi grafik ke simbol, dan kemampuan representasi grafik ke numerik lebih baik dari kemampuan representasi verbal ke simbol. Setelah diamati lebih jauh, kemampuan representasi simbol ke grafik lebih besar dari representasi lainnya. Dan, kemampuan representasi verbal ke simbol lebih rendah dari representasi lainnya.

#### 2. Pemahaman Konseptual

**Tabel 2. Pemahaman Konseptual**

Keterangan	Indikator 1		Indikator 2		Indikator 3		Indikator 4		Indikator 5	
	Pretes	Postes	Pretes	Postes	Pretes	Postes	Pretes	Postes	Pretes	Postes
Rerata skor	2.14	5.97	1.84	5.94	1.7	5.54	1.1	2.9	1.84	5.5
Stand deviasi	1.17	1.16	0.75	1.11	0.79	0.90	0.48	0.803	0.75	0.78
Varian skor	1.36	1.34	0.56	1.24	0.63	0.81	0.23	0.64	0.56	0.61

Dari **Tabel 2** dapat disimpulkan bahwa, rerata skor postes lebih besar dari rerata skor pretes. Dalam hal ini, pemahaman konseptual pada indikator 1 lebih baik dari indikator 2, dan pada indikator 1 lebih besar dari indikator lainnya. pemahaman konseptual pada indikator 3 lebih baik dari indikator 5. Sedangkan pemahaman konseptual pada indikator 4 lebih rendah dari indikator yang lainnya.

Setelah diamati lebih jauh, terdapat 3 siswa belum mampu untuk mengidentifikasi fakta-fakta yang berkaitan dengan sistem pertidaksamaan linier dua variabel dan terdapat 28 siswa mampu memberikan contoh tentang titik-titik yang terletak pada daerah penyelesaian dan contoh titik-titik yang tidak terletak pada daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linier dua variabel  $2x + y \leq 4$  untuk  $x, y \in C$  ( $C$  adalah himpunan bilangan cacah). Namun 2 orang siswa masih belum mampu untuk memberikan contoh dan non contoh titik-titik yang dimaksud. Selanjutnya pada soal nomor 3 dan nomor 6, sebagian besar siswa sudah mampu

menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi, namun masih ada beberapa siswa yang belum mampu mengubah dari representasi verbal ke representasi simbol, ataupun dari representasi simbol ke representasi grafik.

### 3. Pemahaman Prosedural

**Tabel 3. Pemahaman Prosedural**

Keterangan	Indikator 1		Indikator 2		Indikator 3	
	Pretes	Postes	Pretes	Postes	Pretes	Postes
Rerata skor	4.53	16.87	4	11.17	1.93	5.77
Stand deviasi	1.36	3.53	0.98	3.10	0.87	1.31
Varian skor	1.84	12.46	0.97	9.59	0.75	1.71

Dari **Tabel 3** dapat disimpulkan bahwa, rerata skor postes lebih besar dari rerata skor pretes. Dalam hal ini, pemahaman prosedural pada indikator 1 lebih baik dari indikator 2, pada indikator 2 lebih baik dari indikator 3. Sedangkan indikator 3 lebih rendah dari indikator yang lainnya, dan pada indikator 1 lebih baik dari indikator lainnya.

### 4. Keterkaitan antara Kemampuan Representasi Matematis dan Pemahaman Konseptual Siswa

**Tabel 4 Assosiasi Kontingensi antara Kemampuan Representasi dan Pemahaman Konseptual**

Tes Kemampuan Representasi Matematis	Tes Kemampuan Pemahaman konseptual			Jumlah Siswa
	Skor > 70% (Baik)	$50\% \leq \text{skor} \leq 70\%$ (Cukup)	Skor < 50% (Kurang)	
Skor > 70% (Baik)	5 (13%)	5 (13%)	3 (8%)	13 (33%)
$50\% \leq \text{skor} \leq 70\%$ (Cukup)	6 (15%)	5 (13%)	0 (0%)	11 (28%)
Skor < 50% (Kurang)	1 (3%)	0 (0%)	5 (13%)	6 (15%)
Jumlah	12 (28%)	10 (38%)	8 (20%)	30 (100%)

