

PENAKSIR DUAL RASIO-CUM-PRODUK UNTUK RATA-RATA POPULASI DENGAN MENGGUNAKAN KOEFISIEN KORELASI

Ronni Vel Ilham^{1*}, Rustam Efendi², Haposan Sirait²

¹Mahasiswa Program S1 Matematika

²Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya Pekanbaru (28293), Indonesia

*ronnyvellkhan@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses three ratio-cum-product estimators for the population mean using the coefficient of correlation on simple random sampling i.e. ratio-cum-product estimator, dual ratio-cum-product estimator, and combination dual ratio-cum-product estimator. The three estimators are biased estimators. Then the mean square errors are determined. Furthermore, these mean square errors are compared to the mean square error of each estimator. This comparison shows that the combination dual ratio-cum-product estimator using coefficient of correlation is more efficient than other estimators.

Keywords: *biased estimator, coefficient of correlation, dual ratio-cum-product, mean square error, ratio-cum-product*

ABSTRAK

Penaksir yang dibahas merupakan tiga penaksir rasio-cum-produk untuk rata-rata populasi dengan menggunakan koefisien korelasi pada sampling acak sederhana yaitu penaksir rasio-cum-produk, penaksir dual rasio-cum-produk dan penaksir kombinasi dual rasio-cum-produk. Ketiga penaksir merupakan penaksir bias dan ditentukan *mean square error*. Selanjutnya, *mean square error* ini dibandingkan dengan *mean square error* masing-masing penaksir. Perbandingan ini menunjukkan bahwa penaksir kombinasi dual rasio-cum-produk menggunakan koefisien korelasi lebih efisien dari penaksir lainnya.

Kata kunci: *dual rasio-cum-produk, koefisien korelasi, mean square error, penaksir bias, rasio-cum-produk*

1. PENDAHULUAN

Salah satu cara untuk meningkatkan ketelitian penaksir digunakan metode dual rasio dan metode dual produk, dengan variabel pendukung X dan Z yang mempunyai korelasi negatif dengan Y . Metode penaksir dual rasio-cum-produk merupakan teknik untuk memperkirakan nilai dua variabel pendukung x dan z dari suatu parameter. Dalam

metode penaksir dual rasio-cum-produk, suatu variabel y_i yang akan diteliti diperoleh untuk setiap unit didalam sampel, dengan mengambil hubungan antara x_i , z_i dan y_i , dimana x_i adalah unit dari populasi variabel tambahan berkarakter X , z_i adalah unit dari populasi variabel tambahan berkarakter Z dan y_i adalah unit dari populasi berkarakter Y . Penggunaan variabel tambahan dapat meningkatkan ketelitian penaksir. Variabel tambahan yang diketahui untuk meningkatkan ketelitian penaksir yaitu koefisien korelasi yang berkorelasi dengan variabel Y yang diamati. Penaksir dengan metode rasio dan metode produk merupakan penaksir bias.

Dalam artikel ini dibahas penaksir rasio-cum-produk (\bar{Y}_{ST}) , dual rasio-cum-produk (\bar{Y}_{ST}^*) untuk rata-rata populasi Y dengan menggunakan koefisien korelasi yang diajukan oleh Taylor, *et. al.* [6] dan kombinasi dual rasio-cum-produk (\bar{Y}_{CST}^*) . Kemudian dibutuhkan pula $\bar{x}^* = (N\bar{X} - n\bar{x})/(N - n)$ dan $\bar{z}^* = (N\bar{Z} - n\bar{z})/(N - n)$ yang juga merupakan penaksir tak bias untuk variabel pendukung \bar{X} dan \bar{Z} yang diketahui [6].

Penulis mendetailkan bias dan *Mean Square Error (MSE)* dari masing-masing penaksir yang diajukan oleh Taylor, *et. al.* [6]. Selanjutnya penulis membandingkan *MSE* dari masing-masing penaksir. Penaksir yang efisien untuk penaksir bias adalah penaksir yang memiliki *MSE* terkecil.