Dari **Tabel 4** dapat dilihat bahwa sebagian besar siswa mempunyai kategori kemampuan yang sama pada kedua aspek. Terdapat 5 siswa (13%), 5 siswa (13%), dan 5 siswa (13%) yang memperoleh skor dengan kategori yang sama, yaitu baik, cukup, dan kurang pada kemampuan representasi matematis maupun pemahaman konseptual. Terdapat 44 % dari jumlah siswa yang menunjukkan perbedaan dari kemampuan representasi matematis dan pemahaman konseptual. Siswa yang termasuk kategori baik pada kemampuan representasi matematis dan cukup pada pemahaman konseptual ada 5 siswa (13%). Siswa yang termasuk kategori baik pada kemampuan representasi matematis dan kurang pada pemahaman konseptual ada 3 siswa (8%). Siswa yang termasuk kategori cukup pada kemampuan representasi matematis dan baik pada pemahaman konseptual ada 1 siswa (3%). Siswa yang termasuk kategori cukup pada kemampuan representasi dan kurang pada pemahaman konseptual tidak ada. Sedangkan siswa

yang termasuk kategori kurang pada kemampuan representasi matematis dan baik pada pemahaman konseptual ada 1 siswa (3%) dan siswa yang termasuk kategori kurang pada kemampuan representasi matematis dan cukup pada pemahaman konseptual tidak ada.

#### 5. Keterkaitan antara Kemampuan representasi dan pemahaman prosedural

**Tabel. 5. Asosiasi Kontingensi antara Kemampuan Representasi dan Pemahaman Prosedural**

Tes Kemampuan Representasi Matematis	Tes Kemampuan Pemahaman Prosedural			Jumlah Siswa
	Skor > 70% (Baik)	$50\% \leq \text{skor} \leq 70\%$ (Cukup)	Skor < 50% (Kurang)	
Skor > 70% (Baik)	3 (8%)	3 (8%)	0 (0%)	6 (15%)
$50\% \leq \text{skor} \leq 70\%$ (Cukup)	0 (0%)	3 (8%)	4 (11%)	7 (25%)
Skor < 50% (Kurang)	0 (0%)	4 (11%)	13 (42%)	17 (52%)
Jumlah	3 (8%)	10 (39%)	17 (53%)	30 (100%)

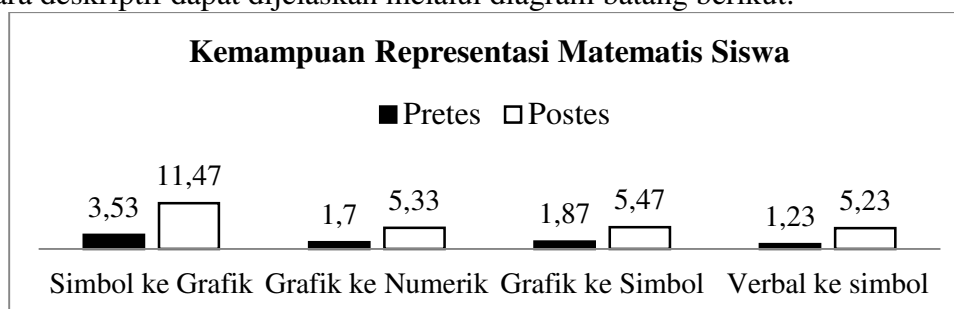
Dari **Tabel 5** dapat dilihat bahwa pada kemampuan representasi matematis sebagian besar (64%) siswa mempunyai kategori kemampuan yang sama pada kedua aspek. Terdapat 3 siswa (8%), 3 siswa (8%), dan 13 siswa (42%) yang memperoleh skor dengan kategori yang sama, yaitu baik, cukup, dan kurang pada kemampuan representasi matematis maupun pemahaman prosedural. Ternyata terdapat 36% dari jumlah siswa yang menunjukkan perbedaan dari kemampuan representasi matematis dan pemahaman prosedural. Siswa yang termasuk kategori baik pada kemampuan representasi matematis dan cukup pada pemahaman prosedural ada 3 siswa (8%) dan siswa yang termasuk kategori baik pada kemampuan representasi matematis dan kurang pada pemahaman prosedural tidak ada. Siswa yang termasuk kategori cukup pada kemampuan representasi matematis dan baik pada pemahaman prosedural tidak ada. Dan siswa yang termasuk kategori cukup pada kemampuan representasi matematis dan kurang pada pemahaman prosedural ada 4 siswa (11%). Sedangkan siswa yang termasuk kategori kurang pada kemampuan representasi matematis dan baik pada pemahaman prosedural tidak ada. Dan siswa yang termasuk kategori kurang pada kemampuan representasi matematis dan cukup pada pemahaman prosedural ada 4 siswa (11%).

#### Pembahasan

Sesuai dengan tujuan penelitian ini, yaitu untuk menjelaskan kemampuan representasi matematis siswa setelah mereka diajarkan menggunakan pembelajaran berbasis masalah. Oleh karena itu, melalui bagian ini dikemukakan beberapa pembahasan yang berkaitan dengan hipotesis penelitian.

## 1. Kemampuan Representasi Matematis Siswa

Berdasarkan hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika berbasis masalah mempengaruhi kemampuan representasi matematis siswa. Oleh karena itu, terdapat perbedaan kemampuan representasi matematis berdasarkan pretes dan postes setelah mereka diajarkan menggunakan pembelajaran berbasis masalah; dan terdapat perbedaan baik representasi simbol ke grafik, grafik ke numerik, grafik ke simbol, maupun verbal ke simbol setelah mereka diajarkan menggunakan pembelajaran berbasis masalah. Perbedaan ini secara deskriptif dapat dijelaskan melalui diagram batang berikut.



**Diagram 1. Deskriptif Kemampuan Representasi Matematis Siswa**

Mencermati **Diagram 1** kenaikan rerata skor pretes dan postes baik representasi simbol ke grafik, grafik ke numerik, grafik ke simbol, maupun verbal ke simbol disebabkan oleh proses pembelajaran berikut: pembelajaran dimulai dari situasi dunia nyata (kehidupan sehari-hari) siswa yaitu melalui cerita kontekstual (konkret) → sajian gambar-gambar yang relevan (semikonkret) → simbol (abstrak) terkait materi SPtLDV. Hasil ini ternyata terkonfirmasi oleh beberapa penelitian lain mengenai pengaruh sajian multi representasi terhadap kemampuan representasi matematis siswa (Horison, Suydam dan Higgins, 2010: 1; Johnson dalam Sugiarno dan Rif'at, 2009; dan Alhadad, 2010).

Teruji secara empirik bahwa pembelajaran berbasis masalah dapat diserap mereka dan kemampuan representasi matematis siswa sebelum diberikan pembelajaran berbasis masalah kondisinya berbeda secara signifikan. Hal ini didasarkan pada rerata hasil postes yaitu representasi simbol ke grafik 11.47; representasi grafik ke simbol 5.33; representasi grafik ke numerik 5.47; dan representasi verbal ke simbol 5.23. Selanjutnya jika dilihat berdasarkan hasil jawaban siswa dalam menjawab soal bahwa siswa dapat menyelesaikan soal dengan baik.

Setelah diamati siswa yang mampu menjawab dengan benar dan lengkap tampak pada soal no 1a terdapat 15 siswa, soal no 1b terdapat 7 siswa, soal no 2 terdapat 6 siswa, soal no 3 terdapat 8 siswa, soal no 4a terdapat 7 siswa, soal no 4b terdapat 5 siswa, soal no 5a terdapat 4 siswa, soal no 5b terdapat 8 siswa, soal no 6a terdapat 2 siswa, dan soal no 6b terdapat 4 siswa. Dalam hal ini, kemampuan representasi simbol ke grafik lebih baik dari kemampuan representasi grafik ke simbol, dan kemampuan representasi grafik ke numerik lebih baik dari kemampuan representasi verbal ke simbol. Hal ini menunjukkan bahwa, kemampuan representasi simbol ke grafik lebih besar dari representasi lainnya. Dan, kemampuan representasi verbal ke simbol lebih rendah dari representasi



lainnya. Hal ini mengindikasikan bahwa terdapat peningkatan representasi matematis siswa sebagai akibat adanya perlakuan selama proses pembelajaran.