2. SAMPLING ACAK SEDERHANA

Pengambilan sampel acak sederhana merupakan suatu metode untuk mengambil n unit sampel dari N unit populasi dimana setiap unit memiliki kesempatan yang sama untuk dipilih sebagai unit sampel. Penarikan sampel ini adalah penarikan sampel acak tanpa pengembalian agar karakteristik unit-unit lebih akurat. Probabilitas terpilihnya unit n dari N unit populasi sebagai unit sampel pada pengambilan pertama yaitu n/N , probabilitas pada pengambilan kedua adalah $(n-1)/(N-1)$, sampai probabilitas pada pengambilan ke- n yaitu $1/(N-(n-1))$. Maka probabilitas seluruh n unit-unit tertentu yang terpilih dalam n pengambilan adalah $(C_n^N)^{-1}$.

Salah satu materi pendukung yang digunakan untuk menentukan penaksir dual rasio-cum-produk yang efisien untuk rata-rata populasi adalah ekspektasi matematika dan sifat-sifat ekspektasi dari variabel acak.

Definisi 2.1 [1: h. 309] Penaksir $\hat{\theta}^*$ adalah penaksir bias untuk θ . Jika

$$E(\hat{\theta}^*) = \theta + B(\hat{\theta}^*),$$

dengan $B(\hat{\theta}^*) \neq 0$ adalah bias dari $\hat{\theta}^*$, maka $B(\hat{\theta}^*)$ dapat dinyatakan dengan $B(\hat{\theta}^*) = E(\hat{\theta}^*) - \theta$.

Definisi 2.2 [1: h. 174] Kovariansi dari pasangan variabel X dan Y dengan rata-rata untuk masing-masing μ_x dan μ_y yang dinotasikan dengan $Cov(X, Y)$ adalah

$$Cov(X, Y) = E((X - \mu_x)(Y - \mu_y)).$$

Definisi 2.3 [3: h. 901] Misalkan $\hat{\theta}^*$ adalah penaksir bias untuk θ , $\forall \theta \in \Omega$, Ω merupakan ruang parameter. Rata-rata kesalahan kuadrat dinotasikan dengan $MSE(\hat{\theta}^*)$ yang didefinisikan sebagai

$$MSE(\hat{\theta}^*) = E(\hat{\theta}^* - \theta)^2 .$$

Untuk menentukan MSE dari penaksir dalam bentuk tiga variabel digunakan suatu pendekatan menggunakan deret Taylor n variabel dengan $n = 3$.

Deret Taylor untuk n variabel [5: h. 210] Misalkan $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah suatu fungsi n variabel dan $f, f', f'', \dots, f^{(k)}$ adalah kontinu pada interval I dan $f^{(k+1)}$ ada pada I dengan $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in I$, maka

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) + \sum_{r=1}^k \frac{1}{r!} \left((x_1 - x_{10}) \frac{\partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})}{\partial x_1} \right. \\ &\quad \left. + (x_2 - x_{20}) \frac{\partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})}{\partial x_2} + \dots + (x_n - x_{n0}) \frac{\partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})}{\partial x_n} \right)^r \\ &\quad + \frac{1}{(k+1)!} \left((x_1 - x_{10}) \frac{\partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})}{\partial x_1} + (x_2 - x_{20}) \frac{\partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})}{\partial x_2} \right. \\ &\quad \left. + \dots + (x_n - x_{n0}) \frac{\partial f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})}{\partial x_n} \right)^{k+1} . \end{aligned}$$

3. BIAS DAN MSE PENAKSIR DUAL RASIO-CUM-PRODUK UNTUK RATA-RATA POPULASI DENGAN MENGGUNAKAN KOEFISIEN KORELASI

Bentuk umum penaksir rasio-cum-produk, dual rasio-cum-produk dan kombinasi dual rasio-cum-produk dengan menggunakan koefisien korelasi (ρ_{xz}), masing-masing adalah

$$\bar{Y}_{ST} = \bar{y} \left(\frac{\bar{X} + \rho_{xz}}{\bar{x} + \rho_{xz}} \right) \left(\frac{\bar{Z} + \rho_{xz}}{\bar{z} + \rho_{xz}} \right) \quad (1)$$

$$\bar{Y}_{ST}^* = \bar{y} \left(\frac{\bar{x}^* + \rho_{xz}}{\bar{X} + \rho_{xz}} \right) \left(\frac{\bar{Z} + \rho_{xz}}{\bar{z}^* + \rho_{xz}} \right) \quad (2)$$