Namun setelah dikaji lebih jauh, didasarkan pada rerata hasil postes yaitu pada tingkat kemampuan atas dengan rerata 37, tingkat kemampuan tengah dengan rerata 27.23. Masih terdapat siswa yang menjawab dengan mengubah representasi simbol ke representasi tabel dengan benar, menggambar garis garis  $x + y = 5$  dan garis  $2x + y = 8$  dengan benar, tetapi salah menentukan himpunan penyelesaiannya. Selanjutnya terdapat 8 siswa yang dapat melakukan translasi dari representasi grafik ke representasi simbol tetapi jawaban tidak lengkap dan 6 siswa mampu menggunakan representasi simbolik, grafik dan numerik untuk menyelesaikan masalah tetapi jawaban akhir salah maupun sebaliknya. Sedangkan siswa dengan tingkat kemampuan bawah lebih banyak kesalahan dan tidak dapat menyelesaikan soal postes yang diberikan. Diduga siswa kurang memahami representasi verbal sehingga salah dalam menentukan tanda pertidaksamaan, bila tanda pertidaksamaan salah maka letak daerah penyelesaian juga salah. Siswa lebih sering hanya dapat melakukan perhitungan tetapi perhitungan yang dilakukan tidak runtut dan cenderung salah, hal ini tergambar pada rerata postes yaitu 19.44.

Berikut contoh jawaban siswa:

6.a) jawab:  
misal:  
 $x$  : banyaknya tablet jenis pertama  
 $y$  : banyaknya tablet jenis kedua

jenis tablet	Vit A	Vit B
tablet I	5	3
tablet II	10	1
	20	5

model matematika :

(1)  $5x + 10y \leq 20$   
 $\Leftrightarrow x + 2y \leq 4$

(2)  $3x + y \leq 5$

(3)  $x \geq 0$

(4)  $y \geq 0$

6b. garis  $x + 2y = 4$  | grafiknya:

x	0	4
y	2	0

garis  $3x + y = 5$

x	0	1
y	5	2

Kesalahan-kesalahan tersebut disebabkan oleh: Siswa hafal rumus tetapi belum dapat mengaplikasikannya dan siswa tidak memiliki pemahaman yang baik terhadap rumus (simbol), karena siswa kurang memahami apa yang dimaksud dengan SPtLDV maupun rumus atau makna simbol yang digunakan. Hasil ini diperkuat dengan pendapat Van De Walle, Karp, dan Bay-Williams (2010; 257),

'they do not have a strong understanding of the symbols' yang artinya kurang lebih diduga siswa tersebut kurang memiliki pemahaman yang kuat dari simbol-simbol itu.

Sugiatno dan Rif'at (2009: 12-13) menyatakan bahwa simbol-simbol matematika bersifat tiruan yang hanya mempunyai arti setelah sebuah makna diberikan kepadanya. Tanpa arti dari simbol-simbol tersebut, maka matematika hanya merupakan ungkapan-ungkapan atau rumus-rumus yang mati. Oleh karena itu, simbol-simbol matematis (terintegrasi pada pesan) yang dikomunikasikan matematikawan "secara langsung" sebagai komunikator, jika tidak diberi sebuah makna, maka akan sukar diterima oleh seseorang penerima pesan (siswa) terutama yang baru belajar matematika.

Mencermati **Diagram 1** mengindikasikan bahwa kenaikan hasil belajar dari rerata pretes ke rerata postes yang diperoleh dan berdasarkan hasil observasi aktivitas siswa selama proses pembelajaran, dikarenakan beberapa hal antara lain: kegiatan proses pembelajaran secara kooperatif (diskusi) melibatkan siswa secara aktif dalam melakukan aktivitas matematis; sumber belajar dan media pembelajaran yang digunakan sangat dekat dengan kehidupan siswa; siswa melakukan proses belajar tidak hanya dengan guru, tetapi dengan teman sebaya, orang dewasa, dan lingkungan; dan siswa terlibat langsung dalam melakukan diskusi dengan rekannya maupun dengan guru mengenai permasalahan terkait materi SPtLDV, sehingga siswa dapat mengkonstruksi dan mengevaluasi argumen-argumen rekannya. Serta dapat melakukan generalisasi saat penarikan kesimpulan.

Hal tersebut sejalan dengan teori Vygotsky (dalam Kozulin, 2003: 29) yang menekankan pada hakikat sosiokultural dari pembelajaran. Dua implikasi utama dari teori Vygotsky dalam pembelajaran. Pertama, dikehendakinya susunan kelas berbentuk pembelajaran kooperatif antar siswa, sehingga siswa dapat berinteraksi disekitar tugas-tugas yang sulit dan saling memunculkan strategi pemecahan masalah yang efektif di dalam masing-masing *zone of proximal development* mereka. Pembelajaran kooperatif ini terwujud melalui kegiatan pembelajaran secara berkelompok yang telah dilaksanakan yang terdiri dari 5 siswa. Kedua, dalam pengajaran menekankan pemberian *scaffolding* sehingga siswa semakin lama semakin bertanggung jawab terhadap pembelajarannya sendiri. Misalnya, dalam pengajaran timbal balik, guru memimpin kelompok-kelompok kecil siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait SPtLDV yang telah mereka pelajari dan secara bertahap mengalihkan tanggungjawab untuk memimpin diskusi tersebut kepada siswa lain.

Menurut Vygotsky (dalam Sugiatno dan Rif'at, 2009: 19) menyatakan bahwa pentingnya interaksi sosial dalam perkembangan kognitif. Perkembangan kognitif bergantung pada seberapa jauh siswa aktif memanipulasi dan berinteraksi aktif dengan lingkungannya. Hal ini mengindikasikan bahwa lingkungan di mana siswa belajar sangat menentukan proses perkembangan kognitifnya. Perkembangan kognitif yang dimaksud adalah kemampuan representasi matematis siswa. Vygotsky (dalam Sugiatno dan Rif'at, 2009: 25) mengemukakan bahwa interaksi-interaksi seseorang dengan lingkungan dapat membantu pembelajaran.

Pengalaman-pengalaman yang dibawa seseorang (siswa) ke sebuah situasi pembelajaran dapat sangat mempengaruhi hasil belajar.

Ketika siswa bersama teman-teman sebayanya bekerja sama mengerjakan tugas-tugas, interaksi-interaksi sosial yang sama-sama mereka jalani dapat berperan sebagai fungsi pengajaran. Melalui komunikasi dan tindakan, orang-orang yang berada dalam lingkungan anak mengajarkan alat-alat kepada anak (misalnya, bahasa simbol, tanda) yang mereka butuhkan untuk memperoleh kompetensi (Schunk, 2012: 581). Interaksi sosial dengan guru, orang tua dan teman sebaya yang lebih berpengalaman memberikan kontribusi yang signifikan bagi perkembangan intelektual dan kemampuan representasi matematis siswa.

## 2. Keterkaitan Antara Kemampuan Representasi Matematis dan Pemahaman Konseptual, maupun Kemampuan Representasi Matematis dan Pemahaman Prosedural

Dari hasil perhitungan menggunakan rumus korelasi *product moment Pearson*, antara kemampuan representasi matematis dan pemahaman konseptual, terdapat korelasi yang signifikan pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,01$ . Artinya siswa yang menempati peringkat atas pada kemampuan representasi matematis, besar kemungkinan siswa tersebut juga menempati peringkat atas pada kemampuan pemahaman konseptual, dan pemahaman prosedural, begitu juga sebaliknya. Hal ini tergambar pada rerata postes berdasarkan tingkat kemampuan representasi matematis pada kelompok atas dengan rerata 37; kelompok tengah 27.23; dan kelompok bawah 19.44. Kemampuan pemahaman konseptual pada kelompok atas dengan rerata 34.5; kelompok tengah 26.08; dan kelompok bawah 17.78. Sedangkan tingkat kemampuan pemahaman prosedural pada kelompok atas dengan rerata 46.13; kelompok tengah 34; dan kelompok bawah 22.56.