$$\bar{Y}_{CST}^* = \bar{y} \left[\alpha \left(\frac{\bar{X} + \rho_{xz}}{\bar{x} + \rho_{xz}} \right) \left(\frac{\bar{Z} + \rho_{xz}}{\bar{z} + \rho_{xz}} \right) + (1 - \alpha) \left(\frac{\bar{x}^* + \rho_{xz}}{\bar{X} + \rho_{xz}} \right) \left(\frac{\bar{Z} + \rho_{xz}}{\bar{z}^* + \rho_{xz}} \right) \right] . \quad (3)$$

Bias dan MSE penaksir rasio-cum-produk (\bar{Y}_{ST}) dengan menggunakan koefisien korelasi pada persamaan (1) yaitu

$$B(\bar{Y}_{ST}) \approx \frac{(1-f)}{n} \bar{Y} (\lambda_1 C_x^2 (\lambda_1 - K_{yx}) + \lambda_2 C_z^2 (K_{yz} - \lambda_1 K_{xz}))$$

$$MSE(\bar{Y}_{ST}) \approx \frac{(1-f)}{n} \bar{Y}^2 (C_y^2 + \lambda_1 C_x^2 (\lambda_1 - 2K_{yx}) + \lambda_2 C_z^2 (\lambda_2 + 2(K_{yz} - \lambda_1 K_{xz}))) .$$

Bias dan MSE penaksir dual rasio-cum-produk (\bar{Y}_{ST}^*) dengan menggunakan koefisien korelasi pada persamaan (2) yaitu

$$B(\bar{Y}_{ST}^*) \approx \frac{(1-f)}{n} g \bar{Y} (\lambda_2 C_z^2 (K_{yz} - g\lambda_2 - g\lambda_1 K_{xz}) - \lambda_1 K_{yx} C_x^2)$$

$$MSE(\bar{Y}_{ST}^*) \approx \frac{(1-f)}{n} \bar{Y}^2 (C_y^2 + g\lambda_1 C_x^2 (g\lambda_1 - 2K_{yx}) + \lambda_2 g C_z^2 (g\lambda_2 + 2(K_{yz} - \lambda_1 g K_{xz}))) .$$

Bias dan MSE penaksir kombinasi dual rasio-cum-produk (\bar{Y}_{CST}^*) dengan menggunakan koefisien korelasi pada persamaan (3) yaitu

$$B(\bar{Y}_{CST}^*) \approx \bar{Y} \frac{1-f}{n} (\alpha (\lambda_1 C_x^2 (\lambda_1 - K_{yx} + gK_{yx}) + \lambda_2 C_z^2 (K_{yz} - \lambda_1 K_{xz} - g\lambda_2^2 + g^2 \lambda_1 K_{xz} - gK_{yz}) + g (\lambda_2 C_z^2 (g\lambda_2 - g\lambda_1 K_{xz} + K_{yz}) - \lambda_1 C_x^2 K_{yx}))$$

$$MSE(\bar{Y}_{CST}^*) \approx \frac{1-f}{n} \bar{Y}^2 (C_y^2 + \lambda_1 C_x^2 (\lambda_1 ((\alpha^* g)^2 - 2\alpha^* g^2 + \alpha^{*2} + g^2 - 2\alpha^{*2} g + 2\alpha^* g) + 2K_{yx} (\alpha^* g - \alpha^* - g)) + \lambda_2 C_z^2 (\lambda_2 ((\alpha^* g)^2 - 2\alpha^* g^2 + \alpha^{*2} + g^2 - 2\alpha^{*2} g + 2\alpha^* g) - 2K_{yz} (\alpha^* g - \alpha^* - g) + 2\lambda_1 K_{xz} (2\alpha^{*2} g - 2\alpha^* g - \alpha^{*2} - g^2 + 2\alpha^* g^2 - (\alpha^* g)^2))) ,$$

dengan

$$\alpha^* = \frac{\lambda_1 C_x^2 (g\lambda_1 - K_{yx}) + \lambda_2 C_z^2 (g\lambda_2 + K_{yz}) - 2g\lambda_1 \lambda_2 C_z^2 K_{xz}}{(g-1)(\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2 - 2\lambda_1 \lambda_2 C_z^2 K_{xz})} ,$$