Jika ditinjau dari hasil perhitungan asosiasi kontingensi ditemukan bahwa terdapat kaitan yang signifikan antara kemampuan representasi matematis dengan pemahaman konseptual pada taraf signifikansi 0,01 dan asosiasi kontingensi tersebut yang paling banyak adalah pada penggolongan cukup. Artinya siswa yang memperoleh hasil yang cukup pada tes kemampuan representasi matematis, mampu memperoleh hasil yang cukup juga pada tes pemahaman konseptual, begitu juga sebaliknya. Sedangkan keterkaitan antara kemampuan representasi matematis dan pemahaman prosedural, terdapat kaitan yang signifikan antara kemampuan representasi matematis dengan pemahaman prosedural pada penggolongan baik. Artinya siswa yang memperoleh hasil yang tinggi pada tes kemampuan representasi matematis, mampu memperoleh hasil yang tinggi juga pada tes pemahaman prosedural, begitu juga sebaliknya.

Mencermati dari **Tabel 4** dan **Tabel 5** terdapat 5 siswa (13%) yang termasuk kategori cukup pada kemampuan representasi dan kurang pada pemahaman konseptual. Siswa yang termasuk kategori kurang pada kemampuan representasi matematis dan baik pada pemahaman konseptual ada 1 siswa (3%). Sedangkan siswa yang termasuk kategori cukup pada kemampuan representasi matematis dan kurang pada pemahaman prosedural ada 4 siswa (11%). Dan siswa yang termasuk kategori kurang pada kemampuan representasi matematis dan cukup pada pemahaman prosedural ada 4 siswa (11%).

Hal tersebut mengindikasikan bahwa, kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal SPtLDV ditinjau dari objek matematika yaitu: kesalahan konsep berupa kesalahan yang dilakukan siswa berkaitan dengan konsep SPtLDV. Penyebabnya adalah karena siswa tidak memahami konsep SPtLDV; kesalahan algoritma terlihat pada jawaban siswa dalam menyelesaikan soal tidak sesuai dengan prosedur yaitu kesalahan yang disebabkan siswa menyingkat penulisan, terburu-buru dalam mengerjakan soal sehingga kurang memperhatikan informasi dalam soal, memahami soal sehingga salah mengidentifikasi informasi dalam soal; dan siswa tidak dapat melakukan proses ketidakseimbangan antara informasi baru dengan struktur kognitif yang ada pada dirinya yang mengakibatkan tidak runtutnya siswa melakukan perhitungan dalam proses pemecahan masalah hingga penarikan kesimpulan. Diduga juga, siswa kurang mampu menghubungkan atau mengkoneksikan dari representasi simbol. Temuan tersebut diperkuat dengan penelitian terdahulu oleh Sriraman dan English (2010); Kurniadi (2013); Alhadi, Suratman (2010).

Temuan tersebut sejalan dengan pendapat Piaget (dalam Sugiatno dan Rif'at, 2009: 7) bahwa *disequilibrium* merupakan pemicu terjadinya belajar, karena proses akomodasi tidak akan terjadi tanpa adanya proses *disequilibrium* (ketidakseimbangan). Piaget (dalam Sugiatno dan Rif'at, 2009: 16) menyatakan bahwa perkembangan manusia tidak dapat 'diberi informasi' yang kemudian secara tiba-tiba dapat memahami dan menggunakannya, tetapi manusia (siswa) harus mengkonstruksi pengetahuan mereka sendiri. Kesulitan siswa dalam proses penyeimbangan antara informasi baru dengan struktur kognitif yang ada disebabkan oleh pembelajaran yang cenderung menekankan pada hafalan, cenderung tanpa melalui proses konstruksi pengetahuan oleh siswa sendiri sehingga siswa sulit mengungkapkan pemahaman konseptual matematis siswa.

Dari uraian-uraian sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa representasi matematis adalah ungkapan-ungkapan dari ide-ide matematika (masalah, pernyataan, definisi, dan lain-lain) yang digunakan untuk memperlihatkan (mengkomunikasikan) hasil kerjanya dengan cara-cara tertentu (simbol ke grafik, grafik ke numerik, grafik ke simbol, dan verbal ke simbol) sebagai hasil interpretasi dari pikirannya. Representasi matematis sangat berperan dalam membantu peningkatan pemahaman siswa terhadap konsep matematika. Kemudian representasi juga dapat meningkatkan kemampuan representasi maupun pemahaman prosedur yang benar dalam pemecahan masalah matematis siswa. Hal ini mengindikasikan bahwa dalam belajar matematika, diperlukan pengetahuan konseptual dan prosedural untuk mendapatkan pemahaman yang mendalam. Memiliki pengetahuan konseptual, tetapi tidak memiliki pengetahuan prosedural yang diperlukan, maka akan mengakibatkan siswa mempunyai intuisi yang baik tentang suatu konsep tetapi tidak mampu menyelesaikan suatu masalah. Di lain pihak, memiliki pengetahuan prosedural, tetapi tidak memiliki pengetahuan konseptual yang mencukupi, maka akan mengakibatkan siswa mahir memanipulasi simbol-simbol tetapi tidak memahami dan mengetahui makna dari simbol tersebut.

Kondisi ini memungkinkan siswa dapat memberikan jawaban dari suatu masalah tanpa memahami apa yang mereka lakukan. Jadi kemampuan

representasi matematis, pemahaman konseptual, dan pemahaman prosedural ketiganya sangat diperlukan dan saling terkait satu sama lainnya. Siswa haruslah didorong untuk memahami konsep-konsep dasar dengan tidak hanya menghafal algoritma dan teknik menjawab pertanyaan dasar (pemahaman prosedural) tetapi juga menekankan aspek pemahaman konseptual matematika. Dengan menguasai pengetahuan algoritma dan teknik-teknik menjawab (pengetahuan prosedural) dan pengetahuan konseptual maka seorang yang belajar matematika akan mencapai pemahaman yang mendalam.

## **KESIMPULAN DAN SARAN**

### **Kesimpulan**

Berdasarkan analisis data pada bab terdahulu dapat disimpulkan beberapa hal yang berkaitan dengan masalah penelitian sebagai berikut: kemampuan representasi matematis siswa setelah mendapat pembelajaran berbasis masalah mengalami peningkatan yang signifikan, yaitu siswa mampu mengorganisir pengetahuannya untuk melakukan translasi dari bentuk representasi simbol ke representasi grafik, melakukan translasi dari bentuk representasi grafik ke representasi simbol, melakukan translasi dari bentuk representasi verbal ke dalam bentuk representasi simbol, dan mampu menggunakan representasi grafik untuk menjelaskan ide-ide matematika. Sedangkan keterkaitan antara kemampuan representasi matematis dan pemahaman konseptual maupun pemahaman prosedural setelah pembelajaran berbasis masalah tergolong cukup.

### **Saran**

Pembelajaran berbasis masalah dapat digunakan sebagai alternatif dalam pembelajaran matematika untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis, pemahaman konseptual, dan pemahaman prosedural siswa tingkat SMA, khususnya pada materi SPtLDV. Pembelajaran berbasis masalah tidak terbatas pada materi SPtLDV. Untuk penerapan pembelajaran ini diharapkan guru mempertimbangkan pemilihan materi matematika yang memungkinkan siswa melakukan eksplorasi akan konsep matematika dalam berbagai representasi. Bagi penelitian lebih lanjut hendaknya penelitian ini dapat dilengkapi dengan melakukan penelitian aspek-aspek kemampuan matematis yang lain misalnya kemampuan komunikasi, penalaran, dan koneksi matematis secara lebih terperinci dan melakukan penelitian di tingkat sekolah yang belum terjangkau oleh peneliti saat ini.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Alhadad, S. F. (2010). *Meningkatkan Kemampuan Representasi Multipel Matematis, Pemecahan Masalah, dan Self Esteem Siswa SMP Melalui Pembelajaran dengan Pendekatan Open Ended*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Alhadi, S, Sugiatno, Suratman. D. (2013). *Pemahaman Konseptual Siswa Dikaji dari Representasi Matematis dalam Materi Fungsi Kuadrat di SMA*. Pontianak: Jurnal pendidikan matematika.