dan

$$f = \frac{n}{N} , \quad C_y = \frac{S_y}{\bar{Y}} , \quad C_x = \frac{S_x}{\bar{X}} , \quad C_z = \frac{S_z}{\bar{Z}} , \quad K_{yx} = \rho_{yx} \frac{C_y}{C_x} , \quad K_{yz} = \rho_{yz} \frac{C_y}{C_z}$$

$$K_{xz} = \rho_{xz} \frac{C_x}{C_z} , \quad \lambda_1 = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + \rho_{xz}} , \quad \lambda_2 = \frac{\bar{Z}}{\bar{Z} + \rho_{xz}} , \quad g = \frac{n}{N-n} .$$

4. PENAKSIR RASIO YANG EFISIEN

Untuk menentukan penaksir yang lebih efisien dari penaksir bias, dapat ditentukan dengan cara membandingkan MSE dari masing-masing penaksir. Penaksir yang lebih efisien merupakan penaksir dengan MSE terkecil.

1. Perbandingan penaksir \bar{Y}_{ST}^* dengan penaksir \bar{Y}_{ST}

Diperoleh bahwa untuk $\rho_{xz} < \left((\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2) / 2\lambda_1 \lambda_2 C_x C_z \right)$ maka penaksir \bar{Y}_{ST}^* lebih efisien dari penaksir \bar{Y}_{ST} jika

$$\frac{(2\lambda_1 C_x^2 K_{yx} - 2\lambda_2 C_z^2 K_{yz}) - \sqrt{D_1}}{2(\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2 - 2\lambda_1 \lambda_2 C_x C_z K_{xz})} < g < \frac{(2\lambda_1 C_x^2 K_{yx} - 2\lambda_2 C_z^2 K_{yz}) + \sqrt{D_1}}{2(\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2 - 2\lambda_1 \lambda_2 C_x C_z K_{xz})},$$

dengan

$$D_1 = 4(\lambda_1^2 C_x^4 (\lambda_1^2 - 2\lambda_1 K_{yx} + K_{yx}^2) + \lambda_2^2 C_z^4 (\lambda_2^2 + 2\lambda_2 K_{yz} - 3\lambda_1 \lambda_2 K_{xz} - 2\lambda_1 K_{xz} K_{yz} + 2\lambda_1^2 K_{xz}^2 + K_{yz}^2) - \lambda_1 \lambda_2 C_x^2 C_z^2 (2K_{yx} K_{yz} - 2\lambda_1 \lambda_2 - 2\lambda_1 K_{yz} + 3\lambda_1^2 K_{xz} + 2\lambda_2 K_{yx} - 2\lambda_1 K_{xz} K_{yx})).$$

2. Perbandingan penaksir \bar{Y}_{CST}^* dengan penaksir \bar{Y}_{ST}^*

Diperoleh bahwa untuk $\rho_{xz} < \left((\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2) / 2\lambda_1 \lambda_2 C_x C_z \right)$ maka penaksir \bar{Y}_{CST}^* lebih efisien dari penaksir \bar{Y}_{ST}^* jika

$$g < \frac{A - \sqrt{D_2}}{2\alpha^* (\alpha^* - 2) (\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2 - 2\lambda_1 \lambda_2 C_x C_z K_{xz})}$$

atau

$$g > \frac{A + \sqrt{D_2}}{2\alpha^* (\alpha^* - 2) (\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2 - 2\lambda_1 \lambda_2 C_x C_z K_{xz})},$$

dengan

$$A = 2(\lambda_1^2 C_x^2 \alpha^{*2} - \lambda_1^2 C_x^2 \alpha^* - \lambda_1 C_x^2 \alpha^* K_{yx} + \lambda_2^2 C_z^2 \alpha^{*2} - \lambda_2^2 C_z^2 \alpha^* + \lambda_2 C_z^2 \alpha^* K_{yz} - 2\lambda_1 \lambda_2 C_x^2 \alpha^{*2} K_{xz} + 2\lambda_1 \lambda_2 C_z^2 \alpha^* K_{xz})$$