- Badan Standar Nasional Pendidikan. (2006). *Standar Isi dan Kompetensi Dasar SMP/MTs*. Jakarta: BSNP.
- Barh, Damon L dan Ann de Garcia, Lisa. (2010). *Elementary Mathematics is Anything but Elementary*. United States of American (USA): WADSWORTH CENGAGE Learning.
- Horison, Suydam; dan Higgins. The Access Center. (2010). *Concrete Representational Abstract Instructional Approach*. [http://www.k8accesscenter.org/training\\_resources/CRA\\_Instructional\\_Approach.asp](http://www.k8accesscenter.org/training_resources/CRA_Instructional_Approach.asp).
- Hudiono. B. (2005). *Peran Pembelajaran Diskursus Multi Representasi Terhadap Pengembangan Kemampuan Matematika dan Daya Matematis Siswa SLTP*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia. Disertasi.
- Janvier, C. (1987). *Representation and Understanding: The Notion of Functions as an Example*. Dalam C. Janvier (ed.): *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (67-72). Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kozulin. A. et al. (2003). *Vygotsky Education Theory in Cultural Context*. New York: Cambridge University Press.
- Kurniadi. A. (2013). *Koherensi Sajian Antar Komponen Kecakapan Matematis Materi Trigonometri Dalam Buku Teks Matematika SMA*. Pontianak: Universitas Tanjungpura. Skripsi.
- National Council of Teachers of Mathematics*. (2000). *Principle and Standards for Schools Mathematics*. Resto. VA.
- Panjaitan, R. L. (2012). *Pemahaman Konseptual Matematis yang Dikaji Menurut Tingkat Kemampuan Siswa pada Materi Pertidaksamaan Linear Satu Variabel di Kelas VII SMP Negeri 9 Pontianak* (skripsi). Pontianak: Untan.
- Schunk, D. H. (2012). *Learning theories an educational perspective*. Boston: Person.
- Sriraman, Bharath dan English, Lyn. (2010). *Theories of Mathematics Education*. New York: Spinger Science.
- Sugiatno, Rif'at, M. (2009). *Mengembangkan Kemampuan Komunikasi Matematis Mahasiswa Calon Guru Melalui Perkuliahan Matematika*

*Dengan Menggunakan Model Pembelajaran Transactional Reading Strategy*. Pontianak: Universitas Tanjungpura. Makalah.

------. (2013). *Pengembangan Soal-Soal Open-Ended Berbasis Daya dan Kecakapan Matematis di SMP*. Pontianak: Universitas Tanjungpura. Makalah.

Sugiyono. (2012). *Metode Penelitian Kombinasi (Mixed Methods)*. Bandung: Alfabeta.

------. (2013). *Metode Penelitian Kombinasi (Mixed Methods)*. Bandung: Alfabeta.

Suratman, D. (2010). *Pemahaman Konseptual dan Pengetahuan Prosedural Materi Pertidaksamaan Linier Satu Variabel Siswa Kelas VII SMP*. Pontianak: Universitas Tanjungpura. *Jurnal Pendidikan Matematika*.

Van De Welle, John A, Karp, Karen S, dan Bay-Williams, Jennifer M. (2010). *Elementary And Middle School Mathematics Teaching Developmentally*, 7<sup>th</sup> Edition. New York: Pearson Education.

Yerushalmy, M. (1997). *Designing Representations: Reasoning about Functions of Two Variables*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 431-466.

Zachariades, T, Christou, C., dan Papageorgiou, E. (2002). *The Difficulties and Reasoning of Undergraduate Mathematics Students in the Identification of Functions*. University of Athens.