dan

$$D_2 = 4(\lambda_1^2 C_x^4 \alpha^{*2} (\lambda_1^2 - 2\lambda_1 K_{yx} + K_{yx}^2) + \lambda_2^2 C_z^4 \alpha^{*2} (\lambda_2^2 + 2\lambda_2 K_{yz} - 4\lambda_1 K_{xz} K_{yz} + 4\lambda_1^2 K_{xz}^2 - 2\lambda_1 \lambda_2 K_{xz} + K_{yz}^2) + 2\lambda_1 \lambda_2 C_x^2 C_z^2 \alpha^{*2} (\lambda_1 \lambda_2 + 2\lambda_1 K_{xz} (K_{yx} - \lambda_1) + \lambda_1 \alpha^* K_{yz} - \lambda_2 K_{yx} - K_{yx} K_{yz})).$$

3. Perbandingan penaksir \bar{Y}_{CST}^* dengan penaksir \bar{Y}_{ST}

Diperoleh bahwa untuk $\rho_{xz} < \left((\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2) / 2\lambda_1 \lambda_2 C_x C_z \right)$ maka penaksir \bar{Y}_{CST}^* lebih efisien dari penaksir \bar{Y}_{ST} jika

$$\frac{B - \sqrt{D_3}}{2(\alpha^* - 1)^2 (\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2 - 2\lambda_1 \lambda_2 C_x^2 K_{xz})} < g < \frac{B + \sqrt{D_3}}{2(\alpha^* - 1)^2 (\lambda_1^2 C_x^2 + \lambda_2^2 C_z^2 - 2\lambda_1 \lambda_2 C_z^2 K_{xz})},$$

dengan

$$B = 2(\lambda_1^2 C_x^2 \alpha^{*2} - \lambda_1^2 C_x^2 \alpha^* - \lambda_1 C_x^2 \alpha^* K_{yx} + \lambda_1 C_x^2 K_{yx} + \lambda_2^2 C_z^2 \alpha^{*2} - \lambda_2^2 C_z^2 \alpha^* + \lambda_2 C_z^2 \alpha^* K_{yz} - \lambda_2 C_z^2 K_{yz} - 2\lambda_1 \lambda_2 C_z^2 \alpha^{*2} K_{xz} + 2\lambda_1 \lambda_2 C_z^2 \alpha^* K_{xz})$$

dan

$$D_3 = 4(\lambda_1^2 C_x^4 (\lambda_1^2 (\alpha^* - 1)^2 - \lambda_1 K_{yx} (2\alpha^{*3} - 4\lambda_1 \alpha^{*2} - 5\alpha^* - 2) + K_{yx}^2 (\alpha^* - 1)^2) + \lambda_2^2 C_z^4 (\lambda_2^2 (\alpha^* - 1)^2 + K_{yz}^2 (\alpha^* - 1)^2 + 4\lambda_1^2 K_{xz}^2 (\alpha^* - 1)^2 - 2\lambda_2 K_{yz} (\alpha^* - 1)^3 + 4\lambda_1 \lambda_2 K_{xz} (\alpha^* - 1)^2 (\alpha^{*2} - 1) + 2\lambda_1 K_{xz} K_{yz} (\alpha^* - 1) (\alpha^{*2} - 2\alpha^* + 2)) + \lambda_1 \lambda_2 C_x^2 C_z^2 (-2K_{yx} K_{yz} (\alpha^* - 1)^2 - 4\lambda_1 K_{xz} K_{yx} (\alpha^{*3} - \alpha^{*2} + 2\alpha^* - 1) - 2\lambda_1 \lambda_2 (\alpha^* - 1)^2 (2\alpha^{*2} - 1) + 2\lambda_2 K_{yx} (\alpha^* - 1)^3 + 4\lambda_1 \alpha^{*3} K_{xz} K_{yz} - 2\lambda_1 K_{yz} (\alpha^* - 1) (\alpha^{*2} - \alpha^* + 1) + 4\lambda_1^2 K_{xz} (\alpha^* - 1) (\alpha^{*3} + 1)))$$

5. CONTOH

Sebagai contoh dari pembahasan, diberikan data tentang persentase bintik-bintik pada tubuh manusia yang disebabkan oleh penyakit. Persentase bintik-bintik pada tubuh manusia yang disebabkan oleh penyakit (Y) berdasarkan 10 responden yang dipilih secara acak sederhana [4]. Peneliti ingin mengetahui rata-rata persentase bintik-bintik pada tubuh manusia yang disebabkan oleh penyakit dan untuk menentukan rata-rata tersebut diperlukan informasi tambahan yang telah diteliti sebelumnya, yaitu rata-rata suhu di bulan Januari (X) dan banyaknya bunga dari spesies musim panas tertentu (Z). Informasi yang diperoleh dari data pada Tabel 1 yaitu persentase bintik-bintik pada tubuh manusia yang disebabkan oleh penyakit adalah sebagai berikut :

Y : Persentase bintik-bintik disebabkan penyakit (dalam satuan %)

X : Rata-rata suhu di bulan Januari (dalam satuan $^{\circ}F$)

Z : Banyaknya bunga dari spesies musim panas tertentu (dihitung dari 1 Januari) (dalam satuan tangkai)

Tabel 1. Persentase Bintik-Bintik pada Tubuh Manusia yang dipengaruhi oleh Suhu dan Bunga pada Musim Panas Tertentu

Y (Persentase Bintik-bintik pada Tubuh Manusia)	X (Rata-rata Suhu di Bulan Januari)	Z (Banyaknya Bunga dari Spesies Musim Panas Tertentu)
49	35	200
40	35	212
41	38	211
46	40	212
52	40	203
59	42	194
53	44	194
61	46	188
55	50	196
64	50	190

Sumber [4].

Dari Tabel 1 diperoleh nilai-nilai sebagai berikut

$$\bar{Y} = 52 \quad C_y^2 = 0,024408 \quad \rho_{yx} = 0,796555 \quad N = 10$$

$$\bar{X} = 42 \quad C_x^2 = 0,017007 \quad \rho_{yz} = -0,93639 \quad n = 4$$

$$\bar{Z} = 200 \quad C_z^2 = 0,002083 \quad \rho_{xz} = -0,73333 \quad g = 4/6$$

Nilai *MSE* dari masing-masing penaksir dapat ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai *MSE* dari Masing-masing Penaksir

Penaksir	MSE
\bar{Y}_{ST}	2,678039
\bar{Y}_{ST}^*	2,504543
\bar{Y}_{CST}^*	2,262858

Dengan menggunakan informasi pada Tabel 2, diperoleh bahwa penaksir \bar{Y}_{CST}^* memiliki nilai *MSE* terkecil.

6. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dikemukakan pada artikel ini, maka dapat disimpulkan bahwa pada Tabel 2, diperoleh penaksir kombinasi dual rasio-cum-produk \bar{Y}_{CST}^* yang menggunakan informasi tambahan koefisien korelasi lebih efisien daripada penaksir rasio-cum-produk \bar{Y}_{ST} dan dual rasio-cum-produk \bar{Y}_{ST}^* jika syarat efisien terpenuhi. Dengan adanya informasi tambahan tersebut sangat mempengaruhi tingkat ketelitian penaksir.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bain, L. J & M. Engelhardt. 1991. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics. Second Edition*. Duxbury Press, California.
- [2] Cochran, W. G. 1991. *Teknik Penarikan Sampel, Edisi Ketiga*. Terj. Dari *Sampling Techniques*, oleh Rudiansyah & E. R Osman. UI Press, Jakarta.
- [3] Gujarati, D. N. 2004. *Basic Econometrics. Fourth Edition*. McGraw Hill pub.Co. New York.
- [4] Singh, H. P & R. Singh. 2005. On the Efficiency of a Dual to Ratio-Cum-Product Estimator in Sample Surveys. *Mathematical Proceedings of the Royal Irish Academy*. **105A**(2): 51-56.
- [5] Taylor, A. E & W. R. Mann. 1983. *Advanced Calculus. Third edition*. John Wiley & Sons. New York.
- [6] Taylor, R., R. Taylor, R. Parmar & M. Kumar. 2012. Dual to Ratio-Cum-Product Estimator Using Known Parameter of Auxiliary Variables. *Journal of Reliability and Statistical Studies*. **5**(1): 65-71.